Delprov B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10-14. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 43 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

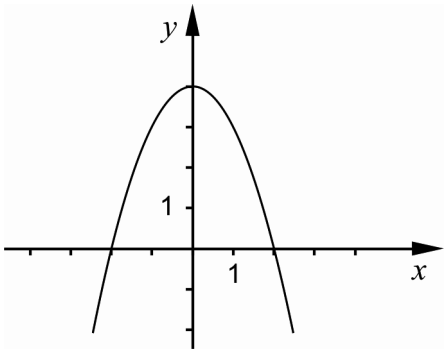
Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Beräkna $f(3)$ om $f(x) = 9 + x^2$ _____ (1/0/0)

2. Figuren visar grafen till funktionen $y = -x^2 + c$



a) Bestäm funktionens nollställen med hjälp av figuren.

_____ (1/0/0)

b) Bestäm värdet på konstanten *c* med hjälp av figuren.

_____ (1/0/0)

3. Förenkla $(x+5)^2 - 10x$ så långt som möjligt. _____ (1/0/0)

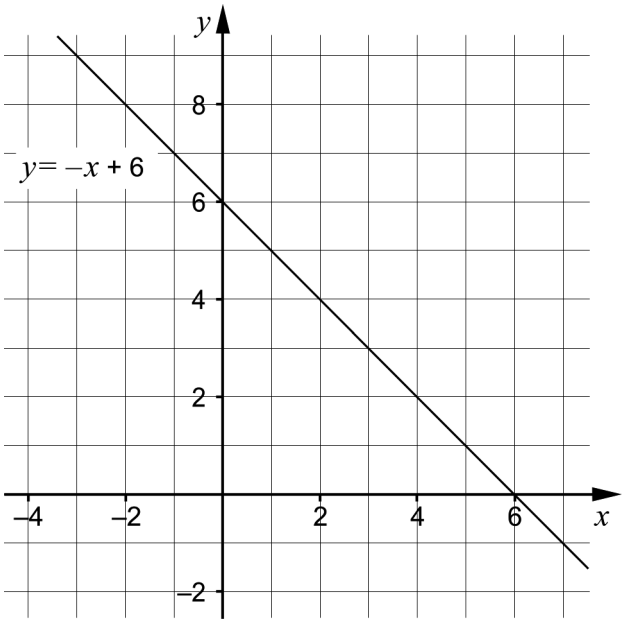
4. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 64 = 0$ _____ (1/0/0)

b) $x^{\frac{1}{2}} = 2$ _____ (1/0/0)

5. Beräkna $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{5}{3}}$ _____ (1/0/0)

6. Ett linjärt ekvationssystem består av två ekvationer. I koordinatsystemet finns grafen till den ena ekvationen ritad.



a) Grafen till den andra ekvationen har lutningen $k = 0{,}5$ Rita grafen till denna ekvation så att ekvationssystemet får lösningen $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ (1/1/0)

b) Ange ekvationssystemet som nu finns avbildat i koordinatsystemet.

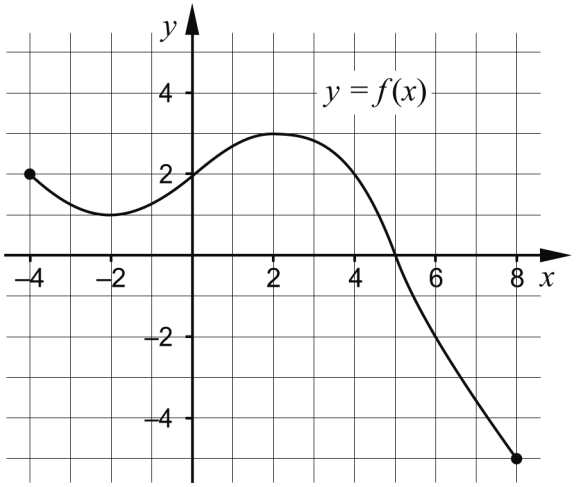
_____ (0/1/0)

7. Nedan finns tre ekvationer och fyra påståenden.

$(x + 2)^2 = (x - 2)^2$	Ekvationen har ingen lösning
$(x + 2)(x - 2) = (2 + x)(2 - x)$	Ekvationen har en lösning
$(x + 2)^2 = (x + 2)^2$	Ekvationen har två lösningar
	Ekvationen har oändligt många lösningar

Dra en linje från var och en av ekvationerna till korrekt påstående. (0/1/1)

8. Figuren visar grafen till funktionen f



a) Vilket av alternativen A-F anger funktionens värdemängd?

A. $-5 \le y \le 2$

B. $-5 \le x \le 2$

C. $-4 \le y \le 8$

D. $-4 \le x \le 8$

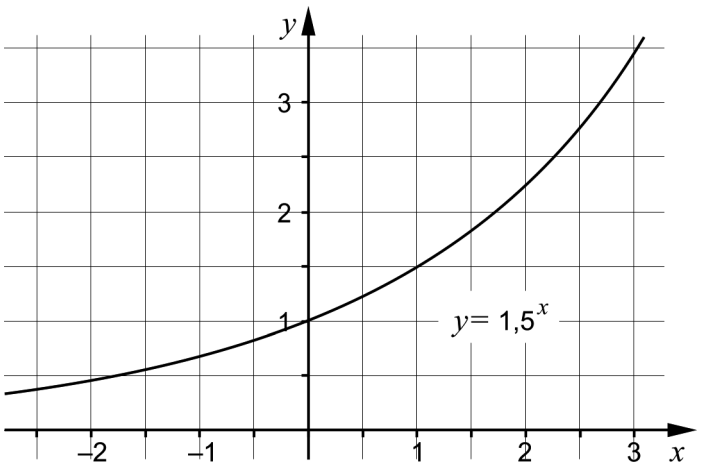
E. $-5 \le y \le 3$

F. $-5 \le x \le 3$

_____ (0/1/0)

b) Bestäm $f(a)$ då $f(a+1) = -2$ _____ (0/0/1)

9. Figuren visar grafen till exponentialfunktionen $y = 1{,}5^x$



Använd grafen och lös följande ekvationer.

a) $1{,}5^x = 3$ _____ (1/0/0)

b) $1{,}5^x \cdot 1{,}5^{-2x} = 3$ _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationen $x^2 - 12x + 20 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Sonny är på besök i Umeå. Under besöket planerar han att göra några resor med den lokala bussen. På bussbolagets hemsida kan han läsa om biljettpriser för ungdomar i åldern 7-19 år.

Biljettpris ungdomar 7-19 år		
Enkelbiljett		13 kronor/resa
Rabattkort	Pris för kort utan laddade resor	25 kronor
	Pris per laddad resa	9 kronor/resa

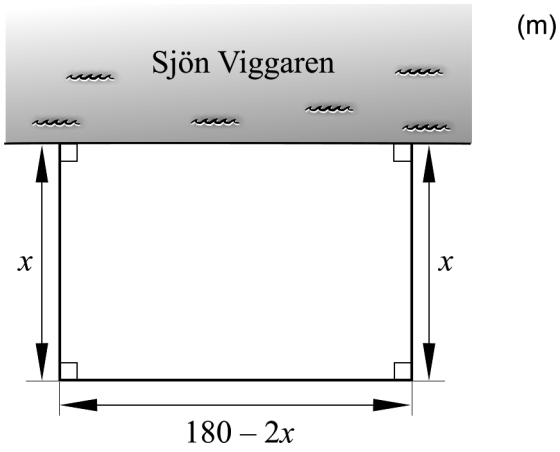
Vid köp av ett kort som laddas med x stycken resor blir den totala kostnaden y kronor.

a) Ange ett linjärt samband mellan den totala kostnaden y kronor och x stycken resor. *Endast svar krävs* (1/0/0)

Sonny funderar på att köpa ett rabattkort.

b) Hur många resor måste Sonny minst åka för att det ska löna sig att köpa rabattkortet istället för att köpa enkelresor? (2/0/0)

12. Bengt i Boda tänker bygga en rektangulär hage för sina hästar på ängsmarken som gränsar till sjön Viggaren. Han har 180 meter stängsel som ska räcka till tre av sidorna eftersom den fjärde sidan utgörs av sjön. Se figur nedan.



