Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 25 E-, 24 C- och 17 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 52 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($F(x) = \frac{x^3}{3} + C$) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (1,5) +1 E_P

b) Korrekt svar ($3x^9$) +1 E_P

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (alternativ B: $\left|-3\right| = 3$) +1 E_B

4. **Max 1/0/0**

Godtagbart ritad graf +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

5. **Max 1/0/0**

Korrekt svar $((x-4)^2 + (y-3)^2 = 9)$ +1 E_{PL}

6. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar $(f'(x) = 12x^3 - 7)$ +1 E_P

b) Korrekt svar $(f'(x) = kx^{k-1})$ +1 C_P

c) Korrekt svar $(f'(x) = 5)$ +1 C_P

7. **Max 0/1/0**

Godtagbart svar (8) +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ E: ”Vattenmelonens viktökning i hg/vecka vid tiden 3 veckor.”) +1 C_B

9. **Max 0/2/1**

a) Korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^4 + 3x$) +1 C_B

b) Godtagbar ansats, anger ett rationellt uttryck som uppfyller det första *eller* det andra och det tredje villkoret, t.ex. $\dfrac{x}{2(x+4)(x-3)}$ +1 C_B

med alla tre villkor uppfyllda, $\left(\text{t.ex.} \dfrac{x+1}{(x+4)(x-3)}\right)$ +1 A_B

10. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (3000) +1 C_M

b) Korrekt svar (5000) +1 A_M

11. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (D) +1 C_B

b) Korrekt svar (E) +1 A_B

Del C

12. **Max 2/0/0**

Korrekt bestämning av primitiv funktion +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7) +1 E_P

13. **Max 3/3/2**

a) Korrekt bestämning av derivatans nollställe, $x = 1$ +1 E_P

med godtagbar verifiering av maximum +1 E_P

b) Korrekt beräkning av maximal area, 3 m^2 +1 E_P

med korrekt angiven värdemängd, t.ex. i ord, där det framgår att arean är större än 0 m^2 och mindre än eller lika med 3 m^2 +1 C_M

där svaret uttrycks med korrekt använda olikhetstecken ($0 < A \leq 3$) +1 C_K

Kommentar: Ett svar som inkluderar arean noll (t.ex. $0 \leq A \leq 3$) bedöms vara godtagbart eftersom både arean noll och väldigt små areor är lika orimliga i detta sammanhang.

c) Godtagbar ansats, tecknar sidan *BC* (eller *CD)* uttryckt i *x eller* arean uttryckt i två variabler, t.ex. $BC = 3 - x$ eller $A = xy + x(y - x)$ +1 C_M

med korrekt slutförd härledning av uttrycket för arean +1 A_M

Lösningen (deluppgift c) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, $A(x)$, x och y, index, figur med införda beteckningar, termer såsom area, sida samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, korrekt faktorisering t.ex. $\dfrac{10{,}7^5(10{,}7-1)}{10{,}7^5}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (9,7) +1 C_P

15. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer x-koordinaten för punkten P, $x=\frac{\ln 4}{2}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar på enklaste form (8) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $f(x)$, $f'(x)$, $f(x)=4$ och $f'(\frac{\ln 4}{2})$ samt termer såsom derivata, punkt, x-koordinat, y-koordinat, tangent, riktningskoefficient, lutning etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt bestämning av $f'(a)$, $f'(a)=-\frac{1}{a^2}$ +1 C_P

med godtagbar fortsättning som inkluderar konstruktiv användning av tangeringspunktens koordinater, t.ex. korrekt bestämning av tangentens ekvation $y=-\frac{1}{a^2}x+\frac{2}{a}$ +1 A_R

