Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar
Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	$+1\ E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	$+1\ E_P$

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL
Termer	t.ex. polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm, geometrisk summa, olikhet
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, formeln för geometrisk summa
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 24 E-, 23 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 46 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 55 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x^2(x-4)=(x+5)(x-5)x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,25) +1 E_{PL}

Kommentar: Elevlösningen kan ges två problemlösningspoäng på E-nivå även om lösningen $x=0$ saknas eller utesluts utan kommentar.

18. **Max 4/0/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0{,}791 \cdot e^{0{,}0526 \cdot t}=15$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (år 2016) +1 E_M

b) Godtagbar ansats till utvärdering av modellen, t.ex. beräknar $P(140)$ +1 E_M

med godtagbar kommentar som visar insikt om att modellen inte stämmer eftersom pastamängden blir orimligt hög +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 1/1/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang där det framgår att Sofia har fel, baserat på att största värde saknas *eller* baserat på att funktionen inte är definierad då $x=6$ +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang, t.ex. tecknar ekvationen

$1=\dfrac{x-1}{x-6}$ +1 C_R

med godtagbart slutfört välgrundat och nyanserat resonemang som visar att funktionsvärdet aldrig kan bli 1 och att Sofia därför har fel +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/1/0**

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang där det *påstås att* konstanten C försvinner vid integralberäkningen och därför inte behöver tas med. 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, där det *visas att* eller *förklaras varför* konstanten C försvinner vid integralberäkningen och därför inte behöver tas med. 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar volymfunktionen $V(x) = x(2{,}4 - 2x)(1{,}2 - x)$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar ($x = 0{,}4$) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $4x^3 - 4 = -17{,}5$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $(-1{,}5)$ +1 C_{PL}

23. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer ett system av olikheter som motsvarar

kraven: $\begin{cases} x + 2y \le 140 \\ 1{,}5x + 2y \le 180 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning, där punkterna (0, 70); (80, 30) och (120, 0) prövas, med korrekt svar (80 enkla bumeranger och 30 exklusiva bumeranger) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Kommentar:
Gällande första modelleringspoängen:
Om villkoren $x \ge 0$ och $y \ge 0$ saknas och/eller om $x > 0$ och $y > 0$ används och/eller om likhetstecken används istället för olikhetstecken kan detta kompenseras av en korrekt figur som visar det aktuella området och de punkter som är relevanta.

Gällande kommunikationspoängen:
Om villkoren $x \ge 0$ och $y \ge 0$ saknas och/eller om $x > 0$ och $y > 0$ används och/eller om likhetstecken används istället för olikhetstecken blir lösningen otydlig eftersom den innehåller en motsägelse. Sådana elevlösningar bedöms inte uppfylla kraven för att en kommunikationspoäng ska delas ut och kan därmed maximalt ges två modelleringspoäng på C-nivå.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, visar insikt om hur $h'(2)$ kan bestämmas,
t.ex. anger att $h'(2) = f'(2) - g'(2)$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, som inkluderar korrekt bestämning av linjens lutning $\left(-\frac{3}{2}\right)$ och godtagbar bestämning av tangentens lutning (t.ex. 0,67), med godtagbart svar (t.ex. $-2{,}17$) +1 A_{PL}

25. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, bestämmer $f(x)$ på allmän form, t.ex. $f(x) = -x^2 + Cx + D$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = -x^2 + x + 5$) +1 A_{PL}

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar relevanta samband, t.ex. $\begin{cases} 20000 = N_0 \mathrm{e}^{4 \cdot k} \\ 5000 = N_0 k \mathrm{e}^{4 \cdot k} \end{cases}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (7400 bakterier) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Elevlösning 4 (1 A_B och 1 A_K)

$f'(a) = g'(a)$ och $f(a) = g(a)$

Kommentar: Elevlösningen visar exakt med matematiska symboler vilka två villkor som gäller. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18b

Elevlösning 1 (0 poäng)

I slutet av detta århundrade kommer den inte att stämma så bra då vi får för höga värden

$P = 0{,}791 \cdot e^{0{,}0525 \cdot 100} \Rightarrow P = 0{,}791 \cdot e^{5.25}$

$P = 150{,}74$ kg

Kommentar: Elevlösningen visar inte en godtagbar ansats eftersom modellen utvärderas i mitten av detta århundrade och inte i slutet. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 E_M)

