Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=,\ \neq,\ <,\ >,\ \leq,\ \geq,\ \approx,\ \pm,\ \sqrt{\ },\ f(x),\ f'(x),\ f''(x),\ x,\ y,\ (\ ),\ [\ ],\ \int,\ \mathrm{d}x,$ gradtecken, index, lim, VL, HL, $\sin v$, $\sin^2 v$
Termer	t.ex. komplext tal, komplext talplan, real-/imaginärdel, polär/rektangulär form, absolutbelopp, argument, konjugat, reell/komplex rot, enhetscirkel, period, amplitud, fasförskjutning, radian, ekvation, funktion, funktionsvärde, definitionsmängd, värdemängd, koefficient, nollställe, skärningspunkt, graf, asymptot, derivata, andraderivata, förändringshastighet, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, växande, avtagande, integral, integrationsgräns, primitiv funktion, längd-/area-/volymenhet, rotationskropp, intervall, sannolikhetsfördelning, normalfördelning, täthetsfunktion, standardavvikelse, polynomdivision, differentialekvation, begynnelsevillkor
Hänvisningar	t.ex. till de Moivres formel, avståndsformeln, faktorsatsen, enhetscirkeln, trigonometriska formler, deriveringsregler, kedjeregeln, figur
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabell, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 22 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

20. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t ex inser att lösningarna fås genom lösning av ekvationerna $\cos x = -1$, $\cos x = 0{,}5$ samt $\cos x = 2$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 180° + n \cdot 360°$, $x_2 = \pm 60° + n \cdot 360°$) +1 A_{PL}

21. **Max 0/1/3**

a) Godtagbar ansats, t ex bestämmer andraderivatan korrekt, $f'' = 4 - 3\sin\dfrac{x}{2}$ +1 C_P

med godtagbar motivering till att f saknar maximipunkt +1 A_R

b) Visar med ett godtagbart resonemang att f' har ett nollställe och att extrempunkten är en minimipunkt +1 A_R

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

22. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar ($80°$) +1 E_B

23. **Max 2/1/0**

a) Korrekt svar (16 m) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, visar insikt om att det sökta värdet motsvaras av $y'(10)$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,7 m/h) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex tecknar integralen $\pi\int_0^3 \left(\sqrt{4x-x^2}\right)^2 \mathrm{d}x$ +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (28,3 v.e.) +1 E_P

25. **Max 2/0/0**

Anger minst en godtagbar rot till ekvationen +1 E_P

med godtagbart svar ($x_1 \approx -2{,}09;\ x_2 \approx -1{,}13$ och $x_3 \approx 3{,}22$) +1 E_P

26. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp ett korrekt integraluttryck för den mängd som rinner ut på 15 min +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (12 000 liter) +1 C_M

27. **Max 0/5/0**

a) Godtagbar ansats, t ex använder kedjeregeln och ställer upp sambandet $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (8,7 cm/min) +1 C_{PL}

b) Godtagbar ansats, t ex ställer upp sambandet $r = h \cdot \tan 38°$ +1 C_R

med ett i övrigt utförligt resonemang som visar att $V = 0{,}64h^3$ +1 C_R

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

28. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $h(x) = 1{,}4$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($-0{,}26$) +1 C_M

Kommentar: Även svaret 0,26 eller motsvarande svar i procent eller grader anses vara godtagbart.

29. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer minst tre av följande punkter

- förskjutning i x-led
- förskjutning i y-led
- amplitud
- period +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t ex $f(x) = 2\sin(x - \frac{\pi}{6}) + 3$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

30. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, t ex visar insikt om att strömmen kan beskrivas med en primitiv funktion +1 C_M

med godtagbar fortsättning, tecknar en ekvation för bestämning av den sökta tiden +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,2 h) +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Uppgift 23b

Elevlösning 1 (1 E_M)

$y' = -8 \cdot 0{,}52 \sin 0{,}52x = -4{,}16 \sin 0{,}52x$

$y'(10) = -4{,}16 \sin(0{,}52 \cdot 10) \approx 3{,}7$

Svar: Hastigheten är 3,7

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt beräkning av $y'(10)$. Eftersom enhet saknas anses svaret inte vara godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 27

Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 2 C_R)

a) $V' = 1{,}92h^2$

$15 = \frac{dh}{dt} \cdot 1{,}92 \cdot 3^2$

$\frac{dh}{dt} \approx 0{,}87$

Svar: 0,87 dm/min

b) $V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi h^2 \tan^2 38° \cdot h}{3} \approx$

$\approx \frac{\pi h^2 \cdot 0{,}61h}{3} \approx 0{,}64h^3$ V.S.V.