med ett i övrigt godtagbart genomfört bevis +1 A_R

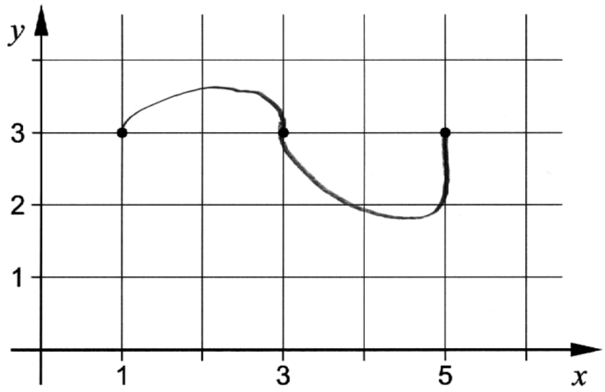
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $f(x)$, $f'(x)$, $f'(a)$, bråkstreck, figur med införda beteckningar, termer såsom koordinater, tangent, lutning, riktningskoefficient, derivata, x-axel, y-axel, triangel, höjd, bas, areaenheter samt hänvisning till tangentens ekvation etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

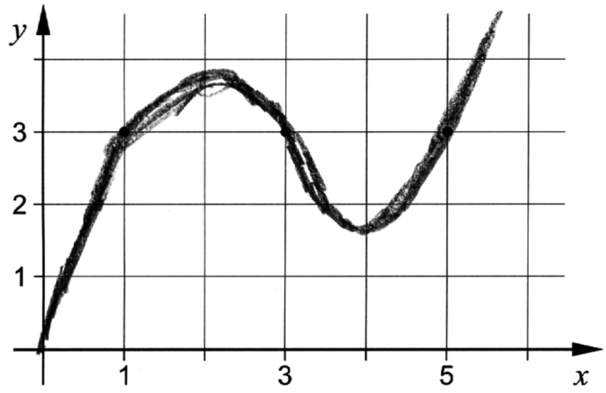
Bedömda elevlösningar

Uppgift 4

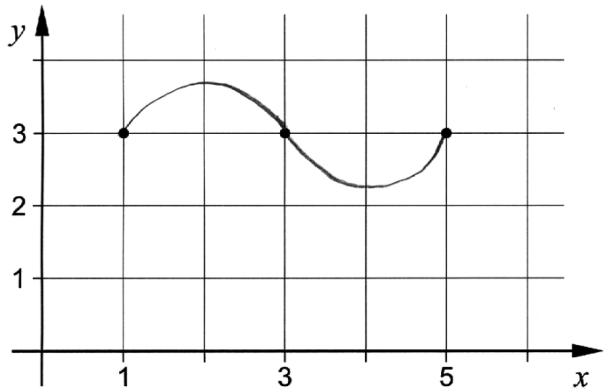
Elevlösning 1 (0 poäng)



Elevlösning 2 (1 E_B)



Elevlösning 3 (1 E_B)



Kommentar: Eftersom det inte går att avgöra om derivatan är positiv eller negativ i punkterna (3, 3) och (5, 3) ges elevlösning 1 noll poäng. Elevlösning 2 och 3 visar godtagbara grafer men ges nätt och jämnt en begreppspoäng på E-nivå. Det beror på att graf 2 ser ut att bestå av flera grafer och graf 3 är inte ritad för $x < 1$ och $x > 5$.

Uppgift 13c

Elevlösning 1 (1 C_M och 1 A_M)

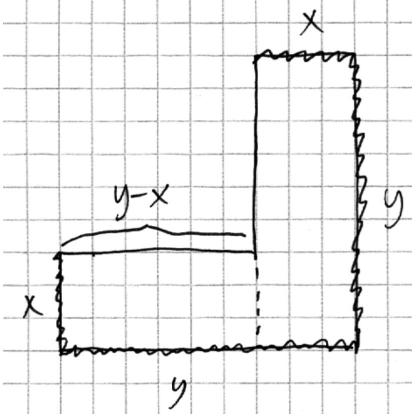
Visa $A(x) = 6x - 3x^2$

$A(x) = (BC - x)x \cdot 2 + x^2 = \left(\frac{6-2x}{2} - x\right)x \cdot 2 + x^2$

$= (3 - 2x)x \cdot 2 + x^2 = 6x - 3x^2$

Kommentar: Eftersom elevlösningen inte innehåller någon figur med införda beteckningar och motivering till varför $BC = \frac{6-2x}{2}$, blir lösningen svår att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen modelleringspoängen på både C- och A-nivå, men inte kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M, 1 A_M och 1 A_K)



