Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar sambandet $\frac{x}{\sin 105°} = \frac{13,3}{\sin 44°}$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (18,5 m) +1 E_{PL}

18. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, som motiverar varför det inte finns bara en primitiv funktion och att Kalle därför har fel +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $30x = 3x^2 - 33$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -1$ och $x_2 = 11$) +1 E_{PL}

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0,310 \cdot e^{0,271 \cdot t} = 120$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (22 månader) +1 E_M

21. **Max 2/0/1**

a) Godtagbar ansats, tecknar en godtagbar ändringskvot +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,4) +1 E_B

b) Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, där det tydligt framgår att måttet är olämpligt eftersom:
en genomsnittlig förändringshastighet som är noll kan tolkas som att konsumtionen inte förändrats under tidsperioden *men* diagrammet visar att konsumtionen varierat +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 1/1/0**

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, där minst två av termernas bidrag till summan är korrekta och motiverade med hjälp av grafens utseende. 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, där alla termernas bidrag till summan är korrekta ($f(3) > 0$, $f'(3) = 0$, $f''(3) > 0$) och motiverade med hjälp av grafens utseende ($f(3)$ är positiv eftersom grafen är ovanför x-axeln, $f'(3)$ är noll eftersom det är en minimipunkt, $f''(3)$ är positiv eftersom det är en minimipunkt). 1 E_R och 1 C_R	

Kommentar: För vissa fjärdegradsfunktioner kan gälla att $f''(a) = 0$ i en minimipunkt. För den funktion vars graf är illustrerad i uppgiften gäller dock att $f''(3) > 0$. Om elever ändå bygger sitt resonemang på att $f''(3) \geq 0$ så bedöms det som acceptabelt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar hypotenusans längd i en rätvinklig triangel, 3,408 m	+ 1 C_M
med godtagbar fortsättning, t.ex. beräknar en användbar vinkel med cosinussatsen	+1 C_M
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (7,5 m^2)	+1 C_M
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.	+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, visar insikt om att $f(x)$ är primitiv funktion till $f'(x)$	+1 A_B
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-2)	+1 A_B

25. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, härleder ett korrekt samband mellan spegelbitens bredd och höjd, t.ex. $y = \frac{46}{3} - \frac{5}{6}x$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, tecknar ett korrekt uttryck för arean, t.ex. $A = \frac{46}{3}x - \frac{5}{6}x^2$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning inklusive verifiering av maximum med godtagbart svar (9,2 dm) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. +1 A_K

Kommentar: Sambanden ovan kan se olika ut beroende på hur variabler definieras och vilken lösningsmetod som används.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $a = b = r$ i cirkelns ekvation +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ekvationen $(5-r)^2 + (7-r)^2 = r^2$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($r_1 = 12 + \sqrt{70}$ och $r_2 = 12 - \sqrt{70}$) +1 A_{PL}

Kommentar: Sista poängen ges även till avrundade svar under förutsättning att de exakta svaren finns angivna i lösningen.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

Nej det finns flera

Kommentar: Eftersom det inte motiveras varför det finns flera primitiva funktioner ges elevlösningen 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)

Kalle har fel för det finns många prim. funktioner och det syns eftersom man lägger dit ett C.

Kommentar: I elevlösningen motiveras varför det finns flera primitiva funktioner genom en något otydlig hänvisning till C. Resonemanget hade varit tydligare om det även skrivits fram att C är en konstant som kan anta olika värden. Lösningen ges nätt och jämnt en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R)

DET FINNS OÄNDLIGT MÅNGA FUNKTIONER SOM HAR DERIVATAN e^x. ALLTSÅ ÄR KALLE FEL UTE

Kommentar: I elevlösningen motiveras varför det finns flera primitiva funktioner genom en implicit hänvisning till $F'(x) = f(x)$. I motiveringen framgår det inte att ”funktioner” avser primitiva funktioner. Lösningen ges därmed nätt och jämnt en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 4 (1 E_R)

Nej, $F(x) = e^x + 2$ o $F(x) = e^x + 4$ är båda sådana funktioner

Kommentar: I elevlösningen anges två olika primitiva funktioner som motivering till varför det inte bara finns en. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 21b

Elevlösning 1 (0 poäng)