$1960 + 139 = 2099$

$0{,}791 \cdot e^{0{,}0525 \cdot 139} \approx 1168$

Svar Enligt modellen är konsumptionen 1168 kg pasta per person och år året 2099.
Vilket inte kan stämma

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att $P(139)$ beräknas vid utvärdering av modellen. Däremot framgår det inte *varför* pastamängden är orimlig, dvs. att den är för hög. Lösningen ges den första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösning 3 (2 E_M)

År 2099:

$t = 2099 - 1960 = 139$

$P = 0{,}791 \cdot e^{0{,}0525 \cdot 139} \approx 1168$ kg/person

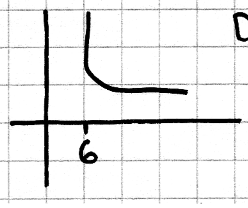
Modellen stämmer inte för slutet av 2000-talet
Värdet blir för högt

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar utvärdering av modellen. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 19a

Elevlösning 1 (1 E_R)

Sofia har fel eftersom att x-väraet
aldrig når 6, den snuddar ifrån
6:an



Den når aldrig fram
till punkt 6.

x-väraet blir aldrig 6.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som beskriver att funktionen inte är definierad för $x = 6$ även om det inte anges explicit. Lösningen bedöms nätt och jämt uppfylla kraven för resonemang på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R)

$f(6) = \frac{5}{0}$ Svaret är odefinierat. hon har fel.

Elevlösning 3 (1 E_R)

När x=6 är inte y bestämt
eftersom att grafen är diskont-
nuerlig, vilket betyder att y är ej
bestämt när x=6; så nej hon har inte rätt

Elevlösning 4 (1 E_R)

Nej, x kommer aldrig bli 6. Man kan inte dela
något med noll

Kommentar: Elevlösning 2-4 visar exempel på godtagbara enkla resonemang som uppfyller kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 19b

Elevlösning 1 (0 poäng)

Nej, i x-led närmar sig y-värdet 1, men det kommer aldrig att uppnå det, alltså kan det minsta värdet närma sig 1 men det kommer aldrig att att vara 1.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som inte kan anses vara välgrundat eftersom det inte styrks av exempelvis beräkningar. Dessutom antyds att minsta värde existerar. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 C_R)

$$1 = \frac{x-1}{x-6}$$

$$x-6 = x-1$$

$$0x = 5 \quad ???$$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och uppfyller därmed kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

Funktionens värde när $x>6$ kan inte bli 1

Vid en prövning $f(x)=1$ ger det $1 = \frac{x-1}{x-6}$

$$x-6 = x-1$$

$$x = x+5$$

vilket är omöjligt

Däremot så närmar sig funktionsvärdet mot 1 men det kommer aldrig ner till 1.

Kommentar: Det inledande resonemanget visar varför Sofias påstående är felaktigt och bedöms därför uppfylla kraven för resonemangspoängen på C- och A-nivå. Kommentaren i slutet av lösningen ”Däremot så närmar sig funktionsvärdet…” visar på förståelse men behövs inte för att vederlägga Sofias påstående.

Elevlösning 4 (1 C_R och 1 A_R)

För att det ska kunna bli 1 så måste
både täljare och nämnare vara lika stora
$x-1 = x-6$ ger inget svar och därför
kan inte värdet bli 1.
hon har fel.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på att täljare och nämnare aldrig kan vara lika stora och att Sofias påstående därför är felaktigt. Lösningen uppfyller därmed kraven för resonemangspoäng på C- och A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (0 poäng)

I a) uppgiften behövde han bestämma
alla primitiva funktioner varav konstanten C
behövs för att kunna beskriva fler än en
primitiv funktion.
Men i uppgift b) var uppgiften att beräkna
integralen till den primitiva funktionen.
$\frac{x^3}{3}$ är en av de primitiva funktionerna till x^2
och fungerar därför som funktion till integral
beräkningen. C-konstanten är en konstant
och har därför inte heller någon påverkan
på integralens värde. Eftersom integreringen
går med avseende på x är C ointressant

Kommentar: I slutet av elevlösningen är förklaringen till varför konstanten *C* inte behövs att: ”*C*-konstanten är en konstant och har därför inte heller någon påverkan på integralens värde. Eftersom integreringen går med avseende på *x* är *C* ointressant.”. Denna förklaring anses alltför otydlig för att uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

Vid integralberäkning behöver han inte lägga till C eftersom de ändå tar ut varandra i detta fall.