De långa sidorna är y

Då ska 6m gräskant räcka

till 2x och 2y

$2x + 2y = 6$ så $y = 3 - x$

Arean blir $xy + x(y - x)$

$A = xy + xy - x^2 = 2xy - x^2$

Då blir $A(x) = 2x(3 - x) - x^2 = 6x - 2x^2 - x^2$

$\boxed{A(x) = 6x - 3x^2}$

Kommentar: Lösningen är lätt att följa och förstå eftersom variabler är definierade, det finns en tydlig figur och ekvationen $2x + 2y = 6$ motiveras på ett tydligt sätt. Sammantaget motsvarar lösningen både modelleringspoängen på C- och på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 C_{PL})

$y = e^{2x}$

$y'(x) = 2e^{2x}$

$4 = e^{2x}$

$\ln 4 = \ln e^{2x}$

$\ln 4 = 2x \cdot \ln e$

$x = \dfrac{\ln 4}{2 \ln e}$

$y'\left(\dfrac{\ln 4}{2 \ln e}\right) = 2e^{\frac{2 \cdot \ln 4}{2 \ln e}}$

$= 2e^{\frac{\ln 4}{\ln e}}$

svar: $2e^{\frac{\ln 4}{\ln e}}$

Kommentar: Det korrekta svaret är inte uttryckt på enklaste form, därmed uppfylls inte kravet för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$y = e^{2x}$

Bestäm x-koordinaten

$4 = e^{2x}$

$\ln 4 = \ln e^{2x}$

$2x = \ln 4$

$x = \ln 4/2$

Bestäm $f'(\ln 4/2)$

$y = e^{2x}$

$y'(x) = 2e^{2x}$

$y'(\ln 4/2) = 2 \cdot e^{2 \cdot \ln 4/2}$

$= 2e^{\ln 4} = 2 \cdot 4$

$= 8$

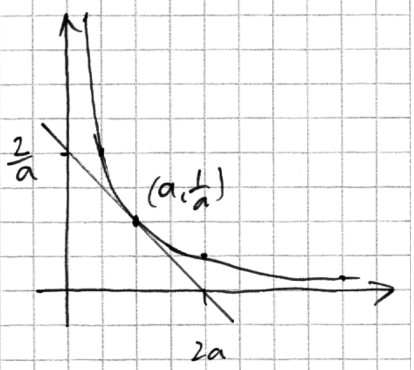
SVAR: 8

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och svaret uttrycks på enklaste form. Kommunikationen bedöms motsvara kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå trots att det förekommer olika beteckningssätt för derivatan.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (0 poäng)

Eftersom kurvans funktion är $y=\frac{1}{x}$ kommer tangenten till kurvan vid punkten $(a, \frac{1}{a})$ alltid att skära y-axeln vid $2 \cdot 1/a$ och x-axeln vid $2a$



$y = 1/x$

$A = \frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = \frac{4}{2} = 2$ A.E.

Kommentar: Elevlösningen innehåller korrekt angiven skärning med *x*- och *y*-axeln, men redovisning för dessa saknas. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$ Tangentens ekvation $y = kx + m$

Tang. punkt $(1,1)$	Tang. punkt $(0.5, 2)$	Tang. punkt $(2, 0.5)$
$k = y'(1) = -1$	$k = y'(0.5) = -4$	$k = y'(2) = -0{,}25$
$1 = -1 \cdot 1 + m$	$2 = -4 \cdot 0{,}5 + m$	$0{,}5 = -0{,}25 \cdot 2 + m$
$m = 2$, $y = -1 \cdot x + 2$	$m = 4$, $y = -4x + 4$	$m = 1$, $y = -0{,}25x + 1$
$x = 0$ ger höjd : 2	$x = 0$ ger höjd : 4	$x = 0$ ger höjd : 1
$y = 0$ ger bas : 2	$y = 0$ ger bas : 1	$y = 0$ ger bas : 4
$A = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$	$A = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2$	$A = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$

Arean blir alltså 2

Kommentar: Eftersom slutsatsen baseras på specialfall och inte en generell behandling, ges elevlösningen noll poäng.

