Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	$+1\ E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	$+1\ E_P$

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=,\ \neq,\ <,\ >,\ \leq,\ \geq,\ \approx,\ \pm,\ \sqrt{\ },\ f(x),\ f'(x),\ f''(x),\ x,\ y,\ (\ ),\ [\ ],\ \int,\ \mathrm{d}x,$ gradtecken, index, lim, VL, HL, $\sin v$, $\sin^2 v$
Termer	t.ex. komplext tal, komplext talplan, real-/imaginärdel, polär/rektangulär form, absolutbelopp, argument, konjugat, reell/komplex rot, enhetscirkel, period, amplitud, fasförskjutning, radian, ekvation, funktion, funktionsvärde, definitionsmängd, värdemängd, koefficient, nollställe, skärningspunkt, graf, asymptot, derivata, andraderivata, förändringshastighet, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, växande, avtagande, integral, integrationsgräns, primitiv funktion, längd-/area-/volymenhet, rotationskropp, intervall, sannolikhetsfördelning, normalfördelning, täthetsfunktion, standardavvikelse, polynomdivision, differentialekvation, begynnelsevillkor
Hänvisningar	t.ex. till de Moivres formel, avståndsformeln, faktorsatsen, enhetscirkeln, trigonometriska formler, deriveringsregler, kedjeregeln, figur
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabell, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 22 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($2\cos 2x$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($e^x + xe^x$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($1+2i$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($1 \pm 3i$)	+1 E_P
3.		**Max 2/0/0**
	En korrekt angiven vinkel, $290°$, $430°$ eller $650°$	+1 E_B
	med ytterligare en korrekt angiven vinkel	+1 E_B
	Kommentar: Ett svar med en korrekt och en felaktigt angiven vinkel ges första poängen.	
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($-2+3i$)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (t ex $3+4i$)	+1 C_B
5.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (3)	+1 E_B
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (Alternativ B: $\dfrac{\sin 25°}{\tan 25°}$)	+1 C_B

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (4) +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ B: $i^2 z$ och F: $\frac{w}{i}$) +1 C_{PL}

9. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ D: $G(x) = 2\ln x + 1$ och E: $G(x) = \ln x^2$) +1 C_P

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (3) +1 A_B

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (Alternativ A: $x = 0$ och E: $y = x - 2$) +1 A_P

12. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (4) +1 A_B

13. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (t ex $\frac{\sin 6x}{6}$) +1 A_{PL}

Delprov C

14. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t ex anger korrekta uttryck för triangelarean och arean under cosinuskurvan, $A_1 = \frac{4 \cdot 4}{2}$ och $A_2 = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7 a.e.) +1 E_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, använder sinus för dubbla vinkeln	+1 E_R
med ett enkelt resonemang som visar att $\text{VL} = \text{HL}$	+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex inser att bråket ska förlängas med $2-\mathrm{i}$	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($4-\mathrm{i}$)	+1 E_P

17. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, skriver om vänsterledet till $\cos x \cos 30° + \sin x \sin 30° - (\cos x \cos 30° - \sin x \sin 30°)$	+1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 90° + n \cdot 360°$)	+1 C_P

18. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, deriverar funktionen och sätter $f'(x) = 0$	+1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (maximipunkt i $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$)	+1 A_P

19. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang som leder till att minst ett korrekt värde på n bestäms	+1 C_R
med ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att samtliga korrekta värden på n bestäms ($4, 8, 12, ...$)	+1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t ex inser att lösningarna fås genom lösning av ekvationerna $\cos x = -1$, $\cos x = 0{,}5$ samt $\cos x = 2$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 180° + n \cdot 360°$, $x_2 = \pm 60° + n \cdot 360°$) +1 A_{PL}

21. **Max 0/1/3**

a) Godtagbar ansats, t ex bestämmer andraderivatan korrekt, $f'' = 4 - 3\sin\dfrac{x}{2}$ +1 C_P

med godtagbar motivering till att f saknar maximipunkt +1 A_R

b) Visar med ett godtagbart resonemang att f' har ett nollställe och att extrempunkten är en minimipunkt +1 A_R

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

22. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar ($80°$) +1 E_B

23. **Max 2/1/0**

a) Korrekt svar (16 m) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, visar insikt om att det sökta värdet motsvaras av $y'(10)$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,7 m/h) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 14