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} + C\right]_0^2 = \frac{2^3}{3} + C - \left(\frac{0^3}{3} + C\right)$$

$$\frac{2^3}{3} + C - C = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$$

det visar att oavsett om C läggs till i detta fall blir svaret det samma.

Kommentar: I elevlösningen bedöms förklaringen ”Vid integralberäkning behöver man inte lägga till *C* eftersom de ändå tar ut varandra i detta fall” motsvara en resonemangspoäng på E-nivå. Eftersom det i lösningen även *visas* på ett godtagbart sätt hur konstanterna *C* tar ut varandra bedöms lösningen även uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (2 C_M)

Bas = x (2,4 - 2x)

Höjd = (1,2 - x)

Bh = V

$x(2{,}4 - 2x) = (2{,}4x - 2x^2)$

$(2{,}4x - 2x^2)(1{,}2 - x) = 2{,}88x - 2{,}4x^2 - 2{,}4x^2 + 2x^3$

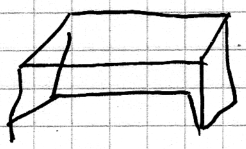
$2{,}88x + 2x^3 - 4{,}4x^2 = V_{max}$

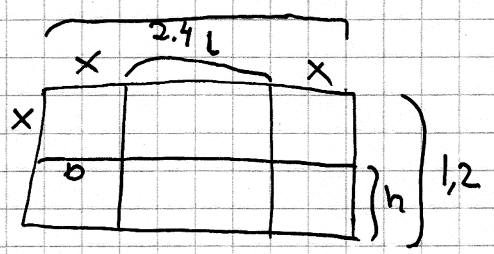
2nd calc max på miniräknaren ger x = 0,49

Svar x = 0,49 ger maximal volym

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av funktionsuttrycket. Vid förenklingen på rad sex görs ett fel av lapsuskaraktär, vilket inte påverkar bedömningen. Gällande kommunikation är lösningen något svår att följa då skiss av graf och beteckningar på rad fyra och rad fem saknas. Dessutom betecknas volymfunktionen på rad sex med V_{max} vilket inte är lämpligt. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M och 1 C_K)





tak $= 2,4 - x - x = 2,4 - 2x$

volym $= b \cdot h \cdot l$

$b = x$

$h = 1,2 - x$

$l = 2,4 - x - x$

$V(x) = x \cdot (1,2 - x) \cdot (2,4 - 2x)$

$V(x) = (1,2x - x^2)(2,4 - 2x)$

$V(x) = 2,88x - 2,4x^2 - 2,4x^2 + 2x^3 =$

$= 2x^3 - 4,8x^2 + 2,88x$

$V'(x) = 6x^2 - 9,6x + 2,88$

extrempunkter $V'(x) = 0$

$0 = 6x^2 - 9,6x + 2,88$

$0 = x^2 - 1,6x + 0,48$

pq formel $x = \frac{1,6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,6}{2}\right)^2 - 0,48}$

$x = 0,8 \pm 0,4$

$x_1 = 0,4 \quad x_2 = 1,2$

Andraderivata $V''(x) = 12x - 9,6$

$V''(0,4) = 12 \cdot 0,4 - 9,6 = -4,8$

när x är 0,4 får vi en maxpunkt.

Svar Sidan x ska ~~ha~~ vara 0,4 för att få så stor volym som möjligt

Kommentar: Elevlösningen bedöms vara i huvudsak korrekt. När det gäller kommunikation så finns en bristfälligt ritad figur med otydliga beteckningar. Dessutom är det oklart varför $V''(0,4) = -4,8$ ger ett maximum. Trots dessa brister anses lösningen vara möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

$V = 5x + 8y$

$1{,}5x + 2y \leq 140$

$1x + 2y \leq 180$

Kommentar: Elevlösningen visar ett ofullständigt system av olikheter där villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Om en korrekt figur visat det aktuella området skulle det ha kompenserat för de saknade villkoren och kraven för den första modelleringspoängen hade nätt och jämnt uppfyllts. Denna elevlösning ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 C_M)

$V = 5x + 8y$

$$\begin{cases} x + 2y = 140 \rightarrow \dfrac{2y = 140 - x}{2} \rightarrow y = 70 - \dfrac{x}{2} \\ 1{,}5x + 2y = 180 \rightarrow y = 90 - 0{,}75x \end{cases}$$

