Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om nämnaren som $(x-1)(x+3)$ och inser att en av faktorerna $(x-1)$ eller $(x+3)$ ska finnas i täljaren $x^2-ax-12$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1=-11$ och $a_2=1$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3^h-1}{h}=y'(0)$ +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\ln 3$) +1 A_P

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer ett allmänt uttryck för den primitiva funktionen, $F(x)=0,25x^4+x^3+C$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x)=0,25x^4+x^3-5$) +1 E_{PL}

18. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, där det framgår att $\left|-12+2\right|+0,5\cdot(-12)=4,$ med slutsatsen att Lisa har fel +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 3/4/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar ($22\,°\text{C}$) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $17\text{e}^{-0,693x}+5=10$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($1,8\ \text{h}$) +1 E_M

c) Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionen ska deriveras +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar inklusive korrekt enhet ($2,9\,°\text{C/h}$) +1 C_B

Kommentar: Svaret $-2,9\,°\text{C/h}$ bedöms som godtagbart.

d) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter några värden på x i funktionsuttrycket +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($5\,°\text{C}$) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $4x^3-4=-17,5$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-1,5$) +1 C_{PL}

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar en användbar ekvation med hjälp av cosinussatsen +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($1,9\ \text{h}$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/0/3**

Godtagbar generell ansats, ansätter två sidor med olika längder och lämpliga vinklar samt använder areasatsen i två trianglar +1 A_R

med i övrigt korrekt slutfört bevis inklusive hänvisning till sambandet $\sin v = \sin(180° - v)$ +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\int 5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}\,dt$ kan användas +1 A_B

med godtagbar fortsättning, tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$, t.ex. genom att teckna ekvationen $100 + \int_0^x 5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}\,dt = 100000$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (120 min) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Observera att vissa felaktiga lösningar,
t.ex. $\int_0^x 5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}\,dt = 100000$ också ger svaret 120 minuter.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

a) Godtagbar ansats, funktionsuttrycket innehåller faktorn $30 \cdot 0{,}98^x$ +1 A_M

med korrekt svar ($D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0{,}98^x)$) +1 A_M

b) Godtagbar grafisk lösning, där det korrekta funktionsuttrycket $D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0{,}98^x)$ används, med godtagbart svar (49,50 kr/kg) +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

Förkortning möjlig

a_1

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2-4x+3x-12}{x^2-x+3x-3} = \frac{x^2-x-12}{x^2+2x-3}$$

$$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$$

$\boxed{\text{svar } a_1=1 \quad a_2=11}$

Förkortning möjlig

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x-1)(x+12)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2+12x-x-12}{x^2+2x-3} =$$

$$= \frac{x^2-11x-12}{x^2+2x-3}$$

a_2

Kommentar: Elevlösningen är korrekt förutom ett lapsusfel i sista ledet. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

$|x+2|+0.5x=5$

LISA HAR FEL. $(-12+2)+(-6)=5$

$(-10)+(-6)=5$

$10-6=4$

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som inte bedöms som godtagbart eftersom parentes används istället för absolutbeloppstecken på andra och tredje raden. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)

$|-12+2|+0.5\cdot(-12)=5$

$|-10|+(-6)=5$

$10-6=4\neq 5$ Hon har fel!!!

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som på de två första raderna inte är formellt korrekt eftersom $VL \neq HL$. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R)

Nej, eftersom $|-12+2|=10$ och

$10+0,5\cdot(-12)=10-6=4$

Kommentar: Elevlösningen visar ett något kortfattat resonemang som nätt och jämnt bedöms uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 19d

Elevlösning 1 (0 poäng)