Elevlösning 1 (2 E_{PL})

$$A = \int_0^4 (4-x)\,\Delta x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)\,\Delta x =$$

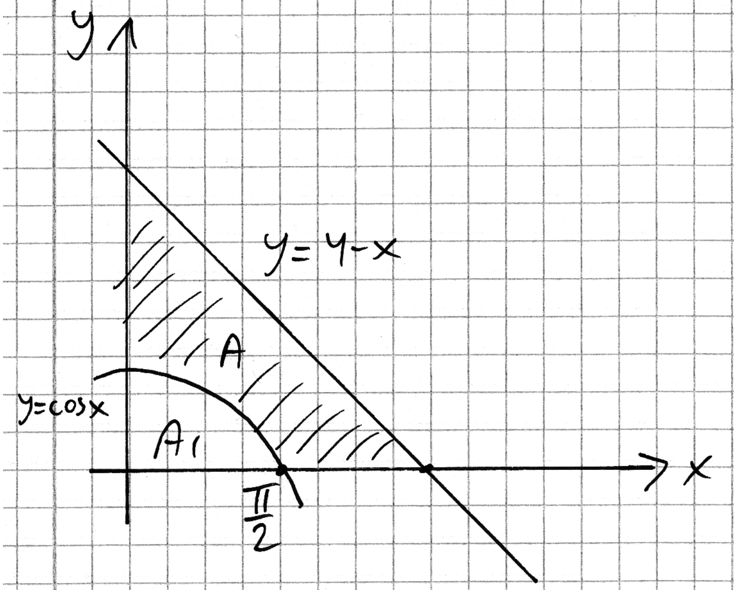
$$= \left[4x - \frac{x^2}{2} + C\right]_0^4 - \left[\sin x + C\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(4^2 - \frac{4^2}{2} - 0\right) - (1 - 0) =$$

$$= 16 - 8 - 1 = 7 \text{ a.e}$$

Svar: Den skuggade arean är 7.a.e.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation saknas motivering till den övre integrationsgränsen i den första integralen och dessutom används beteckningen Δx i integralen. Även i övrigt är lösningen knapphändigt kommunicerad. Dessa brister tillsammans gör att lösningen inte uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemslösningspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (2 E_{PL} och 1 C_K)



Nollställe för $y = 4 - x$

$$0 = 4 - x \Rightarrow x = 4$$

Hela arean:

$$A_{hela} = \int_0^4 4 - x \, dx = \left[4x - \frac{x^2}{2}\right]_0^4 = 4 \cdot 4 - \frac{4^2}{2} - 4 \cdot 0 - \frac{0^2}{2} =$$

$$= 16 - \frac{16}{2} = 16 - 8 = 8 \text{ ae}$$

A_1 från 0 till $\frac{\pi}{2}$

$$\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx = \left[\sin x\right]_0^{\pi/2} = \sin\frac{\pi}{2} - \sin 0 = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$A = A_{hela} - A_1 = 8 - 1 = 7 \text{ ae}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns en figur med införda beteckningar som gör lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 E_R)

$$\frac{\sin 2x}{2\cos x} = \sin x$$

$$\sin 2x = 2\cos x \cdot \sin x$$

$$2\sin x\cos x = 2\sin x\cos x \quad \text{V.S.V.}$$

Kommentar: Elevlösningen bygger på likheten som ska visas. Lösningen bedöms därmed inte uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 C_R)

$(1+i)^n \quad i^1 = i \quad i^2 = -1 \quad i^3 = -i \quad i^4 = 1 \quad i^5 = i$ o.s.v.

$(1+i)^2 = (1+2i+i^2) = 1+2i-1 = 2i$ ej reellt.

$(1+i)^3 = 2i(1+i) = 2i+2i^2 = 2i-2$ ej reellt

$(1+i)^4 = 2i\cdot 2i = 4i^2 = -4$ reellt.