$1{,}5x + 2\left(70 - \frac{x}{2}\right) = 180 \rightarrow 1{,}5x + 140 - x = 180 \rightarrow$
$\qquad\qquad -140 \quad -140$

$\rightarrow \dfrac{0{,}5x = 40}{0{,}5} \rightarrow x = 80 \qquad 80 + 2y = 140 \rightarrow$
$\qquad -80 \quad -80$

$\rightarrow \dfrac{2y = 60}{2} \rightarrow y = 30 \qquad (80, 30)$

$70 - 0{,}5x = 0 \rightarrow \dfrac{70 = 0{,}5x}{0{,}5} \rightarrow x = 140 \rightarrow (140{,}0)$

$90 - 0{,}75x = 0 \rightarrow \dfrac{90 = 0{,}75x}{0{,}75} \rightarrow x \approx 120 \quad (120{,}0)$

$y = 70 - \frac{0}{2} \rightarrow y = 70 \quad (0{,}70)$

<u>Alternativ</u>

$(80{,}30)$; $(120;0)$ $(0;70)$

$V = 5x + 8y \qquad 80 \cdot 5 + 8 \cdot 30 = 640$

$120 \cdot 5 = 600 \qquad 70 \cdot 8 = 560$

<u>Svar</u> För maximal vinst säljs 80 enkla och 30 exklusiva bumeranger, och då tjänar de 640 AUD

Kommentar: Elevlösningen saknar villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ och baseras på ett ekvationssystem istället för ett system av olikheter. Beräkningarna som följer är korrekt utförda. Även om lösningen ger ett korrekt svar så bygger den på ett ofullständigt antagande eftersom villkor saknas. Elevlösningen bedöms i sin helhet motsvara en godtagbar ansats och ges därmed första modelleringspoängen på C-nivå. Om det i denna lösning ingått en korrekt figur som visat vilket område som är aktuellt hade elevlösningen nätt och jämnt uppfyllt kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_M)

	Smida	måla
Enkel (x)	1	1,5
Exklusiv (y)	2	2
Totalt h för sm eller m	140	180

$V = 5x + 8y$

$$\begin{cases} ① \quad x + 2y \leq 140 \rightarrow \\ ② \quad 1{,}5x + 2y \leq 180 \rightarrow \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

① $x + 2y \leq 140$

$2y \leq 140 - x$

$y \leq 70 - 0{,}5x$

② $1.5x + 2y \leq 180$

$2y \leq 180 - 1{,}5x$

$y \leq 90 - 0{,}75x$

① $y = 70 - 0{,}5x$

$y = 0$ $\quad 0 = 70 - 0{,}5x$

$-70 = -0.5x$

$x = \frac{70}{0.5} = 140$

$x = 0$ $\quad y = 70 - 0{,}5 \cdot 0$

$y = 70$

② $y = 90 - 0{,}75x$

$y = 0$

$0 = 90 - 0{,}75x$

$0{,}75x = 90$

$x = \frac{90}{0{,}75} = 120$

$x = 0$

$y = 90 - 0{,}75 \cdot 0$

$y = 90$

Fortsättning på nästa sida.

(1) = (2) $70 - 0{,}5x = 90 - 0{,}75x$

$0{,}25x = 20$

$x = \frac{20}{0{,}25} = 80$

$y = 70 - 0{,}5x$

$y = 70 - 0{,}5 \cdot 80$

$y = 70 - 40 = 30$

$(80, 30)$ ← där de möts

Punkter

$(80, 30)$

$(0, 0)$

$(0, 70)$

$(120, 0)$

$V = 5x + 8y$

$V = 5 \cdot 80 + 8 \cdot 30 = 640$

$V = 5 \cdot 0 + 8 \cdot 0 = 0$

$V = 5 \cdot 0 + 8 \cdot 70 = 560$

$V = 5 \cdot 120 + 8 \cdot 0 = 600$

Svar: 80 enkla och 30 exklusiva

Kommentar: Elevlösningen utgår från ett system av olikheter där de felaktiga villkoren $x > 0$ och $y > 0$ anges. Beräkningarna som följer är korrekt utförda. Även om lösningen ger ett korrekt svar så bygger den på ett felaktigt antagande som ger en motsägelse i lösningen. En figur med markerade axelpunkter hade kompenserat de felaktiga villkoren. Lösningen bedöms i sin helhet motsvara en godtagbar ansats och ges därmed första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 4 (1 C_M och 1 C_K)

