2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (C: $F(x)=\frac{x^4}{4}-x^2$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (1000)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (E: -2)	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (1)	+1 E_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (0,77)	+1 E_B
b)	Korrekt svar ($-0,64$)	+1 C_B
6.		**Max 1/1/1**
a)	Korrekt svar ($f'(x)=12x^2-12$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($f'(x)=2ax+4x^{-2}$)	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($f'(x)=3^{2x}\cdot\ln 3^2$)	+1 A_P
	Kommentar: Även korrekta svar på annan form ges poäng.	

7. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($5-x^3$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($\frac{x+3}{x-3}$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($2e^x$) +1 A_P

Kommentar: Även svaret $\frac{e^x}{0,5}$ ges poäng.

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($x_1=0$, $x_2=2$) +1 C_P

Kommentar: Även svaret $x_1=0$, $x_2=8^{\frac{1}{3}}$ ges poäng.

9. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (B) +1 C_B

10. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($0<x<3$) +1 C_B

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0 och 3) +1 C_B

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (1,8) +1 A_B

Kommentar: Svar i intervallet $1,7 \le a \le 1,9$ ges poäng.

Instruktioner för bedömning av delprov C

12. **Max 1/0/0**

Godtagbart resonemang som visar att uttrycket alltid har värdet 2 och att Tilde därmed har rätt +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en korrekt primitiv funktion +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7) +1 E_P

14. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 0$ och $x_2 = 2$
eller
bestämmer ett av derivatans nollställen och en extrempunkts koordinater +1 E_P

med korrekt bestämning av båda extrempunkternas koordinater,
$(0,\ 7)$ och $(2,\ 3)$ +1 E_P

Godtagbar verifiering av båda extrempunkternas karaktär
(maximipunkt $(0,\ 7)$ och minimipunkt $(2,\ 3)$) +1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig
kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 24$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($p = 4$) +1 C_{PL}

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer $f'(x)$ och tecknar ekvationen
$3x^2 + 3 = 0$ +1 C_R

med godtagbart resonemang där det framgår att funktionen f saknar
extrempunkter och att Jaana därmed har fel +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

17. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\dfrac{\dfrac{5}{a^2(x+h)}-\dfrac{5}{a^2x}}{h}$ +1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\dfrac{-5}{a^2(x+h)x}$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f'(x)=\dfrac{-5}{a^2x^2}$) +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

18. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer tangentens ekvation uttryckt i a,
$y=3a^2\cdot x-2a^3$
eller
utgår från att tangenten skär x-axeln i en godtycklig punkt b och tecknar sambandet $f'(a)=\dfrac{a^3-0}{a-b}$ +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, bestämmer tangentens skärningspunkt med x-axeln uttryckt i a, $\dfrac{2a}{3}$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=\sqrt[4]{9}$) +1 A_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

19. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (810) +1 E_P

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 ER)

Ja Tilde har rätt. För e^{kx} gäller att $k \cdot e^{kx}$ vilket i detta förhållande kommer oavsett x-värde, kuoten få värdet 2.

Ex, $x=5$ $f(5)=e^{2\cdot 5}$ $f'(5)=2\cdot e^{2\cdot 5}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas ett resonemang där en viss otydlighet kring derivatan vägs upp av ett godtagbart exempel. Lösningen ges nätt och jämnt en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 EP)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

$3x^2 - 6x = 0$

$3x^2 = 6x$

$3x = 6$

$x = 2$

$f(2) = 2^3 - 3\cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

		min	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
		2	

Svar Funktionen har ett min i pkt $(2,3)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen samt endast en extrempunkts koordinater. Därmed uppfylls kraven för den första procedurpoängen på E-nivå. Verifieringen behandlar endast en extrempunkt och därmed uppfylls inte kraven för den tredje procedurpoängen.