Om man använder den genomsnittliga förändringen 0 l/år ser det ut som om ingen drack öl. Det som egentligen hänt är ju att ölen under dessa år först ökat och sedan minskat lika mycket

Kommentar: I elevlösningen förs inte resonemanget kring ölkonsumtionens *förändringshastighet*. Elevlösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

Den genomsnittliga förändringshastigheten är noll fast egentligen har konsumtionen först ökat och sedan minskat lika mycket

Kommentar: I elevlösningen framgår inte att en genomsnittlig förändringshastighet med värdet noll kan betyda att konsumtionen är oförändrad. Elevlösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 A_R)

Den genomsnittl. för. hastigheten är noll vilket gör att man kan tro att konsumtionen varit oförändrad under 1966-1977 vilket inte grafen visar.

Kommentar: I elevlösningen framgår att förändringshastighet med värdet noll kan leda till missuppfattningen att konsumtionen är oförändrad. Däremot förklaras inte tydligt hur konsumtionen förändrats i tidsintervallet. Elevlösningen ges därmed nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_R)

Eftersom förändringen mellan år 1966 och 1977 är noll så kommer även hastigheten att bli det. Men vi kan tydligt se att fram till 1969 ökade det, för att sedan vara ungefär konstant till 1976 och därefter minska. Ett lämpligare sätt vore att dela upp den i tre, som ovan.

Kommentar: Här beskrivs att den genomsnittliga förändringshastigheten är noll men att egentligen har konsumtionen förändrats på tre olika sätt. Det framgår alltså inte med tydlighet att en genomsnittlig förändringshastighet med värdet noll kan tolkas som att ingen förändring skett. Däremot beskrivs hur man på ett bättre sätt kunnat beskriva förändringen i konsumtion, vilket får anses kompensera för otydligheten när det gäller tolkningen av en genomsnittlig förändringshastighet med värdet noll. Elevlösningen ges nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 A_R)

DEN GENOMSNITTLIGA FÖRÄNDRINGSHASTIGHETEN ÄR NOLL VILKET GÖR ATT MAN KAN TRO ATT KONSUMTIONS-ÄNDRINGEN VARIT NOLL UNDER PERIODEN, FAST EGENTLIGEN HAR KONSUMTIONEN FÖRST ÖKAT OCH SEDAN MINSKAT

Kommentar: Elevlösningen visar på ett tydligt och klart resonemang. Här framgår att en förändringshastighet med värdet noll kan leda till missuppfattningen att konsumtionen är oförändrad fast den egentligen först ökat och sedan minskat. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 E_R)

$f(3) > 0$

$f'(3) = 0$ eftersom det är en extrempunkt

$f''(3) > 0$ eftersom det är en minimipunkt

Kommentar: I elevlösningen förklaras inte varför $f(3) > 0$, däremot är förklaringarna kring $f'(3)$ och $f''(3)$ korrekta. Därmed ges elevlösningen en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

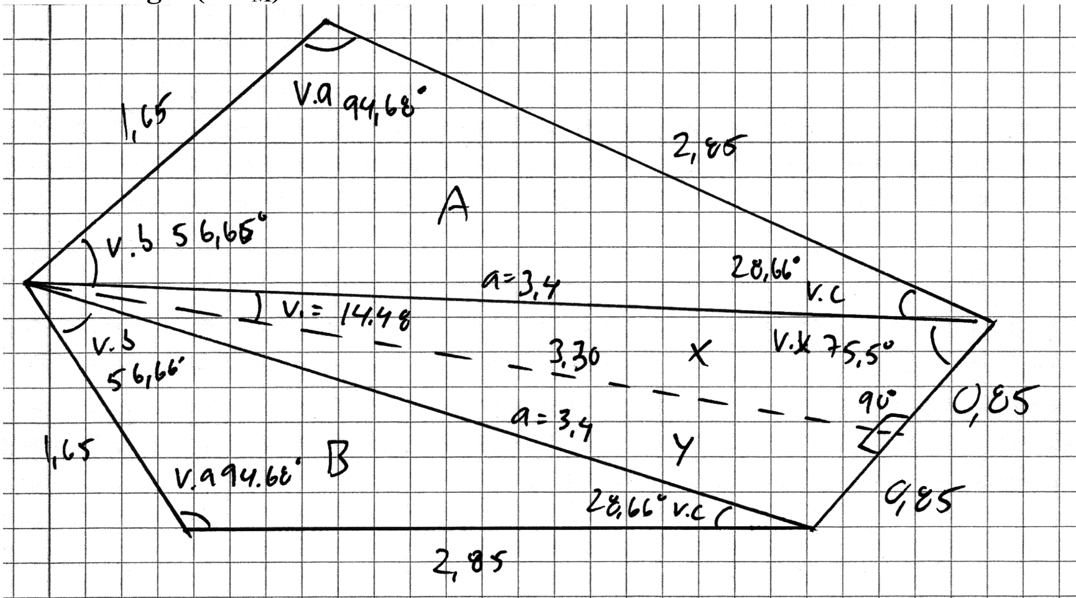
$f(3)$ är positiv eftersom den är ovanför x-axeln. $f'(3) = 0$ eftersom $f(3)$ är en extrempunkt.

