

Delprov B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 23 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 52 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

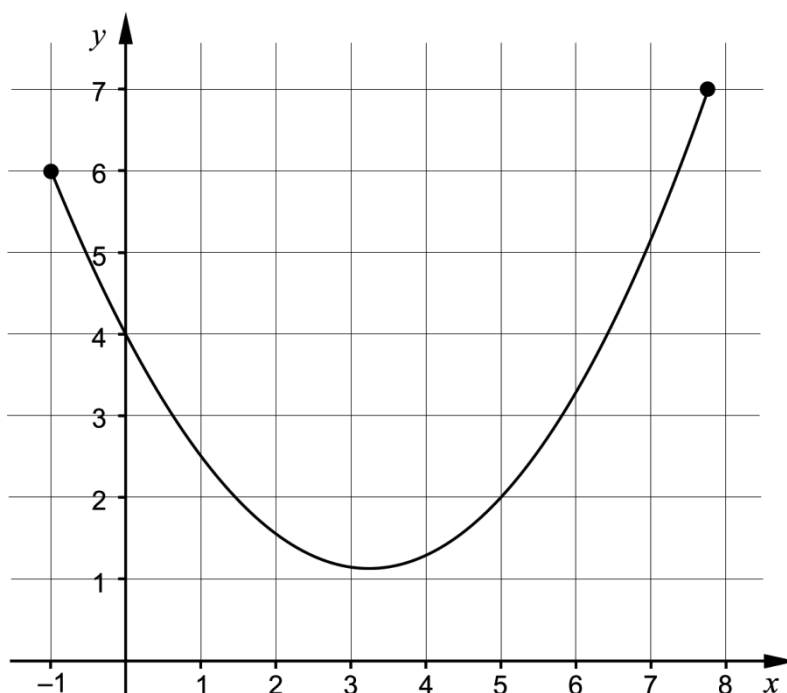
Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. För vilket värde på x är uttrycket $\frac{2x}{x+4}$ inte definierat? _____ (1/0/0)

2. Beräkna det exakta värdet av $\int_0^2 x^2 dx$ _____ (1/0/0)

3. Figuren visar grafen till en funktion som är definierad i ett slutet intervall.



Rita i figuren

- a) en tangent som har lutningen 1. Märk tangenten med bokstaven T. (1/0/0)
- b) en sekant som har lutningen 1. Märk sekanten med bokstaven S. (1/0/0)

4. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = 5x^3 - 8x^2 + 10$ $f'(x) =$ _____ (1/0/0)

b) $f(x) = \frac{3x + e^{-x}}{2}$ $f'(x) =$ _____ (0/1/0)

c) $f(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$ $f'(x) =$ _____ (0/1/0)

5. $2 + 6 + 18 + \dots$ är en geometrisk summa.

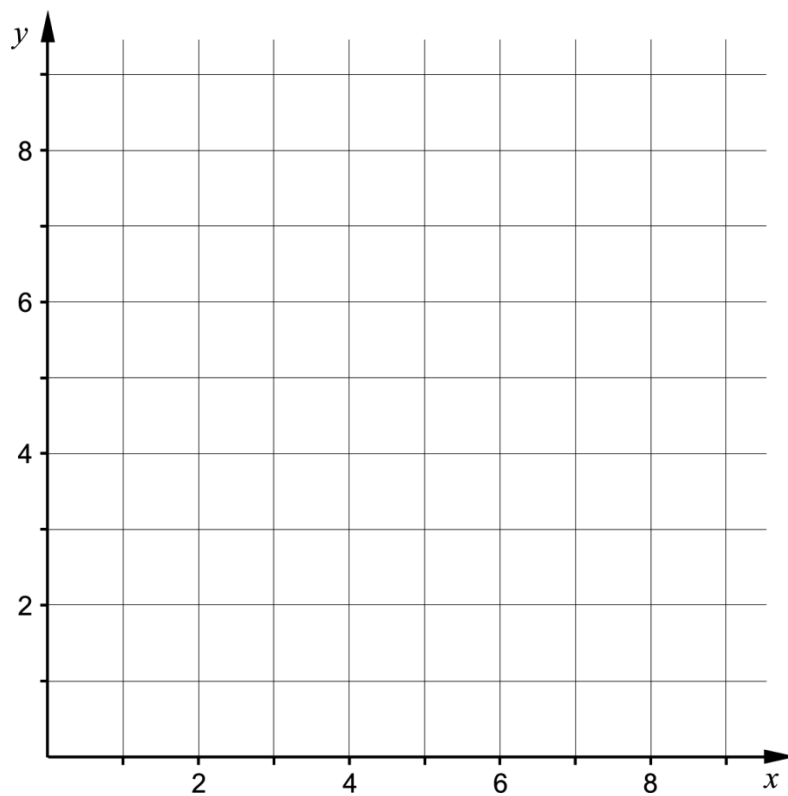
a) Bestäm den fjärde termen. _____ (1/0/0)

b) Bestäm den n :te termen. _____ (0/1/0)

6. Funktionen f är en *diskret* funktion.

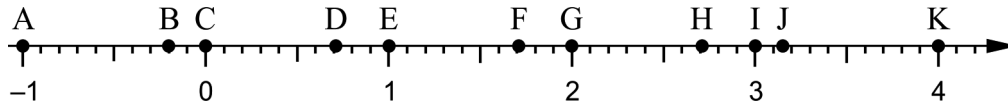
Det gäller att $f(x) = x^2$ för $x = 1, 2$ och 3

Rita grafen till funktionen f i koordinatsystemet.