Elevlösningsexempel 14.2 (3 E_P)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f''(x) = 6x - 6$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$x(3x - 6) = 0$

$x = 0 \quad x = 2$

$0^3 - 3 \cdot 0^2 + 7 = 7$

$2^3 - 3 \cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

$6 \cdot 0 - 6 = -6$

$6 \cdot 2 - 6 = 6$

Svar $(0, 7)$ max $(2, 3)$ min

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive en vag verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen otydlig då symbolerna $f(0)$, $f(2)$, $f''(0)$ och $f''(2)$ saknas och dessutom saknas en förklaring till varför den ena punkten är en maximipunkt och den andra är en minimipunkt. Sammantaget ges elevlösningen tre procedurpoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 14.3 (2 E_P och 1 C_K)

$f(x)=x^3-3x^2+7$

$f'(x)=3x^2-6x$

$3x^2-6x=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x_1=0 \quad x_2=2$

$f''(x)=6x-6$

$f''(0)=-6$ max

$f''(2)=6$ min

Koordinater:

$f(0)=0^3-3\cdot 0^2+7$

$f(0)=7$

$=(0,7)$ Maxipunkt

$f(2)=2^3-3\cdot 2^2+7$

$f(2)=8-12+7$

$f(2)=-11$

$=(2,-11)$ Minimipunkt

Svar $(0,7)$ = Max punkt

$(2,-11)$ = Minpunkt

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms derivatans båda nollställen och med andraderivata görs en korrekt verifiering. I lösningen används en godtagbar lösningsmetod men ett räknefel på näst sista raden resulterar i att *y*-koordinaten för den ena extrempunkten blir fel. När det gäller kommunikation används symboler på ett tydligt och korrekt sätt. Trots att lösningen är något ostrukturerad anses den relativt lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen den första och tredje procedurpoängen på E-nivå samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.4 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

$x(3x - 6) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$

$x_1 = 0 \quad f(0) = 7$

$x_2 = 2 \quad f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

$(0,7)$ maxpunkt $(2,3)$ minpunkt

		0		2	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och relativt lätt att följa och förstå trots att den är kortfattad, att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ ” används samt att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 C_R)

$f(x) = x^3 + 3x$

$f'(x) = 3x^2 + 3$

$3x^2 + 3 = 0$

$x^2 = \frac{-3}{3}$

$x = \pm\sqrt{-1}$ går ej. Hon har fel.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. Slutsatsen ”Hon har fel” är korrekt men motiveringen ”går ej” saknar en fortsättning med innebörden att saknade lösningar innebär att extrempunkter saknas. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 C_R)

$f(x) = x^3 + 3x$, $f'(x) = 3x^2 + 3$

$f'(x) = 0$, $3x^2 + 3 = 0$

$x^2 = -1$

$x = \pm\sqrt{-1}$

← går ej

Alltså finns det inga värden på x som ger en extrempunkt, hon har fel.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. På de två sista raderna dras en korrekt slutsats som baseras på att ekvationen saknar lösning och att extrempunkter därmed saknas. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 C_R)

$f(x) = x^3 + 3x$

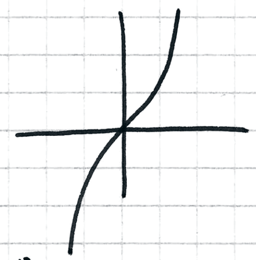
$f'(x) = 3x^2 + 3$

$f''(x) = 6x$

Alltid positiv

Svar: Hon har fel. funktionen har inga extrempunkter eftersom inga värden på x ger att $f'(x) = 0$ alltså lutningen är aldrig 0

Det gör att grafen ser ut ungefär så här



alltså hon har fel funktionen har inga extrempunkter

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för $f'(x)$ och genom att hänvisa till att derivatauttrycket alltid är positivt motiveras att lutningen aldrig är noll och därmed saknar funktionen extrempunkter. Sammantaget anses lösningen uppfylla kraven för två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (1 C_B, 1 A_P, 1 A_B och 1 A_K)

Derivatans def $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$f(x) = \frac{5}{a^2x}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{5}{a^2(x+h)} - \frac{5}{a^2x}}{h} = \frac{\frac{5x - 5(x+h)}{a^2(x+h)x}}{h} =$$

$$\frac{5x - 5x - 5h}{h(a^2x(x+h))}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{-5\cancel{h}}{\cancel{h}(a^2x(x+h))} = \frac{-5}{a^2x^2}$$

$$f'(x) = \frac{-5}{a^2x^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en korrekt härledning av derivatan, vilket anses uppfylla kraven för en begreppspoäng på C-nivå samt en procedur- och en begreppspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas ”lim” på ett par ställen men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på femte raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

$f(x) = x^3$

- Då $x=a$ ges triangelns höjd av funktionen $f(a)=a^3$
- Basen kan räknas ut där tangenten skär x-axeln.