(m)

Teckna ett uttryck för hagens area och bestäm vilka mått hagen ska ha för att arean ska bli så stor som möjligt. (1/3/0)

13. Vilka värden kan konstanten m ha för att graferna till funktionerna
$y = x^2 + 3{,}7$ och $y = 2x + m$
inte ska skära varandra? (0/0/2)

14. En rätvinklig triangels hörn har koordinaterna $(-2, 0)$, $(6, 0)$ och $(0, a)$
där $a > 0$
Bestäm det exakta värdet på a. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 15-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 43 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

15. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (4, 3) och (6, 7) (2/0/0)

16. Anna och Stina köper lördagsgodis. Anna köper 4 klubbor och 12 kolor och betalar 32 kronor. Stina köper 2 klubbor och 4 kolor och betalar 13 kronor.

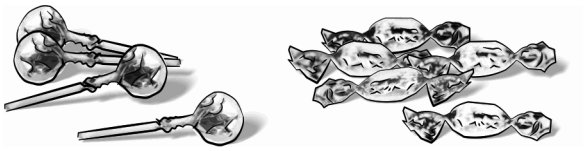
- Vad kostar en klubba respektive en kola? undrar Anna.
- Det kan vi ta reda på genom att lösa ett ekvationssystem, säger Stina.

Stina tecknar följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} 4x + 12y = 32 \\ 2x + 4y = 13 \end{cases}$$

a) Vad betyder x respektive y i detta sammanhang? (1/0/0)

b) Lös ekvationssystemet och bestäm vad en klubba respektive en kola kostar. (2/0/0)



17. En rät linje har lutningen $k = 3{,}5$ och går genom punkten (2, 5)
Går linjen även genom en punkt med y-koordinaten -500? Motivera ditt svar. (0/1/0)

18. Hjördis är rörmokare och driver ett eget företag. Hon har fler jobb än hon hinner med och behöver anställa en ny person. I sin budget för nästa år tänker hon avsätta 350 000 kronor som ska räcka till både lön och arbetsgivaravgift för den nya personen.

Arbetsgivaravgiftens storlek är beroende av den anställdas ålder och månadslön. Se tabell.

Ålder	**Arbetsgivaravgift**
26 år och yngre	15,49 % av lönen
27 – 65 år	31,42 % av lönen
66 år och äldre	10,21 % av lönen

Efter anställningsintervjuer har Hjördis bestämt sig för att anställa Anton eller Niklas.

Anton som är 24 år har begärt en månadslön på 25 000 kronor.
Niklas som är 28 år har begärt en månadslön på 24 000 kronor.

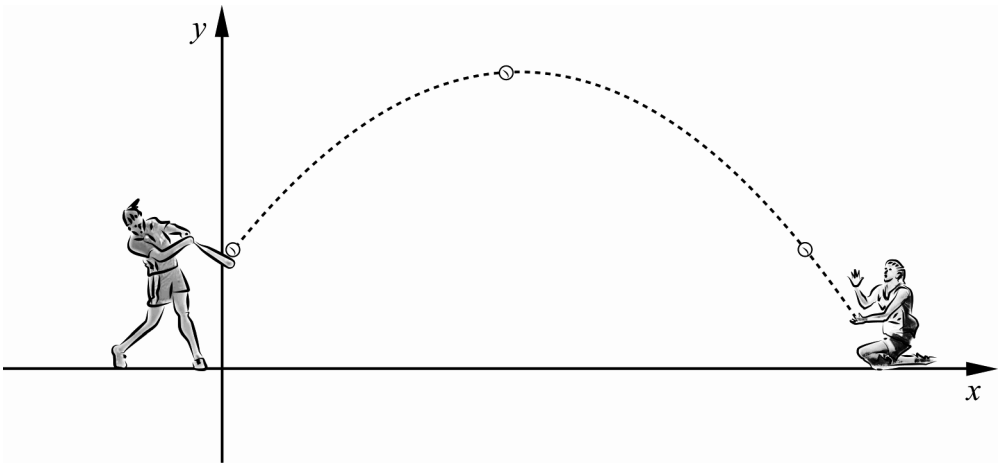
a) Beräkna den totala kostnaden som Hjördis får betala för lön och arbetsgivaravgift för Anton respektive Niklas. Kan Hjördis anställa vem som helst av dem och ändå klara budgeten på 350 000 kronor för nästa år? (2/0/0)

b) Hjördis företag omsätter 2 000 000 kronor per år. Med en nyanställd i företaget är hennes mål att omsättningen ska fördubblas på tre år. Med hur många procent måste då omsättningen i genomsnitt öka varje år? (0/2/0)

19. Bestäm konstanterna *a* och *b* så att ekvationssystemet $\begin{cases} y = ax + 1 \\ a = y - 3x \end{cases}$ får lösningen $x = 3$ och $y = 2b$ (0/2/0)

20. Adelina och Linda tränar brännboll. Adelina slår iväg bollen med ett slagträ och Linda tränar på att ta lyra, det vill säga fånga bollen innan den når marken.

Vid ett tillfälle kan bollens bana beskrivas med funktionen $y = -0{,}10x^2 + 2x + 1$
y är bollens höjd över marken i meter.
x är avståndet i meter längs marken från utslagsplatsen.



Hur långt från utslagsplatsen befinner sig Linda om hon fångar bollen 0,80 meter över marken? (0/3/0)

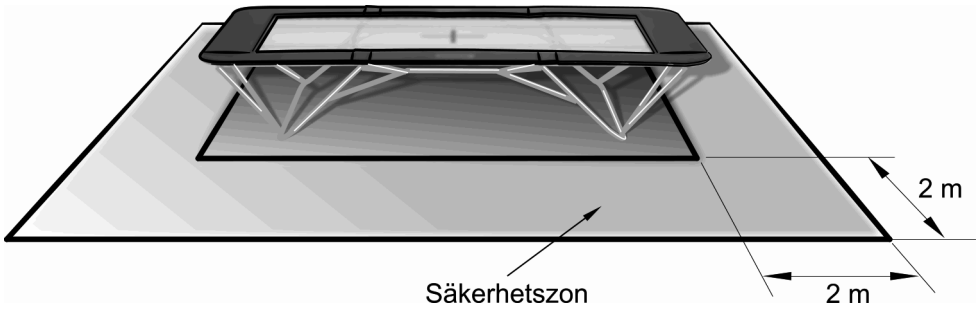
21. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2$

Bestäm alla värden på a så att $f(2a) = a$ (0/2/0)

22. För talen *x* och *y* gäller sambandet $x^2 + 2xy + y^2 = 9$

Visa algebraiskt att samtliga lösningar till sambandet kan beskrivas av två räta linjer. (0/1/1)

23. Företaget ”Lexelius Hopp och Studs” säljer rektangulära studsmattor. Varje studsmattas långsida är dubbelt så lång som dess kortsida. Företaget rekommenderar att det finns en 2,0 meter bred säkerhetszon runt studsmattan och att säkerhetszonens area ska vara minst tre gånger så stor som studsmattans area.



Bestäm måtten på en studsmatta som har en 2,0 meter bred säkerhetszon och där säkerhetszonens area är tre gånger så stor som studsmattans area. (0/0/4)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning 3
Bedömningsanvisningar 3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga 4
Provsammanställning – Kunskapskrav 5
Provsammanställning – Centralt innehåll 6
Kravgränser 7
Resultatsammanställning 7
Bedömningsformulär 8
Bedömningsanvisningar 9
Delprov B 9
Delprov C 10
Delprov D 12
Bedömda elevlösningar 15
Uppgift 10 15
Uppgift 12 15
Uppgift 13 17
Uppgift 14 17
Uppgift 17 19
Uppgift 20 20
Uppgift 22 21
Uppgift 23 22
Ur ämnesplanen för matematik 25
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c 26
Centralt innehåll Matematik kurs 2a 27

