

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).

Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 22 E-, 22 C- och 17 A-poäng.

Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 31 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

- 19.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, skriver om exponenten med formeln för dubbla vinkeln +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($e^{-\frac{1}{2}}$) +1 A_{PL}

- 20.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t ex resonerar korrekt om vad som skiljer graferna för stora x +1 A_R
 med ett i övrigt välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats ($f_1: A, f_2: C, f_3: D, f_4: B$) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.





Delprov D

- 21.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t ex bestämmer $|z|$ +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($z = 5(\cos 127^\circ + i \sin 127^\circ)$) +1 E_P

- 22.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, anger att totala regnmängden bestäms av $\int_0^{10} x \sin \frac{\pi x}{10} dx$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (32 mm) +1 E_M

- 23.** **Max 2/1/0**
- Godtagbar ansats, t ex bestämmer x -koordinaten för skärningspunkten mellan kurvorna, $x \approx 0,9197$ +1 E_{PL}
 med korrekt tecknat uttryck för bestämning av någon relevant area,
 t ex $\int_{0,5}^{0,9197} (4x - 2) dx$ +1 E_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,06 a.e.) +1 C_{PL}

- 24.** **Max 1/2/0**
- a) Godtagbart lösning med godtagbart svar (35 %) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, t ex ställer upp en korrekt ekvation eller olikhet +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,0 h) +1 C_M
- 25.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer en primitiv funktion till $f''(x)$ +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar
 $(f'(x) = \sin x + \frac{\cos 2x}{2} + 1,5)$ +1 C_{PL}
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 26.** **Max 0/2/2**
- Godtagbar ansats, ställer upp kedjeregeln och identifierar $\frac{dV}{dr}$ eller $\frac{dr}{dt}$,
 t ex $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot 3,5$ +1 C_M
 med godtagbar fortsättning, beräknar $\frac{dV}{dt}$, 1583 cm³/s +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,5 s) +1 A_M
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 27.** **Max 0/1/2**
- Godtagbar ansats, ställer upp en integral för bestämning av någon relevant
 volym, t ex $\int_0^3 \pi \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{2} \right)^2 dx$ +1 C_M
 med godtagbar fortsättning, t ex ställer upp korrekt uttryck för de integraler
 som behövs för att bestämma glasmassans volym,
 $\int_0^3 \pi \left(\frac{\sqrt{2x+1}}{2} \right)^2 dx$ och $\int_{0,25}^3 \pi \left(\frac{\sqrt{2x-0,5}}{2} \right)^2 dx$ +1 A_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,5 dm³) +1 A_M

28.

Max 0/1/3

Godtagbar ansats, bestämmer $h''(0)$ för ett specialfall *eller*
bestämmer $h'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$

+1 C_P

med godtagbar fortsättning,

bestämmer $h''(x) = 2f'(x) \cdot f'(x) + 2f(x) \cdot f''(x)$

+1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14)

+1 A_P

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Uppgift 25.

Elevlösning 25.1 (1 C_P och 1 C_{PL})

$$\begin{aligned}
 y &= 1 & x &= 0 & f''(x) &= \cos x - \sin 2x \\
 f'(x) &= 2 & f' &= \sin x + \frac{\cos 2x}{2} + C \\
 f'(0) &= 2 = \sin 0 + \frac{\cos 2 \cdot 0}{2} + C = \frac{1}{2} + C \\
 \Rightarrow C &= 1,5 \Rightarrow f'(x) &= \sin x + \frac{\cos 2x}{2} + 1,5
 \end{aligned}$$

Kommentar: I elevlösningen bestäms $f'(x)$ korrekt vilket ger procedur- och problemlösningsspoängen på C-nivå. När det gäller kommunikation skrivs felaktigt $f'(x) = 2$. På rad 3 används likhetstecken på ett ostrukturerat sätt och förklaring saknas till varför $f'(0) = 2$. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoängen på C-nivå inte anses vara uppfyllda.

Elevlösning 25.2 (1 C_P, C_{PL} och 1 C_K)

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \cos(x) - \sin(2x) \Rightarrow \\
 f'(0) &= 2 & f'(x) &= \sin(x) + \frac{\cos(2x)}{2} + C \Rightarrow \\
 f(0) &= 1 & f(x) &= -\cos(x) + \frac{\sin(2x)}{4} + Cx + D \\
 & & f(0) &= -1 + 0 + 0 + D = 1 \\
 & & \Rightarrow D &= 2 \\
 & & f'(0) &= 0 + \frac{1}{2} + C = 2 \\
 & & \Rightarrow C &= 1,5 \\
 & & f'(x) &= \sin(x) + \frac{\cos(2x)}{2} + 1,5
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller en korrekt bestämning av $f'(x)$. När det gäller kommunikation saknas förklaring till varför $f'(0) = 2$ och en onödig bestämning av $f(x)$ görs på rad 3–5. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 26.