$A = \frac{b \cdot h}{2} = 1{,}5$ a.e. $\rightarrow$ $b \cdot h = 3{,}0$ a.e

$h = f(a) = a^3$

Tangentens ekvation $y = kx + m$

$k = f'(x) \qquad f'(x) = 3x^2$

$y = 3x^2 \cdot x + m = 3x^3 + m$

$3x^3 + m = x^3 \Leftrightarrow m = -2x^3$

$y = 3x^3 - 2x^2 = x^3$

Tangenten skär x-axeln $x^3 = 0$?

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms tangentens ekvation genom att använda punkten (x, x^3) i stället för (a, a^3) och därmed erhålls ett felaktigt uttryck för tangentens ekvation. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 18.2 (3 APL)

$f(x)=x^3$

$x=a \Rightarrow h=f(a)=a^3$

I denna triangel i detta koordinatsystem är $h=y$ och $b=a-x_2$

Ekvationen för tangenten $y=kx+m$

$k=f'(a)=3a^2$

$y=3a^2 \cdot x+m$

$a^3=3a^2 \cdot a+m$

$-2a^3=m$

$y=3a^2x-2a^3$

Då $y=0$ för $y=3a^2x-2a^3$ slutar basen, dvs x_2

$0=3a^2 \cdot x_2-2a^3$

$x_2=\frac{2a^3}{3a^2}=\frac{2a}{3}$

$a-\frac{2a}{3}=b \quad b=\frac{1}{3}a$

$\frac{a^3 \cdot \frac{1}{3}a}{2}=1{,}5 \quad \frac{a^4}{3}=3 \quad a^4=9$

$a=\pm\sqrt[4]{9}$ (+ är rätt eftersom x-värdet ligger på den positiva sidan i koordinatsystemet)

$\underline{\underline{a=\sqrt[4]{9}}}$

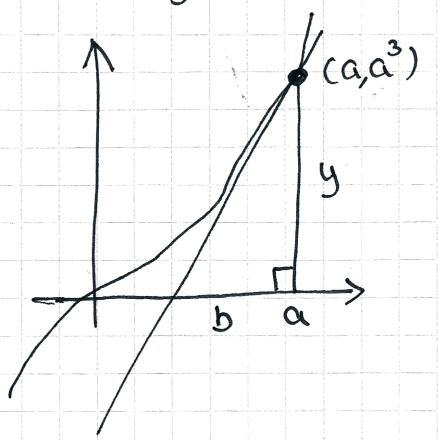
Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens ekvation och vidare bestäms ett korrekt värde på *a*. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (3 APL)

$f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2$

$f'(a)$ = tangentens k-värde

Tangentens $k = 3a^2$



$A_\Delta = 1{,}5$ a.e

$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = 1{,}5$

$h = y$

$A_\Delta = \frac{b \cdot y}{2} = 1{,}5$

$y = f(a) = a^3$

$A_\Delta = \frac{b \cdot a^3}{2} = 1{,}5$

För att räkna ut b så måste vi ha ett värde på antingen hypotenusan eller basen.

Vi kan uttrycka b genom att

tangenten

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ och $\Delta x = b$

$3a^2 = \frac{a^3}{b} \quad b = \frac{a^3}{3a^2} = \frac{a}{3}$

Nu kan vi skriva ett uttryck för arean med enda variabeln a

$A_\Delta = \frac{\frac{a}{3} \cdot a^3}{2} = 1{,}5 \rightarrow \frac{a^4}{3} = 3$

$a^4 = 9 \quad \underline{a = \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens lutning och vidare bestäms ett korrekt värde på a. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.