(1/0/0)

7. På tallinjen är punkterna A – K markerade.



Bestäm vilken av punkterna A – K som motsvarar värdet av

a) $\ln e^2$ _____ (1/0/0)

b) $e - \ln 1$ _____ (0/1/0)

8. En gurkodlare har undersökt hur vikten hos en växande gurka ökar med tiden. Hon redovisar resultatet som en funktion $y = V(t)$, där $V(t)$ är gurkans vikt i hg och t är tiden i veckor efter mätningens början.



Vad får hon veta genom att bestämma $V'(3)$?

Välj ett av alternativen A – E.

- A. Den vikt i hg som gurkan har vid tiden 3 veckor.
- B. Gurkans viktökning i hg under 3 veckor.
- C. Gurkans genomsnittliga viktökning i hg/vecka under 3 veckor.
- D. Den tid det tar för gurkans vikt att öka till 3 hg.
- E. Gurkans viktökning i hg/vecka vid tiden 3 veckor.

_____ (0/1/0)

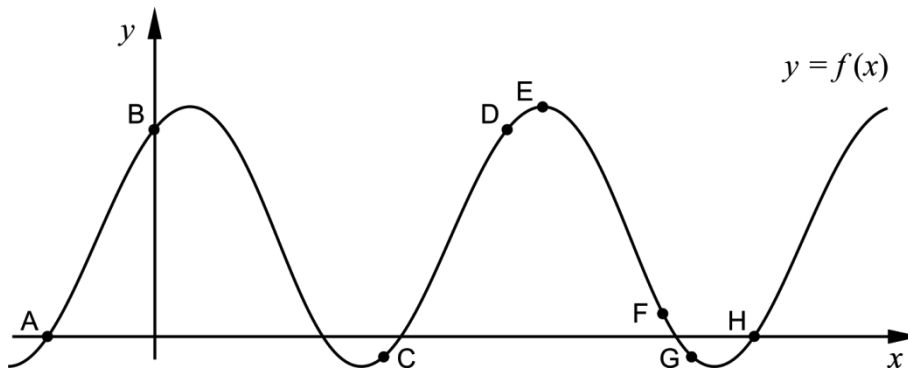
9. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $\frac{3x+15}{x+5}$ _____ (1/0/0)

b) $\frac{x^2-6x+9}{2x^2-18}$ _____ (0/1/0)

c) $\frac{(x-1)^{13}+(x-1)^{12}}{x}$ _____ (0/0/1)

10. Figuren visar grafen till en funktion f . På grafen är punkterna A – H markerade.

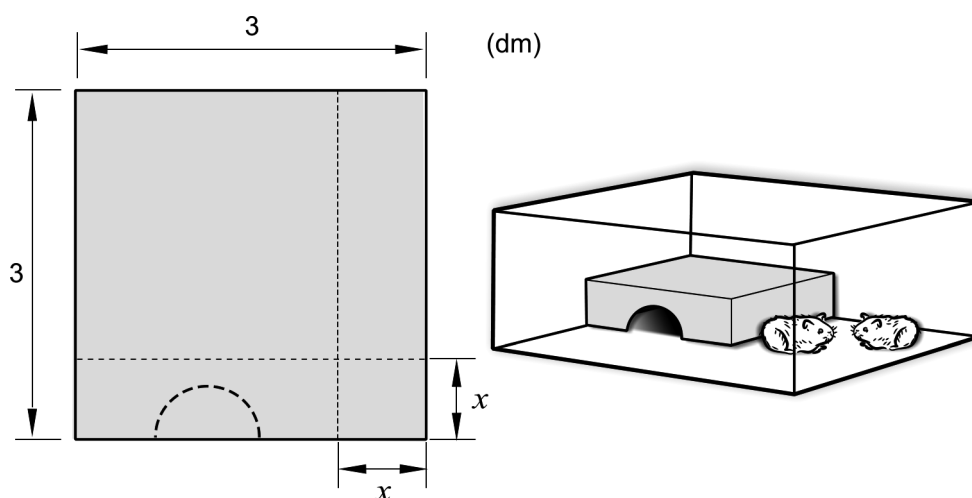


a) I en av punkterna A – H är $f'(x) > 0$ och $f(x) < 0$
 Ange denna punkt. _____ (0/1/0)

b) I några av punkterna A – H är $f''(x) < 0$
 Ange dessa punkter. _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = x^3$ och $g(x) = 6x^2 - 9x$.
Undersök om funktionernas grafer skär varandra i punkten $(2, 8)$. (2/0/0)
12. János har en kvadratisk plåt som han tänker använda för att bygga ett bo åt sina hamstrar. Han tänker skära bort en kvadratisk bit från ett av plåtens hörn och sedan vika plåten till ett bo, se figur.