$f''(3)$ är positiv eftersom $f(3)$ är en minimipunkt. Då måste ju $f(3) + f'(3) + f''(3) > 0$ eftersom två av talen är positiva och det 3:e är 0.

Kommentar: I elevlösningen ges ett välgrundat resonemang om varför summan är större än noll eftersom alla tre termernas bidrag till summan motiveras på ett korrekt sätt, även om $f(3)$ felaktigt kallas för extrempunkt/minimipunkt.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (3 C_M)



$$3,4^2 = 1,65^2 + 2,85^2 - (2 \cdot 1,65 \cdot 2,85 \cdot \cos a)$$

$V.a = 94,68°$ $\qquad$ $180 - (vb + va) = vc$

$$\frac{\sin 94,68}{3,4} = \frac{\sin b}{2,85}$$ $\qquad$ $V.b = 56,66°$ $\qquad$ $V.c = 28,66°$

$$\sin^{-1} z = 0,85/3,4 = 14,48°$$

$$V.x = 180° - (14,48° + 90°) = 75,5°$$

Triangel A = Triangel B

Triangel x = Triangel y

$$A_{tot} = 2A_A + 2A_x$$

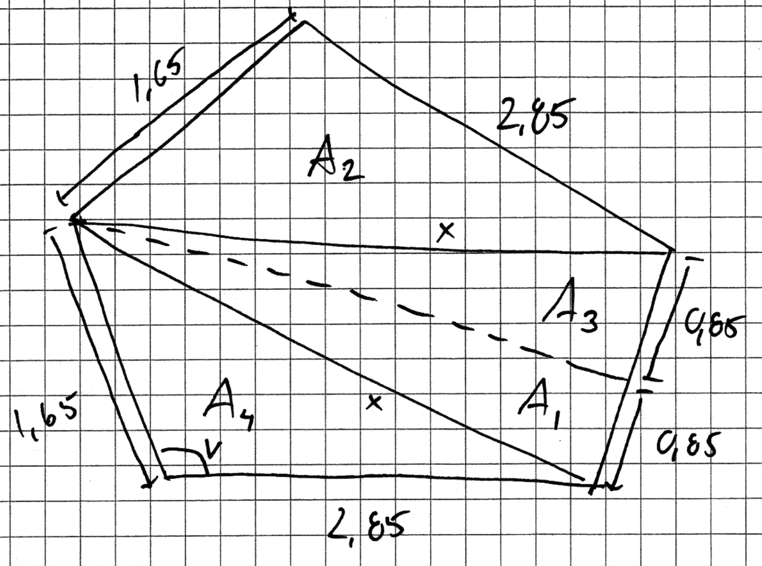
$$A_A = \frac{1,65 \cdot 2,85 \cdot \sin 94,68°}{2} = 2,34\ m^2$$

$$A_x = \frac{0,85 \cdot 3,3 \cdot \sin 90°}{2} = 1,4025\ m^2$$

$$A_{tot} = 2A_A + 2A_x = 2 \cdot 2,34 + 2 \cdot 1,4025 = \underline{\underline{7,5\ m^2}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar på en godtagbar lösningsstrategi som resulterar i ett godtagbart svar. Elevlösningen ges därmed tre modelleringspoäng på C-nivå. Gällande kommunikation är hanteringen av symboler och enheter i huvudsak korrekt och index används vilket förtydligar lösningen. Beräkningen av hypotenusans längd i den rätvinkliga triangeln redovisas inte alls, hänvisning till använda satser saknas och flera vinklar som sedan inte används redovisas i figuren. Sammantaget uppfylls därmed inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (3 C_M och 1 C_K)