Kommentar: Elevlösningen är knapphändig men behandlar uppgiften i sin helhet. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två problemlösningspoäng och två resonemangspoäng på C-nivå. Gällande kommunikation saknas förklaringar till beräkningarna i båda deluppgifterna. Det är inte lämpligt att använda beteckningen V' i detta sammanhang. I och med dessa brister anses inte lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL}, 2 C_R och 1 C_K)

a) $\frac{dV}{dt} = 15$ l/min $\quad \frac{dh}{dt}$ vill vi veta

$V = 0{,}64h^3 \quad V'(h) = 1{,}92h^2$

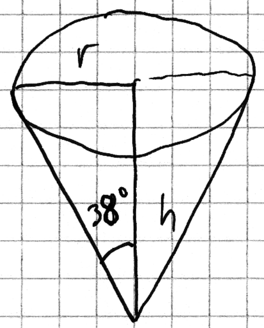
$$\frac{dV}{dt} \Big/ \frac{dV}{dh} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dh}{dV} = \frac{dh}{dt}$$

$$15/1{,}92h^2 = \frac{dh}{dt} \qquad h = 3 \text{ dm}$$

$$15/(1{,}92 \cdot 3^2) \approx 0{,}868 \text{ dm/min}$$

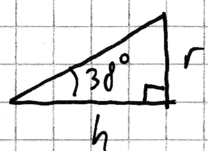
vattennivån ökar med cirka 0,87 dm/min

b)



såhär kan hon ha gjort:

$$V_{kon} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$



$$\tan 38° = \frac{r}{h}$$

$$\tan(38°) \cdot h = r$$

$$r \approx 0{,}78h$$

$$V_{kon} = \frac{\pi \cdot (0{,}78h)^2 \cdot h}{3} \approx 0{,}64h^3 \quad \text{VSV.}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation förklaras beräkningarna i båda deluppgifterna och lösningen innehåller en förtydligande figur till b)-uppgiften. Lösningen anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 29

Elevlösning 1 (2 A_{PL})

$\left(\frac{2\pi}{3}, 5\right) \quad \left(\frac{5\pi}{3}, 1\right)$

$y = A \sin k(x + \varphi) + B$

$5 - 1 = 4$

$A = 2$

$5 + 1 = 6$

$B = 3$

$\frac{5\pi}{3} = 300^\circ \quad \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$

$300^\circ - 120^\circ = 180^\circ$

$k = 1$

$120^\circ - 90^\circ = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

$\varphi = -\frac{\pi}{6}$

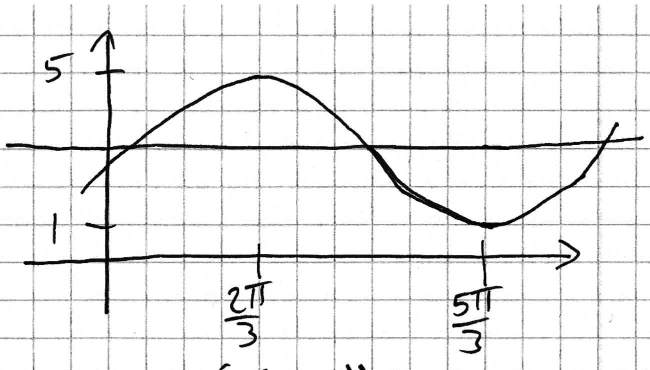
<u>Svar:</u> $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3$