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. …
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 7_1 och 7_2 den första respektive andra poängen i uppgift 7.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1	1											
	2a	1											
	2b	1											
	3		1										
	4a		1										
	4b		1										
	5		1										
	6a_1	1											
	6a_2					1							
	6b					1							
	7_1							1					
	7_2											1	
	8a					1							
	8b									1			
	9a		1										
	9b											1	
C	10_1		1										
	10_2		1										
	11a			1									
	11b_1				1								
	11b_2				1								
	12_1			1									
	12_2							1					
	12_3							1					
	12_4								1				
	13_1												1
	13_2												1
	14_1											1	
	14_2											1	
	14_3												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1		1										
	15_2		1										
	16a			1									
	16b_1			1									
	16b_2			1									
	17								1				
	18a_1		1										
	18a_2				1								
	18b_1							1					
	18b_2							1					
	19_1							1					
	19_2							1					
	20_1							1					
	20_2							1					
	20_3								1				
	21_1					1							
	21_2						1						
	22_1							1					
	22_2											1	
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3											1	
	23_4												1
	Total	4	10	5	3	4	1	10	3	1	0	8	4
Σ	53	22				18				13			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																	
								Taluppfattning, aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring				Problem-lösning			
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4
B	1	1	0	0											x		x					
	2a	1	0	0													x					
	2b	1	0	0													x					
	3	1	0	0				x														
	4a	1	0	0							x											
	4b	1	0	0							x											
	5	1	0	0		x																
	6a	1	1	0							x											
	6b	0	1	0							x											
	7	0	1	1				x			x								x			
	8a	0	1	0											x							
	8b	0	0	1												x	x					
	9a	1	0	0								x										
	9b	0	0	1								x							x			
C	10	2	0	0							x											
	11a	1	0	0			x		x													
	11b	2	0	0						x												
	12	1	3	0			x								x				x		x	
	13	0	0	2					x		x											
	14	0	0	3					x		x								x			
D	15	2	0	0					x													
	16a	1	0	0						x												
	16b	2	0	0						x	x											
	17	0	1	0					x						x							
	18a	2	0	0	x																	
	18b	0	2	0	x						x											
	19	0	2	0						x	x								x			
	20	0	3	0							x				x		x		x		x	
	21	0	2	0							x				x							
	22	0	1	1				x	x		x				x				x			
	23	0	0	4			x				x				x		x		x		x	
Total		22	18	13																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 53 poäng varav 22 E-, 18 C- och 13 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 43 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Resultatsammanställning

Vid sammanställning av elevernas provresultat på poäng-, betygs- och förmågenivå kan med fördel bedömningsformuläret på nästa sida användas. Via TUV:s hemsida www.edusci.umu.se/np/np-2-4 finns även återrapporteringsfilen i vilken det är möjligt att skapa överskådliga elevprofiler i form av diagram. Inmatningen av elevresultat i återrapporteringsfilen underlättas om läraren har ifyllda bedömningsformulär tillgängliga.

För mer information om återrapportering av elevresultat, t.ex. lösenord till inloggningen, se Lärarinformationen.

Bedömningsformulär

Elev:_____ **Klass:**_____ **Provbetyg:** _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2a												
	2b												
	3												
	4a												
	4b												
	5												
	6a_1												
	6a_2												
	6b												
	7_1												
	7_2												
	8a												
	8b												
	9a												
	9b												
C	10_1												
	10_2												
	11a												
	11b_1												
	11b_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	12_4												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	14_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1												
	15_2												
	16a												
	16b_1												
	16b_2												
	17												
	18a_1												
	18a_2												
	18b_1												
	18b_2												
	19_1												
	19_2												
	20_1												
	20_2												
	20_3												
	21_1												
	21_2												
	22_1												
	22_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	23_4												
	Total												
Σ													

	Total	4	10	5	3	4	1	10	3	1	0	8	4
Σ	53	22				18				13			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (18) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($x_1 = 2\,,\, x_2 = -2$) +1 E_B

b) Godtagbart svar (4) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x^2 + 25$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($x_1 = -8$ och $x_2 = 8$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 4$) +1 E_P

5. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (25) +1 E_P

6. **Max 1/2/0**

a) Godtagbart ritad linje som går genom punkten (2, 4) eller har $k = 0{,}5$ +1 E_B

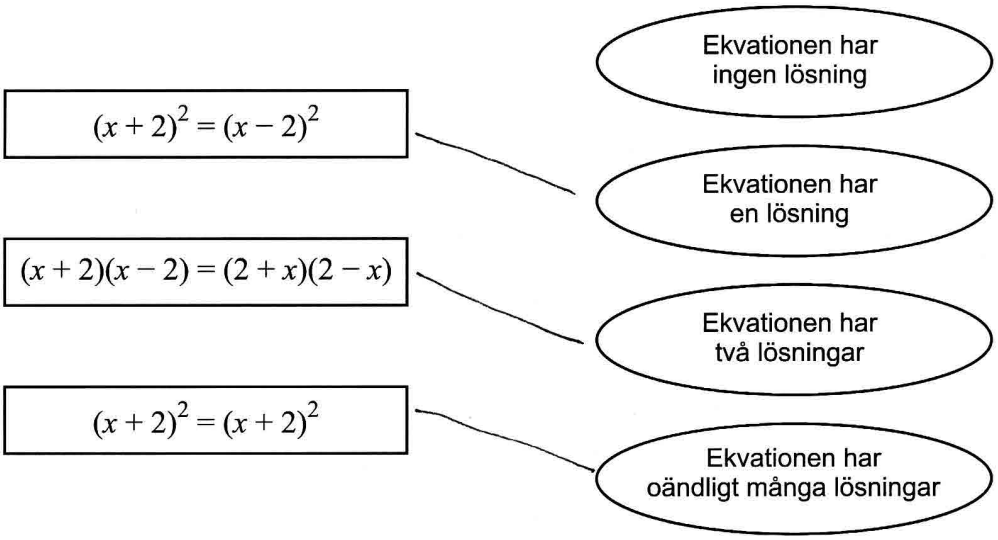
med korrekt ritad linje ($y = 0{,}5x + 3$) +1 C_B

b) Korrekt svar utifrån ritad linje i a) $\left(\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = 0{,}5x + 3 \end{cases} \right)$ +1 C_B

7. **Max 0/1/1**

Korrekt kombinerad ekvation och påstående i minst två fall +1 C_{PL}

med korrekt svar +1 A_{PL}



8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (Alternativ E: $-5 \le y \le 3$) +1 C_B

b) Godtagbart svar (0) +1 A_B

9. **Max 1/0/1**

a) Godtagbart svar inom intervallet $2{,}6 \le x \le 2{,}8$ +1 E_P

b) Godtagbart svar inom intervallet $-2{,}8 \le x \le -2{,}6$ +1 A_{PL}

Delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, påbörjar lösning genom att sätta in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 10$, $x_2 = 2$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ($y = 9x + 25$) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp och löser ekvationen $9x + 25 = 13x$ +1 E_R

med i övrigt godtagbart enkelt resonemang med korrekt svar (t.ex. ”Han måste ladda kortet med minst 7 resor”) +1 E_R

12. **Max 1/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck för hagens area, t.ex. $x(180 - 2x)$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer areafunktionens symmetrilinje +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Sidorna blir 45 och 90 meter.”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, x, y, $\sqrt{\ }$, $\pm$, index, parenteser, termer såsom andragradsfunktion, kurva, symmetri, symmetrilinje, nollställen, maximipunkt, största värde, area, sida samt hänvisning till *pq*-formel, figur med beteckningar etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar lösning av ekvationen $x^2 + 3{,}7 = 2x + m$ och kommer fram till $x = 1 \pm \sqrt{1 - 3{,}7 + m}$ +1 A_R

med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt svar (”Linjerna skär inte varandra om det blir negativt under rottecknet alltså $m < 2{,}7$ ”) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. sätter ut lämpliga beteckningar och tecknar någon ekvation som krävs för bestämning av a +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = \sqrt{12}$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=, x, y, k, \sqrt{\ }, \pm$, index, parenteser, termer såsom koordinater, bas, höjd, triangel, längd, sida, rätvinklig, linje, lutning, riktningskoefficient samt hänvisning till *pq*-formeln, räta linjens ekvation, likformighet, Pythagoras sats, figur med beteckningar etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 2x - 5$) +1 E_P

16. **Max 3/0/0**

a) Godtagbart svar (t.ex. ”x är priset på en klubba och y är priset på en kola.”) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. multiplicerar nedre ekvationen med -2 +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”En klubba kostar 3,50 kr och en kola kostar 1,50 kr”) +1 E_M