János antar att den kvadratiske biten har sidan x dm. Sedan bestämmer han boets volym V dm³ som funktion av sidan x dm:

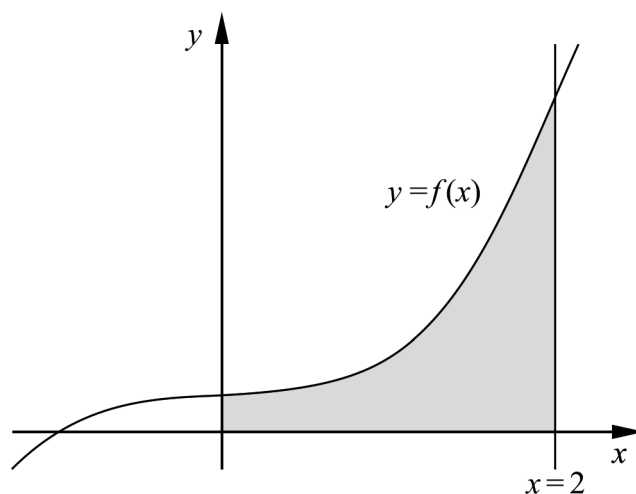
$$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Använd derivata för att beräkna x så att boet får så stor volym som möjligt. (3/1/0)

13. Beräkna arean av området som begränsas av linjen $x = 2$, grafen till

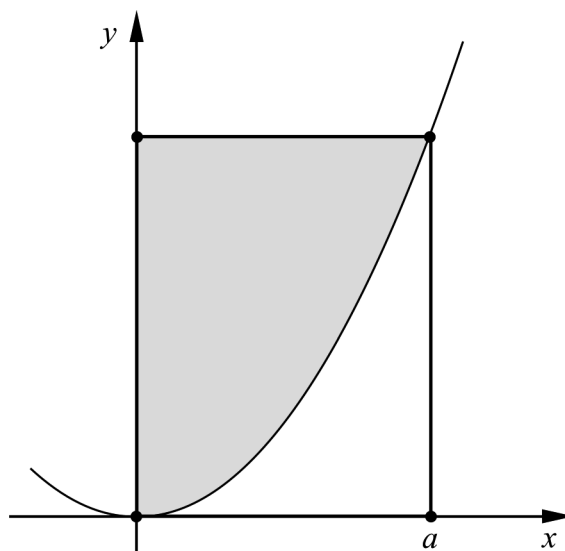
$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{4} \text{ och de positiva koordinataxlarna.}$$

(0/2/0)



14. Arkimedes var en grekisk matematiker och filosof som levde för ungefär 2300 år sedan. Han studerade bland annat parabler.

Figuren visar en parabel och en rektangel i ett koordinatsystem. Rektangeln har hörn i origo, på parabeln och på de positiva koordinataxlarna. Parabeln delar rektangeln i ett grått område ovanför parabeln och ett vitt område under parabeln. Se figur.



Arkimedes påstod att arean av det grå området är dubbelt så stor som arean av det vita området.

Utgå från att parabeln beskrivs med funktionen $y = kx^2$ där k är en positiv konstant och att hörnet på positiva x -axeln ligger i punkten där $x = a$.

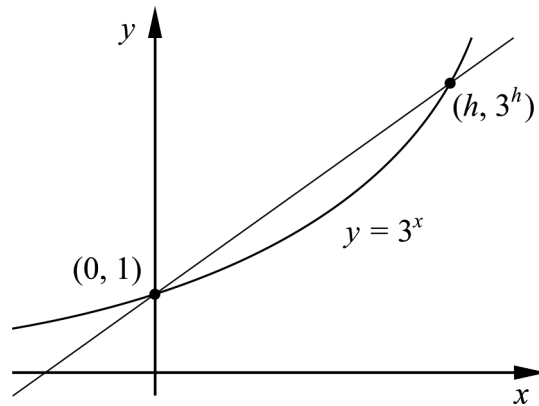
Bevisa att Arkimedes påstående gäller för alla sådana parabler.

(0/3/0)

15. Bestäm alla värden på a så att uttrycket $\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3}$ blir möjligt att förenkla.

(0/0/2)

16. Figuren visar grafen till $y = 3^x$ och en rät linje som skär grafen i punkterna $(0, 1)$ och $(h, 3^h)$.



Bestäm $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h - 1}{h}$ och svara exakt.

(0/0/2)