Kommentar: Elevlösningen är knapphändig men behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation saknas förklaringar till beräkningarna, t ex saknas helt motivering till varför $k = 1$. Även förklaring till varför förskjutningen i x-led är $-\frac{\pi}{6}$ saknas. I och med detta anses inte lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_{PL} och 1 A_K)

maximipunkt $\left(\frac{2\pi}{3}, 5\right)$

minimipunkt $\left(\frac{5\pi}{3}, 1\right)$



Trigonometrisk funktion: $y = A\sin(k(x+d)) + C$

$A = \frac{\text{största värde} - \text{minsta värde}}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

perioden $= \frac{360}{k} = \frac{2\pi}{k}$

Från $\frac{2\pi}{3}$ till $\frac{5\pi}{3}$ är det en halv period

$\frac{5\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{3} = \pi$

1 period är då $2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$

C = hur den är förskjuten i y-led. Värdet mittemellan största och minsta värdet, alltså då $y = 3$

För kurvan $y = \sin x$ blir största värdet vid $\sin x = 1$, alltså då $x = \frac{\pi}{2}$

MEN vi har största värdet vid $\frac{2\pi}{3}$ vilket betyder att kurvan är förskjuten $\frac{\pi}{6}$ rad åt höger $d = \frac{\pi}{6}$

kurvan blir då $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet även om bestämningen av förskjutningen i x-led är felaktig. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå då det motiveras tydligt hur amplitud, period och förskjutning i y-led beräknas. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på A-nivå samt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 30

Elevlösning 1 (1 C_M)

Under den första timmen konstant 1,5 A

Efter det minskar med

$$\frac{dy}{dx} = -0{,}468\,e^{-0{,}36(x-1)}$$

y – strömmen i ampere
x – tiden i timmar

Fulladdat 0,4 A

Minskning 1,5 − 0,4 = 1,1 A

$$\int_0^x -0{,}468\,e^{-0{,}36(x-1)}\,dx = 1{,}1$$

$$\int_0^x -0{,}468\,e^{-0{,}36(x-1)}\,dx = \left[\frac{-0{,}468\,e^{-0{,}36(x-1)}}{-0{,}36}\right]_0^x =$$

$$= 1{,}3\,e^{-0{,}36(x-1)} - 1{,}3 \cdot e^0 = 1{,}1$$

$$1{,}3\,e^{-0{,}36(x-1)} = 2{,}4$$

$$e^{-0{,}36(x-1)} = 1{,}846153846$$

$$-0{,}36(x-1) = -\ln 1{,}84\ldots$$

$$x - 1 = 1{,}703$$

$$x = 2{,}703$$

Svar: Det tar 2,7 timmar.

Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att strömmen ges av den primitiva funktionen till $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ i och med att integralen tecknas på rad åtta i lösningen. Detta anses motsvara en godtagbar ansats trots att integralen innehåller brister, t ex felaktig undre integrationsgräns. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M och 1 A_M)

$1,5 - 0,4 = 1,1$

Vi söker x då $\int_1^x (-0,468e^{-0,36(x-1)})dx = -1,1$

Använder räknaren och kommer fram till att $x = 6,2$

Svar: Det tar 6,2h

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Översta raden samt den godtagbart uppställda ekvationen motiveras inte. Hur räknaren använts för att lösa ekvationen motiveras inte heller. Därmed anses inte kravet för den sista modelleringspoängen vara uppfyllt. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå och en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_M och 2 A_M)

$$\frac{dy}{dx} = -0,468e^{-0,36(x-1)}$$

$y = 0,40\ A$

$$\frac{-0,468}{-0,36} = 1,3$$

$$y = 1,3e^{-0,36(x-1)} + C$$

då $x = 1$ är $y = 1,5 \Rightarrow$

$1,5 = 1,3e^{0} + C \Rightarrow C = 0,2$

$$0,4 = 1,3e^{-0,36(x-1)} + 0,2$$

$$\ln\frac{0,2}{1,3} = -0,36(x-1) \cdot \cancel{\ln e}$$

$$\frac{\ln\frac{0,2}{1,3}}{-0,36} = x-1 \Rightarrow x = \frac{\ln\frac{0,2}{1,3}}{-0,36} + 1 \Rightarrow x \approx 6,2$$

svar: Det tar 6,2h

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. En funktion för strömmen bestäms genom att en korrekt primitiv funktion med begynnelsevillkor ställs upp. Lösningen innehåller även en korrekt ekvation för bestämning av den sökta tiden och lösningen av ekvationen anses godtagbar. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.