17. **Max 0/1/0**

Godtagbart resonemang med korrekt slutsats (t.ex. ”Ja, följer man linjen bakåt så blir y-värdet mindre och mindre”) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar årskostnaden för minst en av männen, Anton: 346 470 kronor, Niklas: 378 490 kronor +1 E_P

med i övrigt godtagbart enkelt resonemang med godtagbart svar (t.ex. ”Anton kan anställas men inte Niklas”) +1 E_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $4\,000\,000 = 2\,000\,000 \cdot a^3$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (26 %) +1 C_M

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder lösningen ($x = 3$, $y = 2b$) och tecknar ett nytt ekvationssystem +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = 4$ och $b = 6{,}5$) +1 C_{PL}

20. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0{,}8 = -0{,}10x^2 + 2x + 1$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (20 meter) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, x, y, $\sqrt{\ }$, $\pm$, index, parenteser, termer såsom andragradsfunktion, kurva, nollställe samt hänvisning till *pq*-formel, figur med beteckningar etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $(2a)^2 = a$ +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1 = 0$, $a_2 = 0{,}25$) +1 C_P

22. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats som leder fram till att ekvationen för en av linjerna bestäms +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning som visar att samtliga lösningar ges av de två räta linjerna $y = -x + 3$ och $y = -x - 3$ +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter lämpliga beteckningar på studsmattans respektive säkerhetszonens sidor och ställer upp ett uttryck för säkerhetszonens area +1 A_M

med korrekt uppställd ekvation för bestämning av någon relevant sida +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (bredd: 2,9 m, längd: 5,8 m) +1 A_M

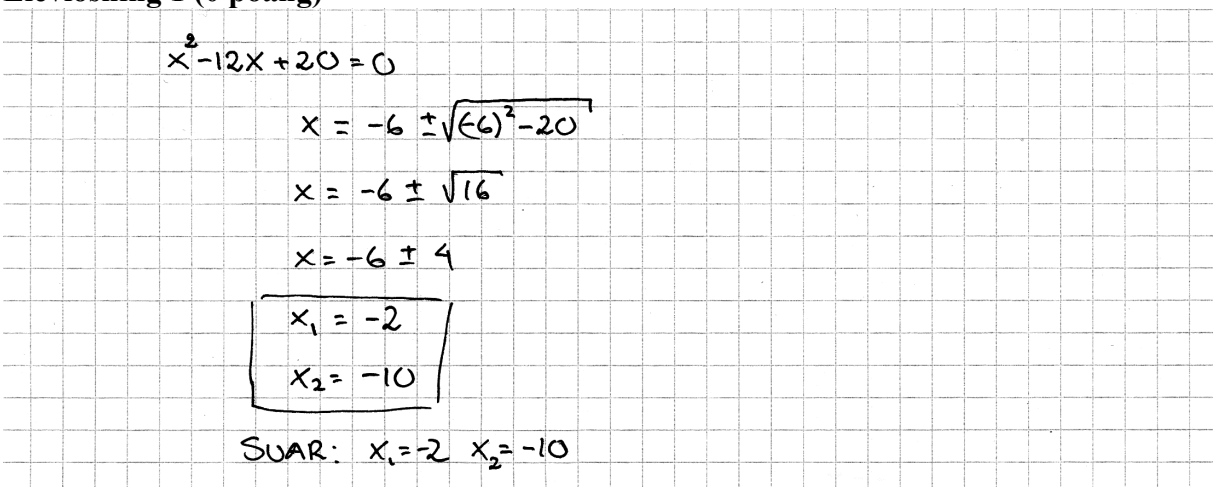
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=$, $\pm$, x, y, $\sqrt{\ }$, index, parenteser, termer såsom funktion, område, area, sida, längd samt hänvisning till *pq*-formel, figur med beteckningar etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10

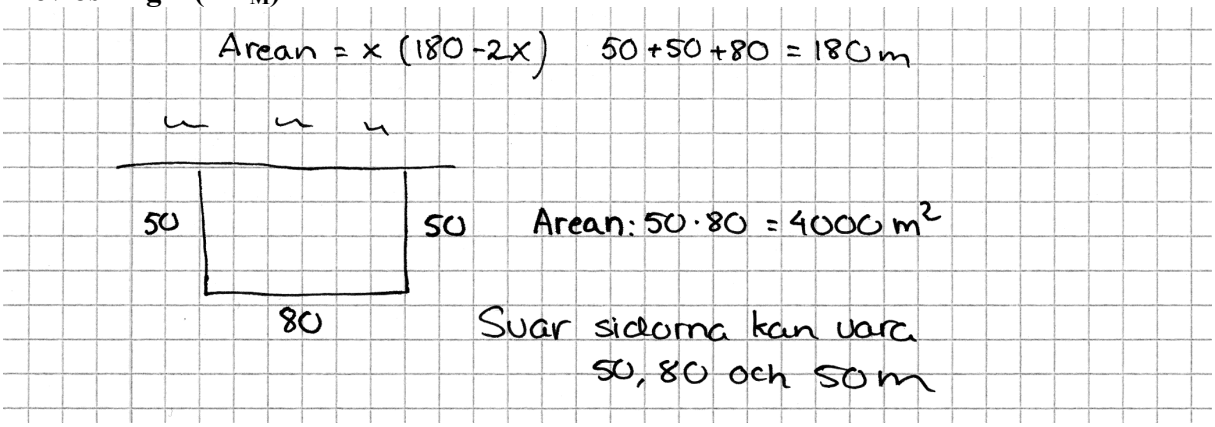
Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

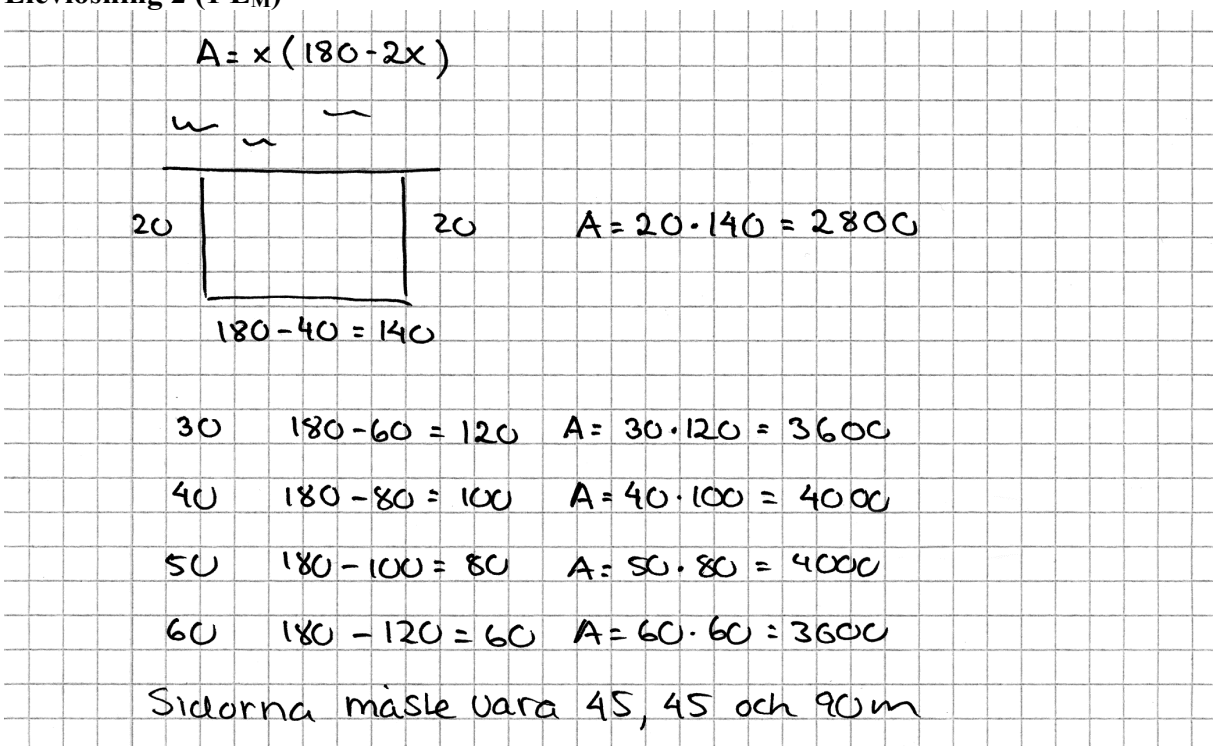
Uppgift 12

Elevlösning 1 (1 E_M)