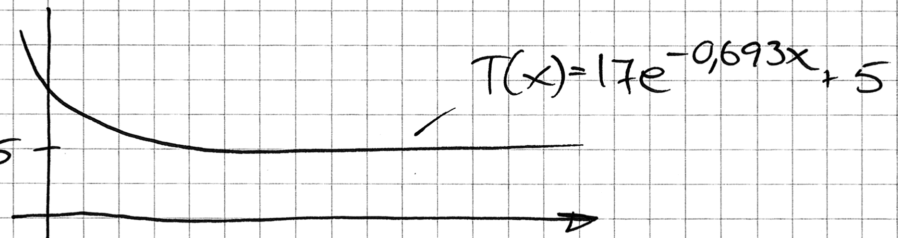
Vi säger att $x = 1000$

$T(1000) = 17e^{-0,693 \cdot 1000} + 5 = 5$ Svar $5°C$ (undre gräns)

Kommentar: I elevlösningen ansätts enbart ett värde på x vilket inte är tillräckligt för att dra slutsatsen att uttryckets värde *närmar sig* 5. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (2 C_M)

Temperaturen blir 5°C. Det kan vi se när vi ritar upp grafen m.hj.a. miniräknaren



Grafen sjunker inte under $y=5$ utan stannar på $y=5$

Vattnet kan alltså inte bli kallare än 5°C.

Kommentar: I elevlösningen används den matematiska modellens graf för att visa att den undre gränsen är $5°C$. Skalan på x-axeln framgår inte, grafen går inte genom $(0, 22)$ och det är inte matematiskt korrekt att skriva att ”Grafen … stannar på $y = 5$”. Trots detta bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M)

$$\lim_{x \to \infty} \underbrace{17e^{-0,693x}} + 5 = 5$$

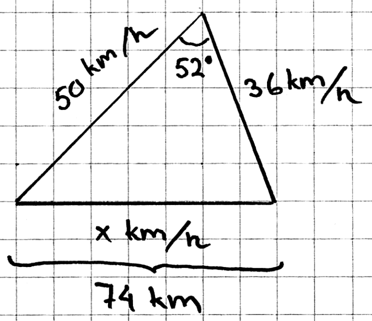
Detta kommer att gå mot noll när x går mot ~~to~~ oändligheten och svar blir då 5.

SVAR: Undre gräns är 5°C

Kommentar: I elevlösningen används modellen för att visa att den undre gränsen för vattnets temperatur är $5°C$. Elevlösningen uppfyller kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_{PL})

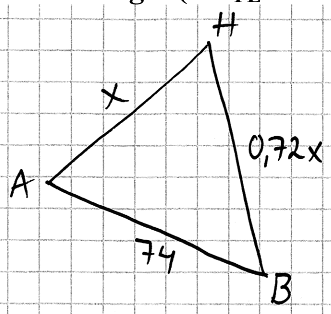


$x^2 = 36^2 + 50^2 - 2 \cdot 36 \cdot 50 \cdot \cos 52 \Rightarrow$

$x = 39{,}7444$ km/h

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)



x är sträckan som båt A hinner köra

$\frac{36}{50} = 0{,}72$

cossats: $74^2 = (0{,}72 \cdot x)^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot (0{,}72x) \cos 52°$

Enligt solve $\Rightarrow$ ($x_1 = -94{,}9639$) ej negativ sträcka

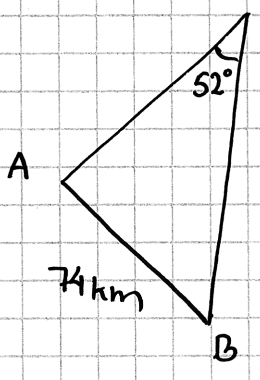
$x_2 = 94{,}9639$

HA = 94,9639 km = 95,0 km

tid $t = \frac{95{,}0}{50} = 1{,}9$ h SVAR: Efter 1,9 h

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation förklaras inte kvoten 36/50 i inledningen, tidsberäkningen redovisas inte med formel och figuren saknar ”km”. Trots detta brister är elevlösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng samt nått och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_{PL} och 1 C_K)



Om tiden är t blir sidorna
50t och 36t
Cosinussatsen:

$74^2 = 50t^2 + 36t^2 - 2\cdot 50t\cdot 36t\cdot \cos 52$

$5476 = 2500t^2 + 1296t^2 - (3600\cos 52)t^2$

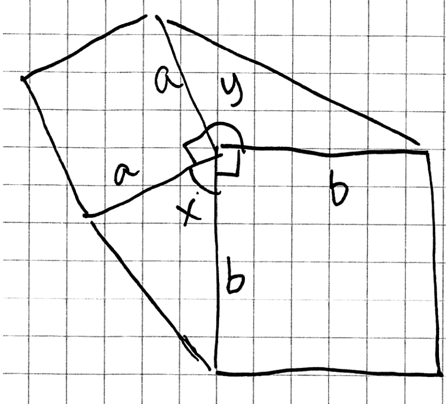
$5476 = 1579t^2$

$t = \sqrt{\frac{5476}{1579}}$ $t = 1{,}9$ Svar $t = 1{,}9$h

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation saknas parenteser i ekvationen som baseras på cosinussatsen och gradtecken på något ställe samt formeln $s = v \cdot t$. I övrigt är lösningen välstrukturerad och möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (2 A_R)



$\angle y = 360 - 90 - 90 - x = 180 - x$

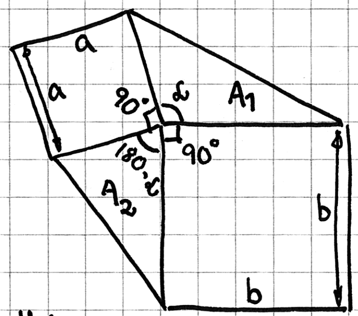
$\sin(180 - x) = \sin x$

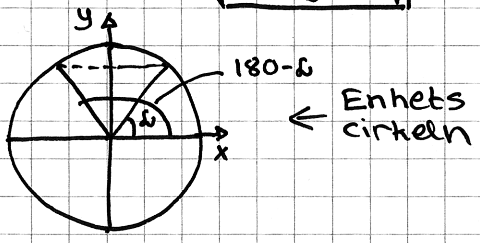
$A = \frac{ab\cdot\sin x}{2} = \frac{ab\sin(180-x)}{2}$

V.S.B

Kommentar: Elevlösningen är mycket kortfattad men innehåller det nödvändigaste för att beviset ska vara hållbart, t.ex. hänvisas till sambandet $\sin(180° - v) = \sin v$. Elevlösningen ges därmed nätt och jämnt två resonemangspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas hänvisning till areasatsen. Dessutom är kopplingen mellan figuren och de areor som tecknats på sista raden otydlig. Gradtecken saknas genomgående. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)





a= sida på kvadrat 1

b= sida på kvadrat 2

Areasatsen

$$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin\alpha}{2}$$

$$A_2 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(180-\alpha)}{2}$$

alltså vinkeln α och $(180-\alpha)$ har samma sinusvärde

$$\frac{ab\sin\alpha}{2} = \frac{ab\sin(180-\alpha)}{2} = A_1 = A_2$$

V.S.V

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt. När det gäller kommunikation saknas gradtecken på vissa ställen men lösningen är lätt att följa och förstå eftersom bevisets bärande delar förklaras och kopplingen mellan figur och areauttryck är tydlig. Elevlösningen ges två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_B)

100 från början (per gram)

hastighet $5{,}73e^{0{,}0573t}$ bakt./min

$$\int_0^t 5{,}73e^{0{,}0573t} = 100\,000$$

$$= \left[\frac{5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}}{0{,}0573}\right]_0^t = \left[100e^{0{,}0573t}\right]_0^t$$

$$= 100e^{0{,}0573t} - 100e^{0} = 100e^{0{,}0573t} - 100$$

$$= 10\,000 + 100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$10100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$101 = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln 101 = \ln e^{0{,}0573t}$$

$$0{,}0573t = \frac{\ln 101}{\ln e}$$

$$t \approx 121 \text{ min}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att $\int 5,73\mathrm{e}^{0,0573 \cdot t}\,\mathrm{d}t$ ska beräknas, men tar ingen hänsyn till antalet bakterier då $t = 0$. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för en begrepps-poäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_B och 1 A_{PL})