	Enkel x	Exklusiv y
Snida	1 h	2h
måla	1,5h	2 h
Vinst	5 AUD	8 AUD

140 h snidning ≗ 180 h målning

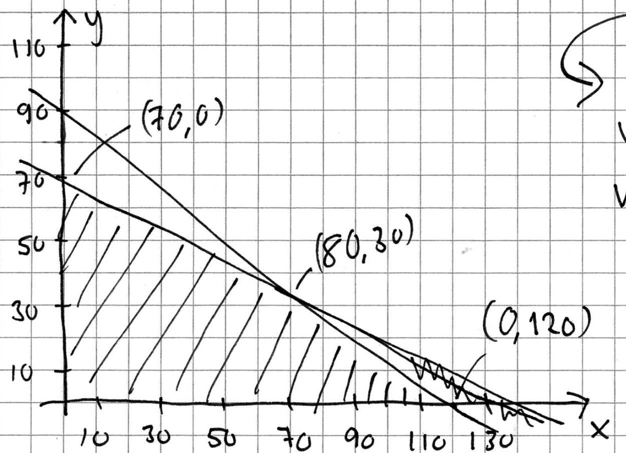
$V(x) = 5x + 8y$

$y \geq 0$

$x \geq 0$

$x + 2y \leq 140$ $\quad 2y \leq 140 - x$ $\quad y \leq 70 - 0{,}5x$

$1{,}5x + 2y \leq 180$ $\quad 2y \leq 180 - 1{,}5x$ $\quad y \leq 90 - 0{,}75x$



$V(x) = 5 \cdot 70 + 8 \cdot 0 = 350$

$V(x) = 5 \cdot 80 + 8 \cdot 30 = 640$

$V(x) = 5 \cdot 0 + 8 \cdot 120 = 960$

Svar: För maximal vinst ska 120 exklusiva bumeranger säljas

$\begin{cases} x + 2y = 140 \\ 1{,}5x + 2y = 180 \end{cases}$

$-x - 2y = -140$

$+ \quad 1{,}5x + 2y = 180$

$0{,}5x = 40$

$x = 80$

$1{,}5 \cdot 80 + 2y = 180$

$120 + 2y = 180$

$y = \frac{60}{2} = 30$

Kommentar: Elevlösningen utgår från ett korrekt system av olikheter men resulterar i ett felaktigt svar eftersom koordinaterna för skärningspunkterna med axlarna är felaktigt angivna i figuren. Trots detta är lösningen möjlig att följa och förstå eftersom de flesta beräkningar redovisas, strukturen är godtagbar och figuren är någorlunda tydlig, även om skärningspunkten mellan linjerna ligger fel. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för den första modelleringspoängen samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

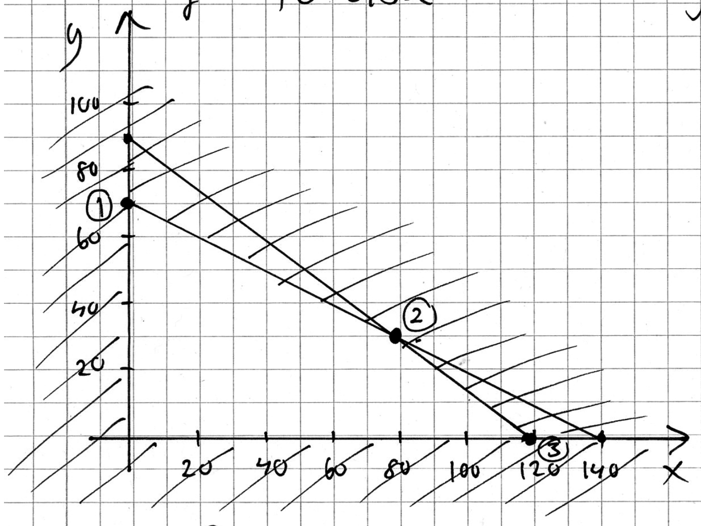
Elevlösning 5 (2 C_M)

Boomerang-modell	Tid att snida (h)	Tid att måla (h)
Enkel (x)	1	1.5
Exklusiv (y)	2	2
Max (h)	140	180