$x^2 = 0{,}85^2 + 3{,}30^2$

$x = \sqrt{11{,}6125}$

$x = 3{,}4077\,m$

$A_1 = \dfrac{3{,}30 \cdot 0{,}85}{2}$

$A_1 = 1{,}4025\ m^2$

$A_1 = A_3$

$A_4 = A_2$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$3{,}4077^2 = 1{,}65^2 + 2{,}85^2 - 2 \cdot 1{,}65 \cdot 2{,}85 \cdot \cos V$

$\dfrac{0{,}7675}{(-2 \cdot 1{,}65 \cdot 2{,}85)} = \cos V$

$V = 94{,}7^\circ$

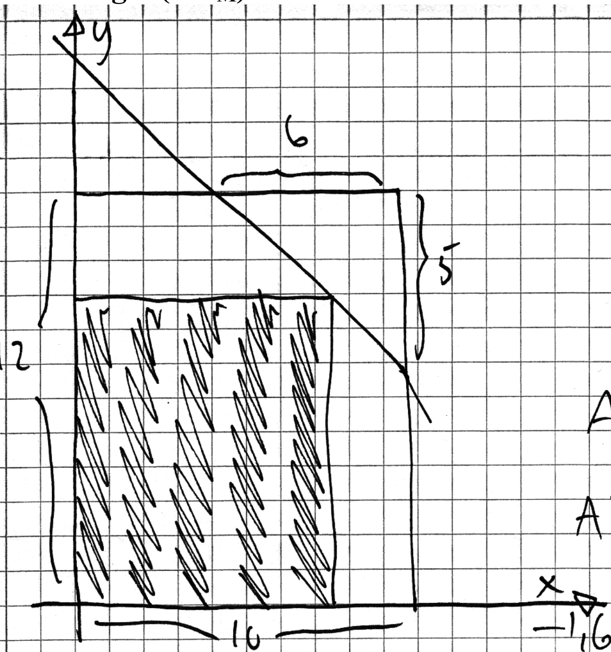
$A_4 = \dfrac{1{,}65 \cdot 2{,}85 \cdot \sin 94{,}7}{2} = 2{,}34\ m^2$

$A_{tot} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \underline{\underline{7{,}5\ m^2}}$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ges därför tre modelleringspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikationen så redovisas en tydlig figur och alla relevanta beräkningar. Användningen av symboler, index och enheter bedöms vara i huvudsak korrekt. Enheter saknas på något ställe och ± saknas i samband med ekvationslösningen i början. Hänvisning till Pythagoras sats och areasatsen saknas. Sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 A_M)



$k = -\frac{5}{6} = -0,8333$

$m = 12 + \frac{5}{6} \cdot 4 = 15,333$

$y = -0,833x + 15,333$

$\text{Arean} = -0,833x^2 + 15,333x$

$A'(x) = -1,666x + 15,333$

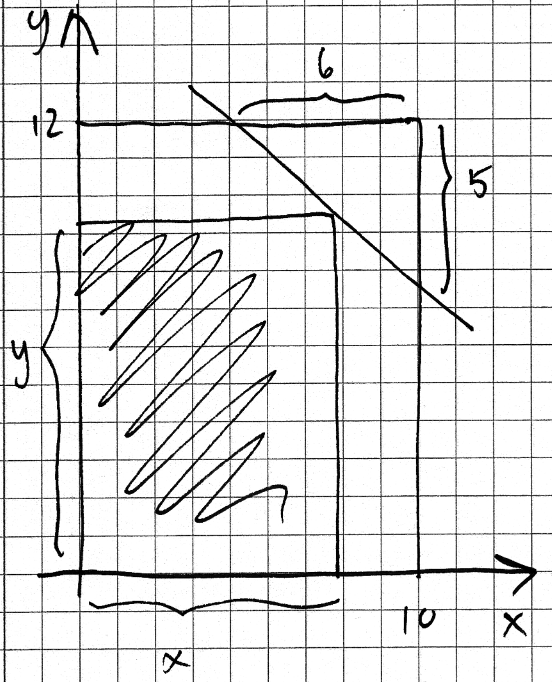
$-1,666x + 15,333 = 0$

$x = \frac{-15,333}{-1,666} = 9,2$

SVAR: 9,2 dm

Kommentar: I elevlösningen härleds ett korrekt uttryck för spegelns area även om det är oklart vad variablerna *x* och *y* står för. Att derivatans nollställe motsvarar ett maximum verifieras inte. Sammantaget motsvarar denna lösning två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (3 A_M och 1 A_K)