Elevlösning 26.1 (2 C_M och 1 A_M)

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \quad r' = 3,5 \text{ cm/s} = 0,35 \text{ dm/s}$$

$$V' = \frac{4\pi}{3} 3r^2 = 4\pi r^2$$

$$V' = 4\pi r^2 \cdot r' \\ = 4\pi \cdot 0,6^2 \cdot 0,35 = 1,583 \text{ dm}^3/\text{s}$$

Konstant hastighet $\rightarrow V' = \frac{V}{t} \rightarrow t = \frac{V}{V'}$

$$t = \frac{V}{V'} = \frac{5,5 \text{ dm}^3}{1,583 \text{ dm}^3/\text{s}} = \underline{\underline{3,47 \text{ s}}}$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller en korrekt bestämning av den efterfrågade tiden. När det gäller kommunikation används beteckningen V' för såväl $\frac{dV}{dr}$ som $\frac{dV}{dt}$ vilket medför att lösningen inte är helt lätt att följa och förstå. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå och en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 26.2 (2 C_M, 1 A_M och 1 A_K)

$$V = 5,5 \text{ liter} \quad \frac{dr}{dt} = 3,5 \text{ cm/s} = 0,35 \text{ dm/s}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \quad \text{då } r = 0,6 \text{ dm}$$

liter = dm³

$$\frac{dV}{dr} = V' = \frac{3 \cdot 4\pi r^2}{3} = 4\pi r^2$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = 4\pi \cdot 0,6^2 \cdot 0,35 = 1,58 \text{ liter/s}$$

Konstant hastighet: $V = \frac{dV}{dt} \cdot t$

$$t = \frac{5,5}{1,58} = \underline{\underline{3,47 \text{ s}}}$$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt. När det gäller kommunikation används symboler och beteckningar korrekt. Det saknas förklarande text vilket gör lösningen något ottydlig men trots denna brist anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nått och jämnt vara uppfyllda. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

Uppgift 28.

Elevlösning 28.1 (1 Cp)

$$f(0) = -1 \quad f(x) = x^2 + 3x - 1 \quad \rightarrow \quad f(0) = -1$$

$$f'(0) = 3 \quad f'(x) = 2x + 3 \quad \rightarrow \quad f'(0) = 3$$

$$f''(0) = 2 \quad f''(x) = 2 \quad \rightarrow \quad f''(0) = 2$$

$$h(x) = (f(x))^2 = (x^2 + 3x - 1)^2$$

$$h'(x) = (2 \cdot (2x + 3))(x^2 + 3x - 1)$$

$$(4x + 6)(x^2 + 3x - 1) = 4x^3 + 12x^2 - 4x + 6x^2 + 18x - 6 =$$

$$4x^3 + 18x^2 + 14x - 6$$

$$h''(x) = 12x^2 + 36x + 14$$

$$h''(0) = 14$$

Svar: 14

Kommentar: Elevlösningen utgår från ett specialfall som uppfyller de givna villkoren och innehåller en godtagbar redovisning av hur $h''(0)$ beräknas för detta specialfall. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen uppfyller därmed kraven för procedurpoängen på C-nivå.

Elevlösning 28.2 (1 C_p och 2 A_p)

$$f(0) = -1$$

$$f'(0) = 3$$

$$f''(0) = 2$$

$$h(x) = (f(x))^2$$

$$h'(x) = f$$

$$h(x) = f(x) \cdot f(x)$$

$$h'(x) = f'(x) \cdot f(x)$$

$$h'(x) = f'(x) \cdot f(x) + f'(x) \cdot f(x)$$

$$= 3 \cdot -1 + 3 \cdot (-1)$$

$$= -3 - 3 = -6 \quad (\text{om det slutat})$$

$$h'(x) = f'(x) \cdot f(x) + f'(x) \cdot f(x) = 2 f'(x) \cdot f(x)$$

$$h''(x) = f'(x) \cdot f'(x) + f''(x) \cdot f(x) + f'(x) \cdot f'(x) + f''(x) \cdot f(x)$$

$$h''(0) = 3 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 + 2 \cdot (-1)$$

$$= 9 + (-2) + 9 + (-2) = 14$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller en godtagbar bestämning av $h''(0)$ för en generell funktion vilket uppfyller kraven för de tre procedurpoängen. När det gäller kommunikation innehåller lösningen ovidkommande och felaktig information på femte och sjunde raden som sedan inte används. Efter bestämningen av $h'(x)$ övergår detta till en ovidkommande bestämning av $h'(0)$ utan att beteckningen ändras. Dessa brister gör att lösningen inte blir helt lätt att följa och förstå och att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå ej anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen en procedurpoäng på C-nivå och två procedurpoäng på A-nivå.

Elevlösning 28.3 (1 C_p, 2 A_p och 1 A_k)

$$h(x) = (f(x))^2$$

$$f(0) = -1$$

$$f'(0) = 3$$

$$h'(x) = 2(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$f''(0) = 2$$

$$h''(x) = 2 \cdot (f'(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f''(x))$$

$$h''(0) = 2 \cdot (3 \cdot 3 + (-1) \cdot 2)$$

$$h''(0) = 2 \cdot 7$$

$$h''(0) = 14$$

Kommentar: Elevlösningen utgår från en generell funktion och $h''(0)$ bestäms korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och det matematiska språket är korrekt. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive kommunikationspoängen på A-nivå.