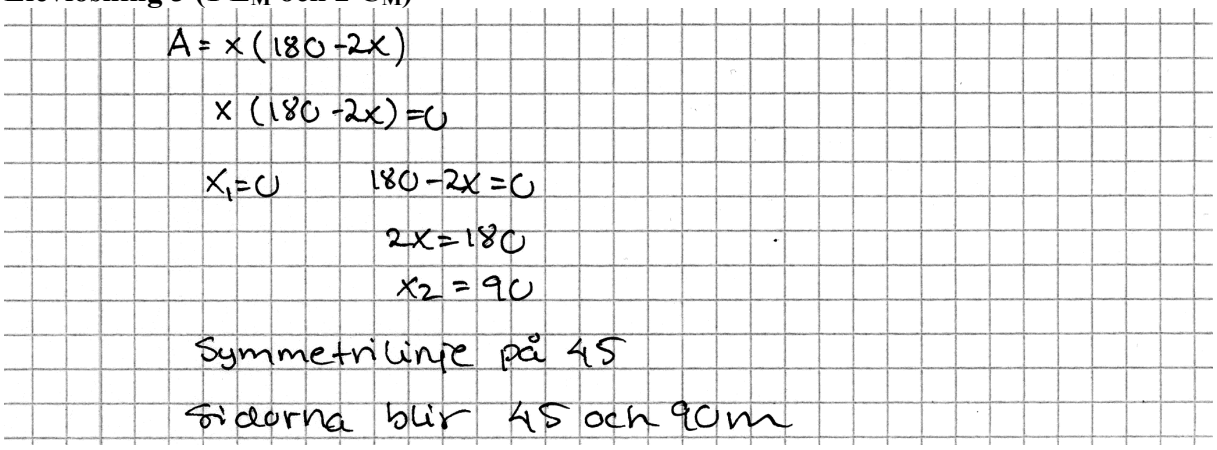
Kommentar: I lösningen tecknas ett uttryck för hagens area och sedan bestäms hagens sidlängder genom att utgå från specialfall. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_M)



Kommentar: Lösningen visar bestämning av hagens sidlängder genom prövning. Metoden ger ingen verifiering av vilka sidlängder som ger maximal area. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

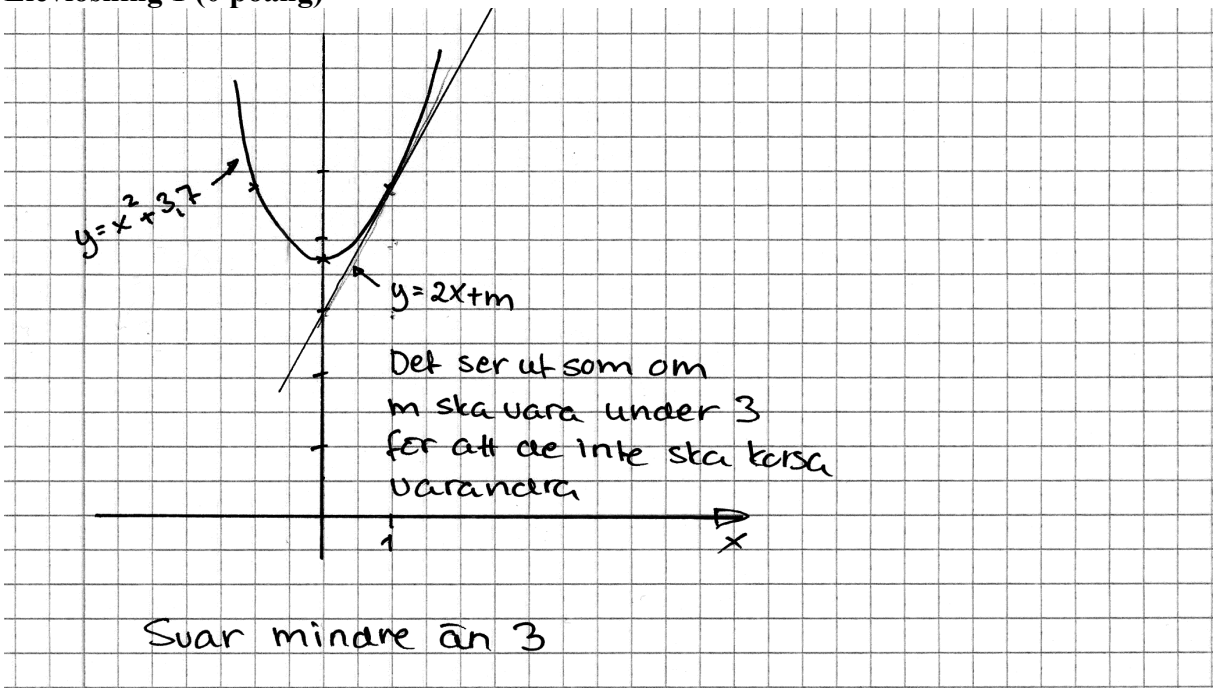
Elevlösning 3 (1 E_M och 2 C_M)



Kommentar: Lösningen visar bestämning av hagens sidlängder. Gällande kommunikation saknas förklaringar om varför nollställen bestäms och att det är symmetrilinjens värde som används vid bestämning av maximal area. Även redovisade beräkningar av sidlängderna saknas. Sammantaget bedöms lösningen ge en modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämt två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 13

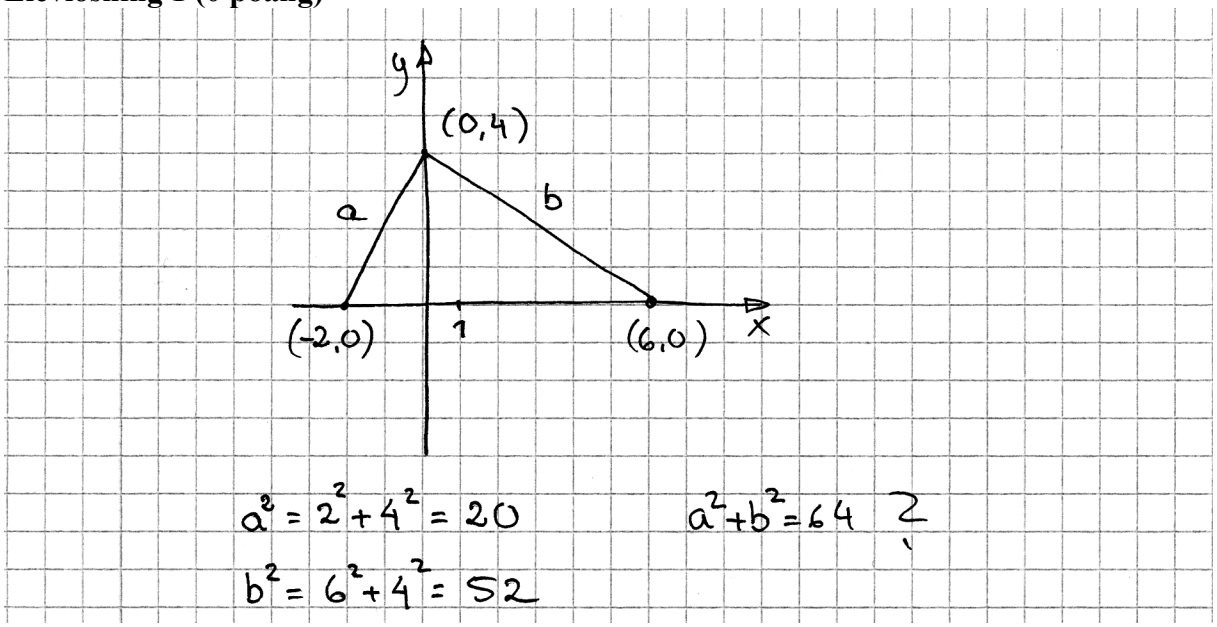
Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Lösningen visar en skiss över de båda kurvorna där lösningen söks med grafisk metod. Detta ger inte någon möjlighet till ett relevant resonemang som leder till korrekt svar. Lösningen bedöms ge noll poäng.