Elevlösning 3 (1 C_P och 2 A_R)

$f(x) = \frac{1}{x}$

$= -\frac{1}{x^2}$

$f'(a) = -\frac{1}{a^2}$

$y = kx + m$

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2} \cdot a + m$

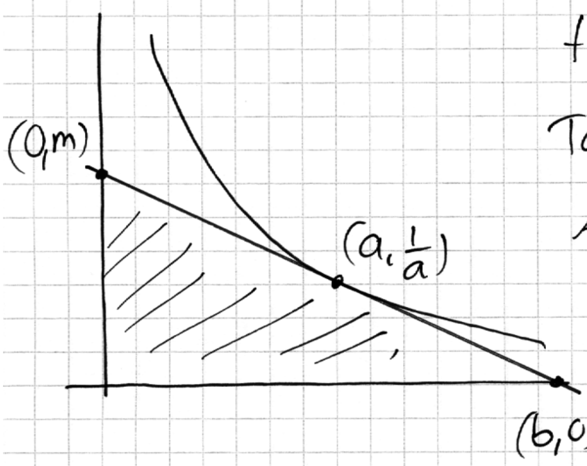
$m = \frac{2}{a}$

x-axeln : $0 = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$ $\quad x = \frac{2}{a} \cdot a^2 = 2a$

$\frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = 2$ Arean är alltid 2 areaenheter

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ger därför en procedurpoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå. Lösningen är inte välstrukturerad. Symbolhanteringen är bristfällig på andra raden där symbolen $f'(x)$ saknas. Det framgår inte heller med tydlighet hur basen och höjden i triangeln bestäms. Därmed bedöms inte lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 C_P, 2 A_R och 1 A_K)



$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Tangentens lutning $f'(a) = \frac{-1}{a^2} = k$

$A = \frac{b \cdot m}{2}$

$k = \frac{m - 1/a}{0 - a} = -\frac{1}{a^2}$

$m - 1/a = 1/a \Rightarrow m = 2/a$

$k = \frac{\frac{1}{a} - 0}{a - b} = -\frac{1}{a^2}$

$-a^2 \cdot \frac{1}{a} = a - b$

$b - a = a \Rightarrow b = 2a$

$A = \frac{b \cdot m}{2} = \frac{2a \cdot 2/a}{2} = 2$

Dvs. arean är alltid 2.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen alla de poäng som uppgiften kan ge, inklusive kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 C_P, 2 A_R och 1 A_K)

Tangeringspunkten $= \left(a, \frac{1}{a}\right)$

lutningen $y' = -x^{-2}$ och $y'(a) = -a^{-2}$

Tangentens funktion $y - y_1 = k(x - x_1)$

$$y - \frac{1}{a} = -a^{-2}(x - a)$$

$$y - \frac{1}{a} = -a^{-2}x + a^{-1}$$

$$y = -a^{-2}x + \frac{1}{a} + \frac{1}{a}$$

$$\underline{\underline{y = -a^{-2}x + \frac{2}{a}}}$$

Triangelns höjd $y = -a^{-2} \cdot 0 + \frac{2}{a} = \underline{\underline{\frac{2}{a}}}$

Trinangelns bas $0 = -a^{-2} \cdot x + \frac{2}{a}$

$$a^{-2}x = \frac{2}{a}$$

$$a^{-1}x = 2$$

$$\frac{1}{a} \cdot x = 2$$

$$\underline{\underline{x = 2a}}$$

Triangelns area $\frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = \frac{\frac{2a \cdot 2}{a}}{2} = \frac{\frac{4a}{a}}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$

Triangelns area är alltid 2.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. Trots att termen ”tangentens funktion” används uppfyller lösningen kraven för alla de poäng som uppgiften kan ge.

Uppgift 17b

Elevlösning 1 (1 E_M)

$$V(t) = 5t^3 - 135t + 3500$$

$$V'(t) = 15t^2 - 135$$

$V'(14) = 2805$ Det är inte möjligt!

Kommentar: I elevlösningen visas hur derivatan kan användas för att konstatera en orimlig viktökning dag 14. I slutsatsen framgår dock inte vad som är orimligt eftersom $V'(14)$ inte är tolkat (en viktökning på 2,8 kg/dag då $t = 14$). Sammantaget ges därför denna elevlösning en modelleringspoäng på E-nivå.