Vinstfunktion $V = 5x + 8y$

$2y = 140 - x$ $\quad$ $2y = 180 - 1{,}5x$

$y = 70 - 0{,}5x$ $\quad$ $y = 90 - 0{,}75x$



SVAR: 80 enkla och 30 exklusiva ger störst vinst

Punkt ①

$(0{,}70)$ $\quad V = 5 \cdot 0 + 8 \cdot 70 = 560$

Punkt ②

$70 - 0{,}5x = 90 - 0{,}75x$

$0{,}25x = 20$

$x = 80$

$y = 70 - 0{,}5 \cdot 80 = 30$ $\quad V = 5 \cdot 80 + 8 \cdot 30 = 640$

Punkt ③ $\quad 0 = 90 - 0{,}75x$

$0{,}75x = 90$

$x = 120$ $\quad V = 5 \cdot 120 + 8 \cdot 0 = 600$

Kommentar: Elevlösningen saknar det system av olikheter som motsvarar aktuellt område men detta kompenseras av en godtagbar figur. De beräkningar som följer är korrekta. Detta bedöms nätt och jämnt motsvara kraven för två modelleringspoäng. Trots den godtagbara figuren och att lösningen är möjlig att följa och förstå, uppstår en motsägelse då tillverkningsvillkoren finns tecknade algebraiskt som likheter samtidigt som området i figuren motsvarar ett system av olikheter. Denna motsägelse gör att kraven för kommunikationspoäng inte anses uppfyllda.

Uppgift 26

Elevlösning 1 (2 A_M)

$f(t)$ är bakterie tillväxt

Klockan 12:00 motsvarar $x=0$
Kockan 16:00 motsvarar $x=4$

$f(t)=a\cdot e^{k\cdot 4}$

$f'(4)=5000=a\cdot ke^{k4}$

$a=\dfrac{5000}{k\cdot e^{k4}}$

$f(4)=20000=a\cdot e^{k\cdot 4}$

$a=\dfrac{20000}{e^{k\cdot 4}}$

$a=\dfrac{5000}{ke^{k4}}=\dfrac{20000}{e^{k4}}$

$\dfrac{5000}{ke^{k4}}=\dfrac{20000}{e^{k4}}$

$\dfrac{5000}{k}=20000$

$5000=20000\cdot k$ $\qquad k=\dfrac{5000}{20000}=0{,}25$

$a\cdot e^{0{,}25\cdot 4}=20000$

$a\cdot e^{1}=20000$

$a=\dfrac{20000}{e}$ $\qquad f(0)=\dfrac{20000}{e}\cdot e^{0{,}25\cdot 0}$

$f(0)=\dfrac{20000}{e}=7357.6$ bakterier

Svar: Vid odlingens början fanns det 7357 st bakterier

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är variabeldefinitionen otydlig eftersom den oberoende variabeln växlar från t till x, tiden saknar enhet och skrivsättet $f(t)=a\cdot e^{k\cdot 4}$ inte är korrekt. Vidare benämns $f(t)$ som ”bakterietillväxt” vilket är otydligt när det rör sig om antalet bakterier som funktion av tiden. Dessutom saknas ett uttryck för $f'(t)$. Elevlösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_M och 1 A_K)

f(t) beskriver antalet bakterier vid tiden
t i timmar efter kl 12:00

$f(t) = C \cdot e^{kt}$ förändringskvot

antalet bakterier kl 12:00

16:00 är 4h efter 12:00

$f'(t) = C \cdot k \cdot e^{kt}$

$f'(4) = 5000 = C \cdot k \cdot e^{k \cdot 4}$

$f(4) = 20000 = C \cdot e^{k \cdot 4}$

Vi dividerar f'(4) med f(4) föratt få k

$$\frac{5\cancel{000}}{20\cancel{000}} = \frac{\cancel{C} \cdot k \cdot \cancel{e^{k \cdot 4}}}{\cancel{C} \cdot \cancel{e^{k \cdot 4}}}$$

$k = \frac{1}{4}$

Vi har nu funktionen $f(t) = C \cdot e^{\frac{t}{4}}$

$20\,000 = C \cdot e^{\frac{4}{4}}$

$C = \frac{20000}{e}$

$C = 7357{,}6 \approx 7360$ bakterier

Det fanns därmed ca 7360 bakterier i odlingen kl 12:00

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften godtagbart i sin helhet och ges därför två modelleringspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen välstrukturerad och innehåller väsentliga och relevanta delar inklusive en tydlig variabeldefinition. Lösningen är dessutom presenterad med ett korrekt matematiskt språk. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.