$$y = -\frac{5}{6}x + m$$

$$12 = -\frac{5}{6} \cdot 4 + m$$

$$m = 15,33$$

$$A = -\frac{5}{6}x^2 + 15,33x$$

$$A'(x) = -\frac{10}{6}x + 15,33$$

$$-\frac{5}{3}x + 15,33 = 0$$

$$x = \frac{15,33}{5/3}$$

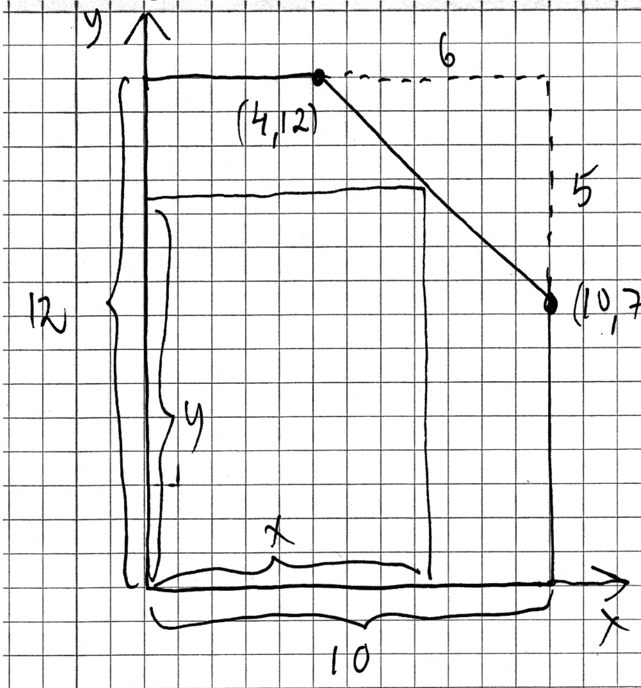
$$x = 9,2$$

$\boxed{\text{SVAR: } 9,2\,\text{dm}}$

Max pga neg koefficent på x^2

Kommentar: I elevlösningen härleds ett korrekt uttryck för arean och största värdet bestäms och verifieras. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad, symboler används med god anpassning till syfte och situation och variabler är tydligt definierade. Lösningen skulle ha varit tydligare om hänvisning till räta linjens ekvation funnits, om det i härledningen infogats att $A = x \cdot y$ samt om den använda punkten $(4,12)$ markerats i figuren. Sammantaget ges elevlösningen tre modelleringspoäng på A-nivå och nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_M och 1 A_K)



Bredden är x

Höjden är y

Arean är $x \cdot y$

$y = kx + m$

$k = -\frac{5}{6}$

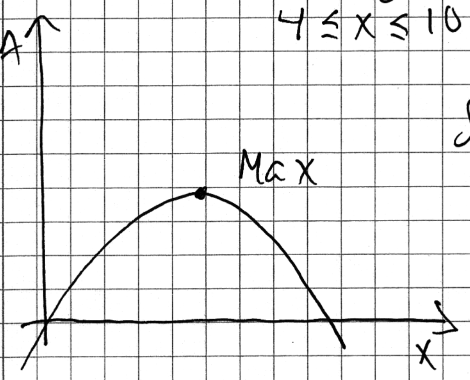
$7 = -\frac{5}{6} \cdot 10 + m$

$m = \frac{21}{3} + \frac{25}{3} = \frac{46}{3}$

$y = -\frac{5}{6}x + \frac{46}{3}$

$A(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{46}{3}x$

$4 \leq x \leq 10$



Söker max med grafräknaren (calculate maximum)

$x = 9{,}2$ dm ger max area

SVAR: 9,2 dm

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och innehåller alla väsentliga delar. Maximum bestäms och verifieras med hjälp av en lämplig grafräknarfunktion och den kurvskiss som visar på maximipunkten. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom variablerna är tydligt definierade, lösningen är välstrukturerad och symboler används med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.