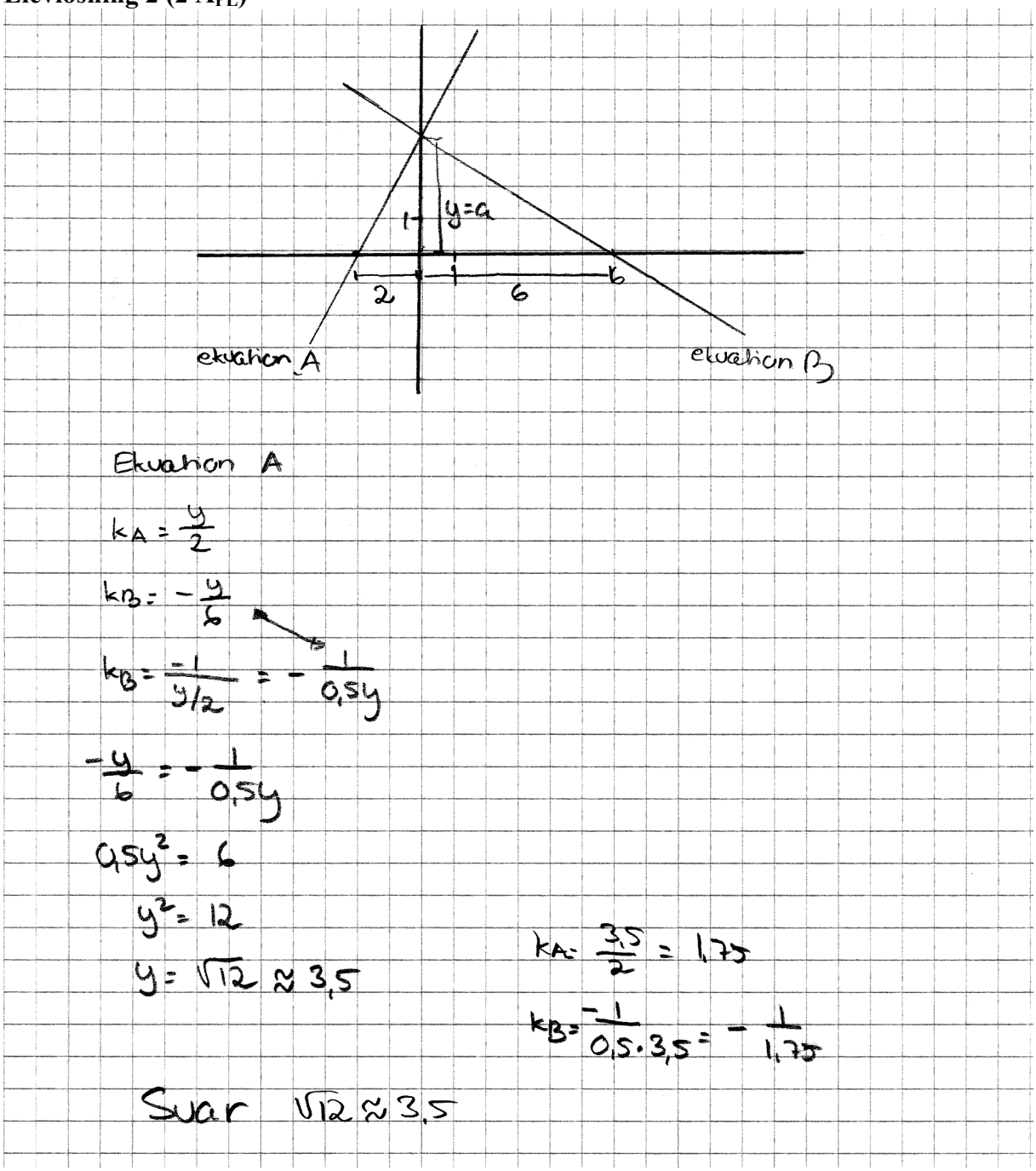
Uppgift 14

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Lösningen bygger på ett felaktigt antagande att $a = 4$. Eftersom inte generell metod används så uppfylls inte kraven för ansatspoängen gällande problemlösning på A-nivå.

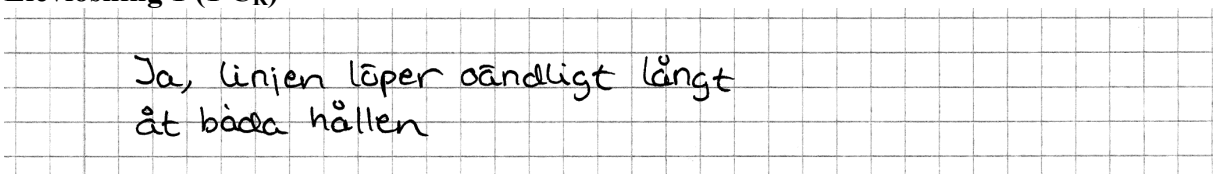
Elevlösning 2 (2 A_{PL})



Kommentar: I lösningen skrivs den generella beteckningen $(0, a)$ om till $(0, y)$ och används sedan vid tecknandet av riktningskoefficienterna för de linjer som sammanfaller med två av triangelns sidor. På rad fyra uttnyttjas, utan hänvisning, sambandet $k_A \cdot k_B = -1$ och på rad fem tecknas, utan hänvisning, en likhet som leder till korrekt svar. Dessa brister gör att lösningen inte är lätt att följa och förstå. Därmed uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två problemlösningspoäng på A-nivå.

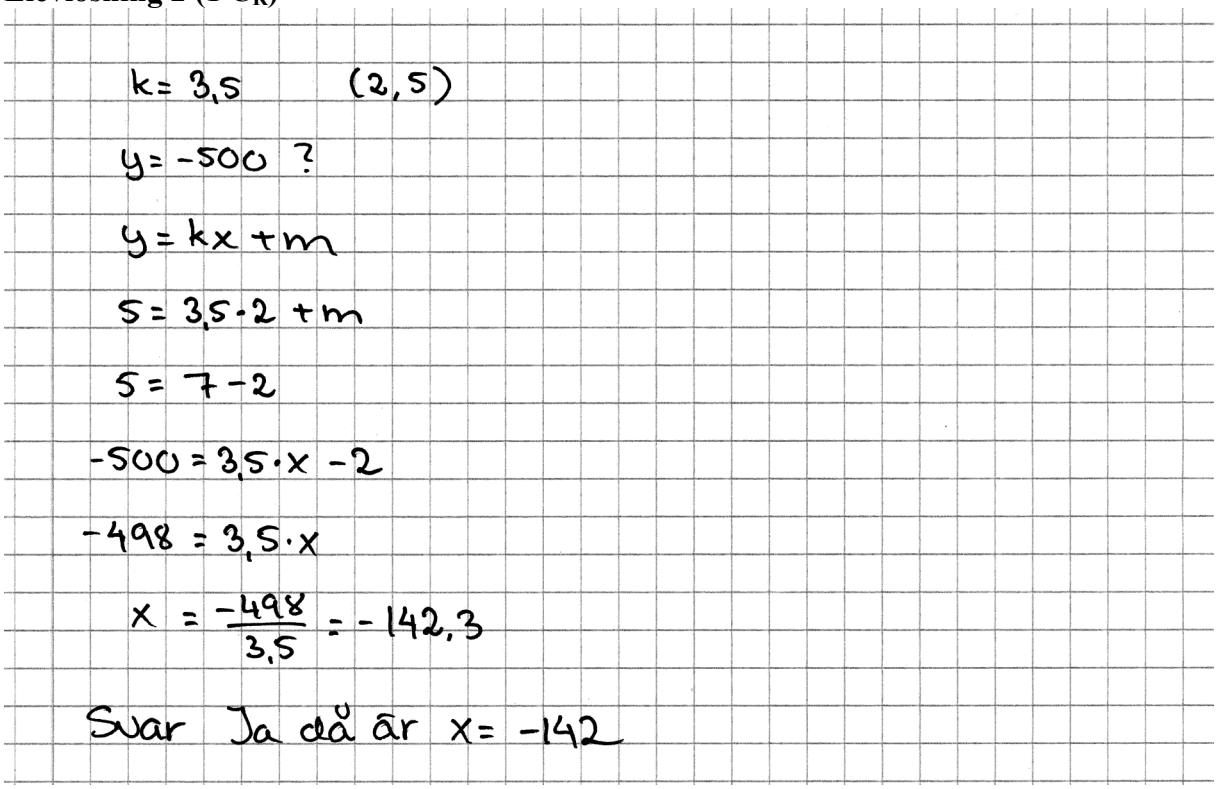
Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 C_R)



Kommentar: Lösningen visar en godtagbar kommentar med en något vag innebörd. Lösningen bedöms nätt och jämnt ge en resonemangspoäng på C-nivå.