Svar: $n=4k$, där k är ett pos. heltal

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning där det visas att $n = 4$ är en lösning, vilket nätt och jämnt anses motsvara en godtagbar ansats. Därefter anges ett korrekt svar som varken är baserat på beräkning eller förklarat i ord. Därmed anses inte kraven för ett välgrundat och nyanserat resonemang vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_R och 1 A_R)

$z = (1+i)^n \quad a+bi \quad a=b=1$

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \quad \tan v = 1 \Rightarrow v = 45^\circ$

$z = \sqrt{2}^n (\cos 45^\circ \cdot n + i \sin 45^\circ \cdot n)$

när $\sin v = 0$ är talet reellt. $\sin v = 0$ vid

$v = 0^\circ + m \cdot 180^\circ$, $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ heltal

men vi ser på intervallet $v > 0^\circ$

för var fjärde heltal på n blir $v = 0^\circ + m \cdot 180^\circ$.

Alltså $n = 4, 8, 12, \ldots$ osv

Kommentar: Elevlösningen visar en algebraisk metod med ett korrekt men kortfattat resonemang om att då $n = 4, 8, 12, \ldots$ är talet z reellt. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

$\arg(1+i) = 45^\circ$

För att få ett reellt tal måste arg vara $k \cdot 180^\circ$, vilket fås om 45° mult. med en faktor $4k$.

Alltså $n = 4k$, där k är ett pos. heltal

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang med korrekt slutsats. Trots att resonemanget är något knapphändigt så anses det vara välgrundat och nyanserat eftersom det tydligt framgår hur slutsatsen dragits. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_P och 2 A_R)

a) $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

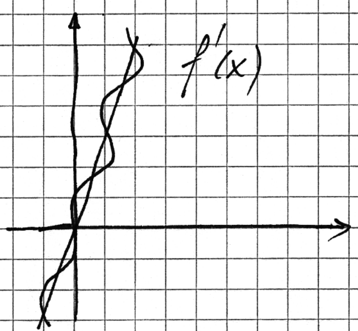
$f'(x) = 0$

$f''(x) = 4 - \frac{6}{2}\sin\frac{x}{2} = 4 - 3\sin\frac{x}{2}$

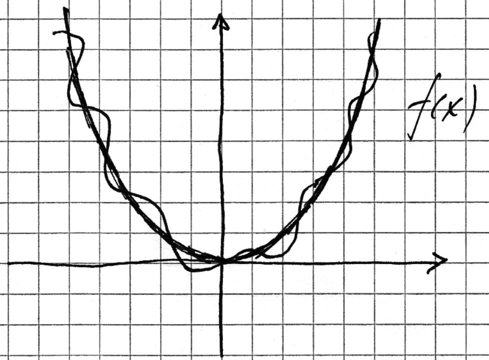
$f''(x)$ varierar mellan 1 och 7, alltså inget max.

b) $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

cossinuskurva som är vriden till $4x$



$f(x) = 2x^2 + 12\sin\frac{x}{2}$
sinuskurvan rör sig kring $2x^2$



Detta betyder att f har en minimipunkt

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är inte lösningen helt lätt att följa och förstå. I a)-uppgiften redovisas inte varför ” $f''(x)$ varierar mellan 1 och 7”. Dessutom redovisas inte kopplingen mellan intervallet för andraderivatan och slutsatsen ”alltså inget max”. Den slutsats som dras i b)-uppgiften anses vara knapphändigt motiverad. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en procedurpoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_P, 2 A_R och 1 A_K)

a) $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

$f''(x) = 4 - 3\sin\frac{x}{2}$

$f''(x)_{max} = 4 - 3\cdot(-1) = 7$

$f''(x)_{min} = 4 - 3\cdot 1 = 1$

$\sin\frac{x}{2}$ kan max anta värdet 1
min anta värdet −1

$3\sin\frac{x}{2}$ kan därför bli något mellan −3 och 3

För att det ska finnas en maximipunkt måste andraderivatan bli negativ. Nu är $f''(x) \geq 1$

Alltså finns ingen maxp.

b) $f'(x) = 4x + 6\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

$f(x) = 2x^2 + 12\sin\left(\frac{x}{2}\right) + C$

$12\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ varierar mellan −12 och 12

$2x^2$ går mot positiva oändligheten både då x är ett stort positivt tal och då x är ett stort negativt tal. Detta gör att $f(x)$ också går mot positiva oändligheten både för stora positiva x och stora negativa x.

Alltså måste kurvan ha en vändpunkt (minpunkt) någonstans i mellan.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på A-nivå.