$5{,}73\, e^{0{,}0573t}$

Gör om från $f'(x)$ till $f(x)$

$f(x) = \frac{5{,}73\, e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$ (100 bakterier från början. $C = 100$)

$f(x) = 100\, e^{0{,}0573t} + 100 = 100000$

$99900 = 100\, e^{0{,}0573t}$

$\frac{99900}{100} = e^{0{,}0573t}$

$\ln(999) = 0{,}0573t$

$\frac{\ln(999)}{0{,}0573} = t$

$t \approx 120{,}5$ min

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C.$ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. Elevlösningen ges därmed en begreppspoäng och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 A_B, 1 A_{PL} och 1 A_K)

Om $f(t) = 5{,}73\,e^{0{,}0573t}$ beskriver hur antalet bakterier förändras per gram så kommer dess primitiva funktion $F(t)$ att beskriva antalet bakterier som finns per gram.

$$F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$$

Vid tillagning, då $t = 0$, finns det 100 bakterier/g lax

Alltså är $F(0) = 100$.

$$100 = \frac{5{,}73\,e^{-0{,}0573\cdot 0}}{0{,}0573} + C \Rightarrow C = 100 - \frac{5{,}73e}{0{,}0573} = 100 - 100e$$

$$C = 100 - 100e \Rightarrow F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + 100 - 100e =$$

$$= 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e$$

Om gränsen är 100000 bakterier så kommer $F(t) = 100000$ när det blir farligt att äta laxen.

$$F(t) = 100000 = 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e \Rightarrow 1000 = e^{0{,}0573t} + 1 - e$$

$$999 + e = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln(999 + e) = 0{,}0573t \Rightarrow t = \frac{\ln(999+e)}{0{,}0573} \approx 121\text{ min}$$

Svar: Det tar c:a 121 min innan laxen gör en matförgiftad.

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \dfrac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C.$ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. När det gäller kommunikation är elevlösningen lätt att följa och förstå eftersom funktionsbeteckningar är tydligt definierade, resonemangen kring bestämning av primitiv funktion och konstanten C är utskrivna och symboler används korrekt, med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen en begrepps-, en problemlösnings- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_B och 2 A_{PL})

$y = C \cdot a^t$

t = antal år
C = 100 = startmängd
a = förändringsfaktor

$v = \frac{\text{antal bakterier}}{\text{min}}$

$v(t) = N'(t) \rightarrow V(t) = 5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}$ eftersom funktionen har en hastighet bakterier/g/min

primitiv till $v(t) = N'(t)$ $\rightarrow N(t) = \frac{5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$

N = antal bakterier

$N(t) = 100 \cdot e^{0{,}0573t} + C$

$e^{0{,}0573} = a$ = förändringsfaktorn

$N(t) = 100 \cdot 1{,}05897^t + C$

$N(0) = 100$ alltså måste $C = 0$

$100\,000 = 100 \cdot 1{,}05897^t$

$1000 = 1{,}05897^t$

$t = 120{,}55 \approx 120$ min

Svar: 120 min tar det innan det finns 100 000 st bakterier/g i laxen.

Kommentar: Elevlösningen visar en metod för att bestämma tiden. När det gäller kommunikation så anses inte elevlösningen vara lätt att följa och förstå. Det beror främst på byte av funktionsbeteckning i inledningen, att *C* används med två olika betydelser och att det inte visas hur slutekvationen löses. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24a

Elevlösning 1 (1 A_M)

a) $D = 1 \cdot x + 40 \cdot 30 \cdot 0{,}98^x$

Kommentar: Elevlösningen innehåller faktorn $30 \cdot 0{,}98^x$ och uppfyller därmed kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.