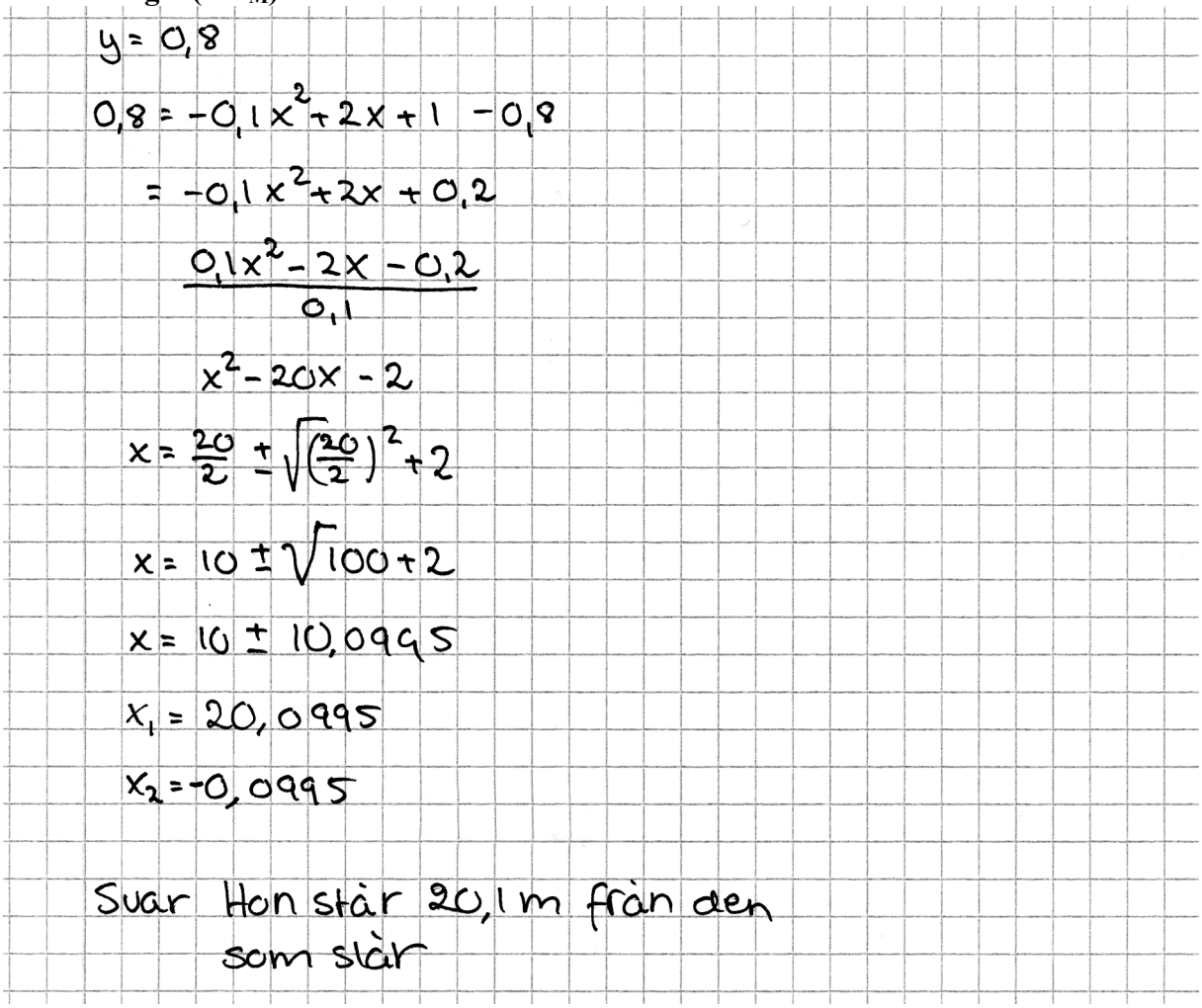
Elevlösning 2 (1 C_R)



Kommentar: Elevlösningen visar beräkningar som verifierar att det finns en punkt på linjen med ett x-värde som motsvarar $y = -500$. Lösningen bedöms ge en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (2 C_M)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Kraven för kommunikationspoäng på C-nivå uppfylls inte då redovisningen av ekvationslösningen är bristfällig, likhetstecknet används felaktigt eller och rottecknet skrivs inte korrekt. Motivering till varför ena roten utesluts saknas. Lösningen bedöms därmed ge två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (0 poäng)

$x^2 + 2xy + y^2 = 9$

$x=0 \Rightarrow \quad 0^2 + 2\cdot 0 \cdot y + y^2 = 9$

$y^2 = 9$

$y = \pm 3$ $\quad (0, 3)$ $\quad (0, -3)$

$x=1 \Rightarrow \quad 1^2 + 2\cdot 1 \cdot y + y^2 = 9$

$1 + 2y + y^2 = 9$

$y^2 + 2y + 1 = 9$

$y^2 + 2y - 8 = 0$

$y = -1 \pm \sqrt{9}$

$y = -1 \pm 3$ $\quad y_1 = -4$ $\quad (1, -4)$

$y_2 = 2$ $\quad (1, 2)$

$x=2 \quad 2^2 + 2\cdot 2 \cdot y + y^2 = 9$

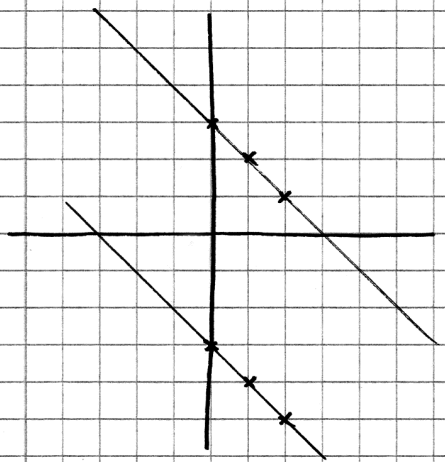
$4 + 4y + y^2 = 9$

$y^2 + 4y - 5 = 0$

$y = -2 \pm \sqrt{9}$

$y = -2 \pm 3$ $\quad y_1 = -5$ $\quad (2, -5)$

$y_2 = 1$ $\quad (2, 1)$



Svar $\quad -x + 3 = y$

$-x - 3 = y$

Kommentar: Elevlösningen visar hur några punkter plottas i ett koordinatsystem och sammanbinds till linjer. Eftersom lösningen baseras på specialfall så visar den inte explicit att samtliga lösningar bestämts. Lösningen ges därmed noll poäng.

Elevlösning 2 (1 C_{PL})

$x^2 + 2xy + y^2$

$(x+y)^2 = 9$

$\sqrt{(x+y)^2} = \sqrt{9}$

$x + y = 3$

Lösn 1 $y = -x + 3$

Lösn 2 $x - 3 = y$

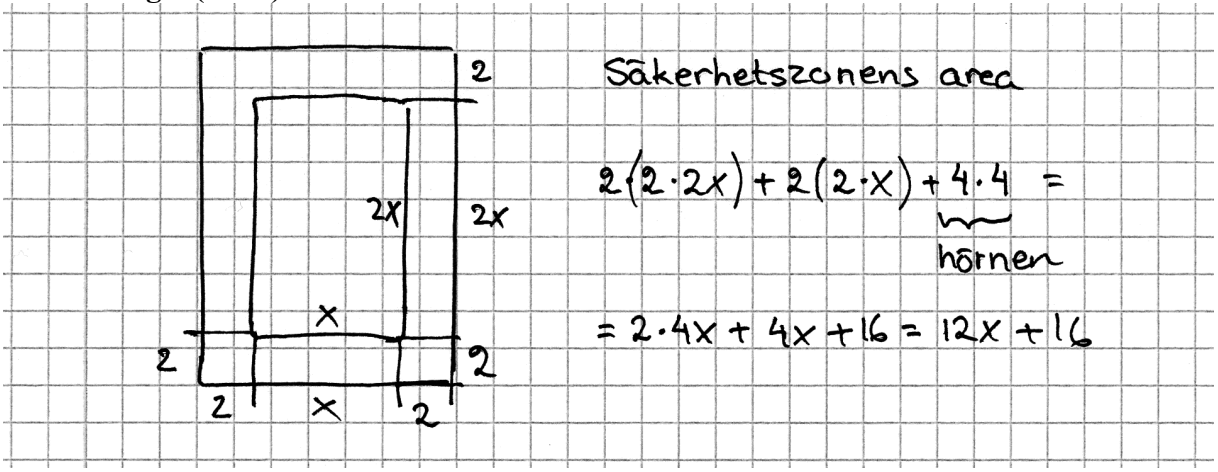
Svar $x - 3 = y$

$y = -x + 3$

Kommentar: Lösningen visar en korrekt behandling av kvadreringsregeln. I samband med att kvadratroten dras ur respektive led missas en av lösningarna. Detta får till följd att endast en linje bestäms korrekt. Sammantaget bedöms lösningen ge en problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_M)



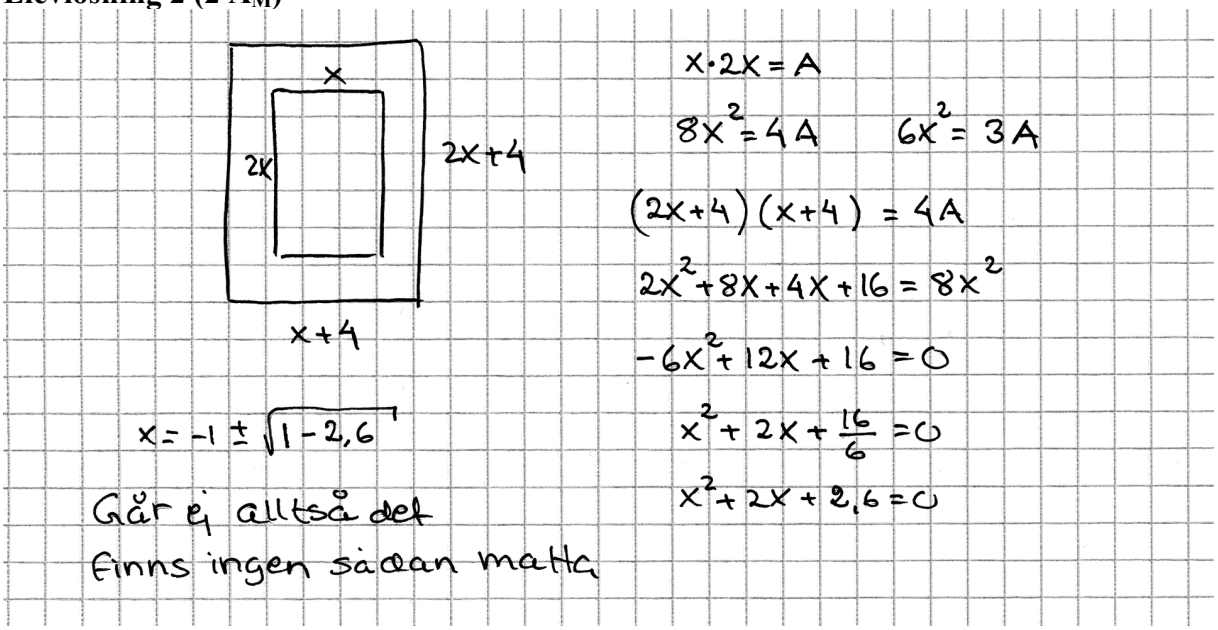
Säkerhetszonens area

$2(2 \cdot 2x) + 2(2 \cdot x) + 4 \cdot 4 =$ (hörnen)

$= 2 \cdot 4x + 4x + 16 = 12x + 16$

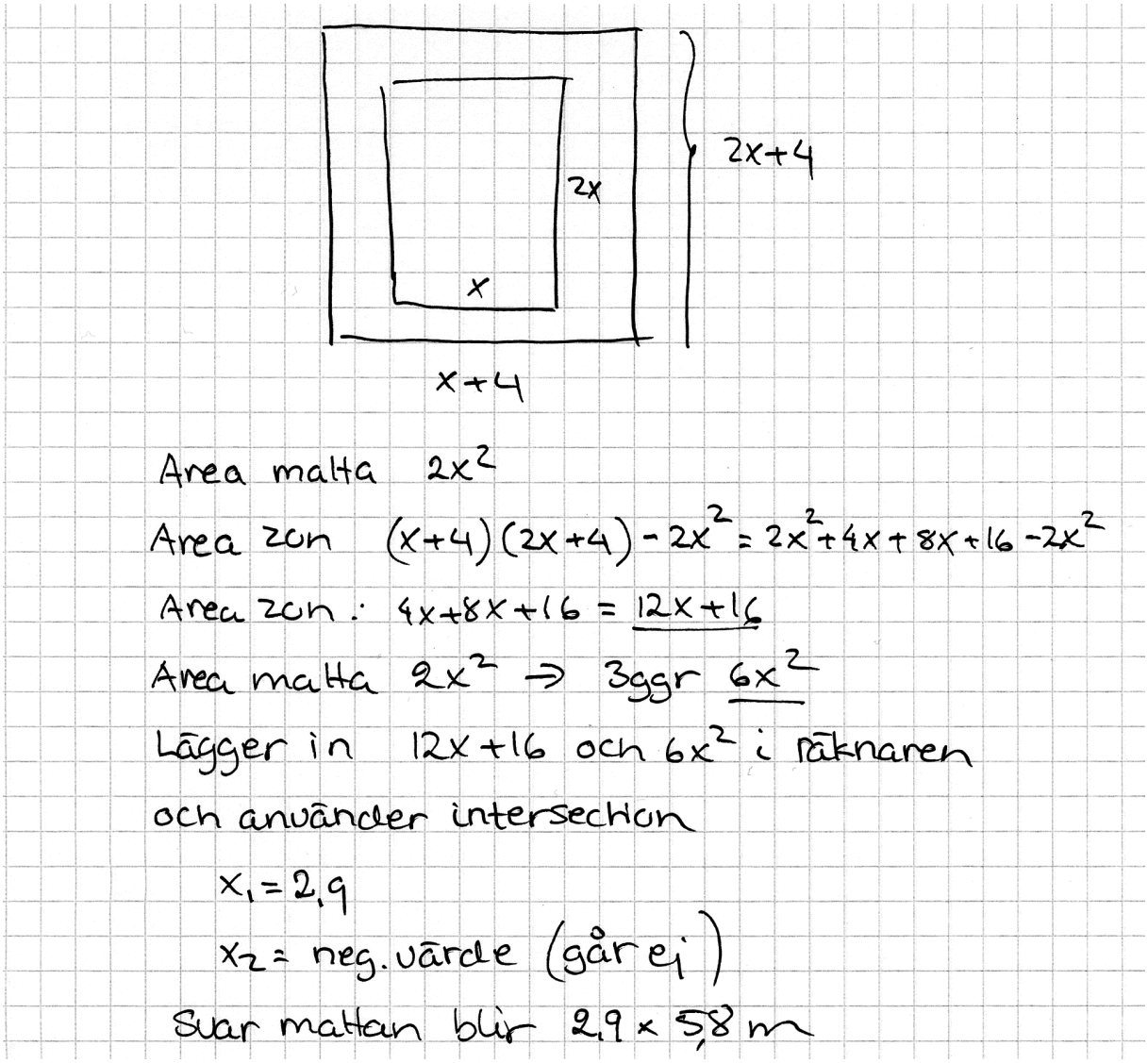
Kommentar: Lösningen visar figur med korrekt införda beteckningar och ett korrekt uttryck för säkerhetszonens area. Lösningen ges därmed den första modelleringspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_M)



Kommentar: Lösningen visar figur med korrekta beteckningar och ett korrekt uttryck för en area som inkluderar både säkerhetszon och studsmatta. Vid lösning av andragradsekvationen görs ett teckenfel vid division med -6. Lösningen bedöms ge två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_M och 1 A_K)



Kommentar: Lösningen visar figur med korrekta beteckningar och korrekta areauttryck för matta och zon. Räknare och dess funktion *intersection* används för bestämning av mattans sida. Lösningen är lätt att följa och förstå och ges därmed samtliga poäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T3 Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T6 Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T8 Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

G1 Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
G2 Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

F1 Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
F2 Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
F4 Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P2 Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.