| | |
|---|---|
| **Part B** | Problems 1-9 which only require answers. |
| **Part C** | Problems 10-17 which require complete solutions. |
| **Test time** | 120 minutes for Part B and Part C together. |
| **Resources** | Formula sheet and ruler. |

**Level requirements**

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 22 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 11 points on at least C-level
B: 37 points of which 5 points on A-level
A: 44 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: ____________________________________________

Date of birth: ______________________________________

Educational programme: ______________________________

**Part B:** Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

**1.** Write down the expression that is missing in the brackets in order for the equivalence to be true.

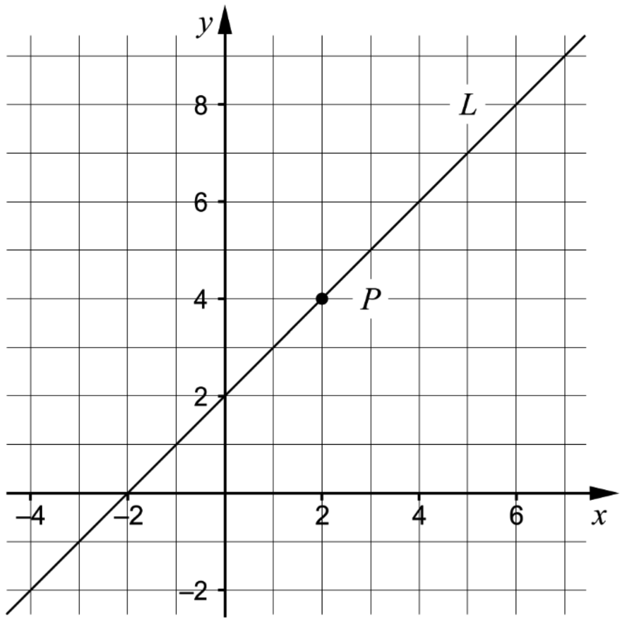
$(\qquad)\cdot(x-5)=x^2-25$ _____________________ (1/0/0)

**2.** Solve the equations. Give exact answers.

a) $5^x=3$ _____________________ (1/0/0)

b) $\sqrt{x+1}=5$ _____________________ (1/0/0)

**3.** The coordinate system shows a straight line $L$ and a point $P$ on the line.

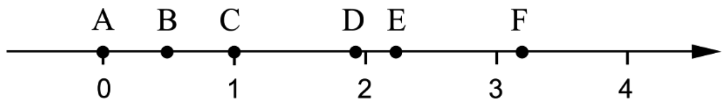



a) Write down the equation of the straight line $L$. _____________________ (1/0/0)

b) Write down the equation for another straight line which together with the line $L$ forms a linear system with solution at point $P$.

_____________________ (1/0/0)

**4.** Six points A – F are marked on the number line.




Each number below corresponds to a point marked on the number line.

☐ $99^0$ ☐ $\sqrt{5}$ ☐ $2^{-1}$ ☐ $10^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\lg 90$

Match each of the numbers with a point on the number line by writing the correct letter A – F at the right number. (2/0/0)

**5.** Two of the equations A – E have real solutions. Which two?

A. $x^2 + 3 = 1$

B. $x^2 + 6x - 3 = 2$

C. $x^2 = -9$

D. $x^2 - 4x + 9 = 2$

E. $(x-2)(x+2) = 0$ ____________________ (0/1/0)

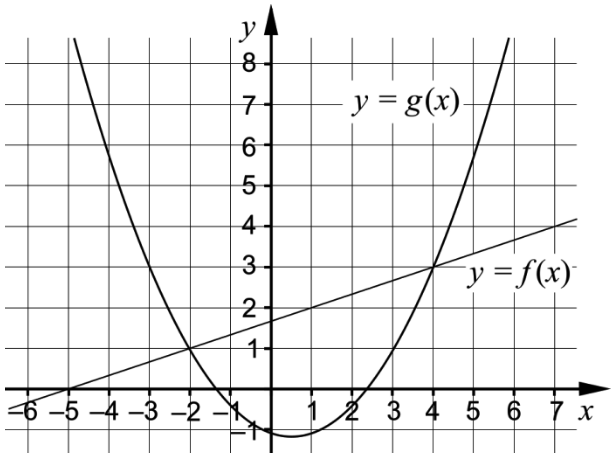
**6.** Calculate $10^{-x}$ if $\lg x = 0$ ____________________ (0/1/0)

**7.** During the year 1998, 44 million text messages were sent in Sweden. During the year 2012, 16 514 million text messages were sent. Assume that the yearly percentage increase in the number of text messages has been the same during the whole period of time.

Denote the yearly percentage change $a$. Write down an equation that can be used to calculate $a$.

____________________ (0/1/0)

**8.** The coordinate system shows the graphs of a straight line $f$ and a quadratic function $g$.




Answer the question by using the graphs.

a) For what values of $x$ does it hold that $g(x) < 3$? ______________________ (0/2/0)

b) For what values of $x$ does it hold that $f(x) - g(x) = 0$?

______________________ (0/0/1)

**9.** Simplify the following expressions as far as possible.

a) $$\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{3})^2-(x+3)}{2}$$ ______________________ (0/0/1)

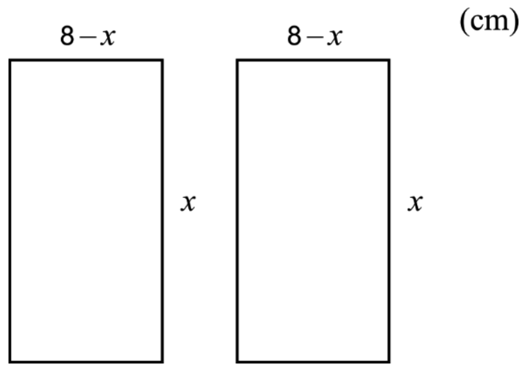
b) $$\frac{\lg\sqrt{x}\cdot\lg\left(\frac{x}{2}\right)^2}{\lg\frac{x}{2}}$$ ______________________ (0/0/1)

**Part C:** Digital resources are not allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

**10.** Solve the quadratic equation $x^2 - 6x + 5 = 0$ algebraically. (2/0/0)

**11.** Solve the simultaneous equations $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

**12.** The figure shows two rectangles with side lengths $x$ cm and $(8 - x)$ cm respectively.

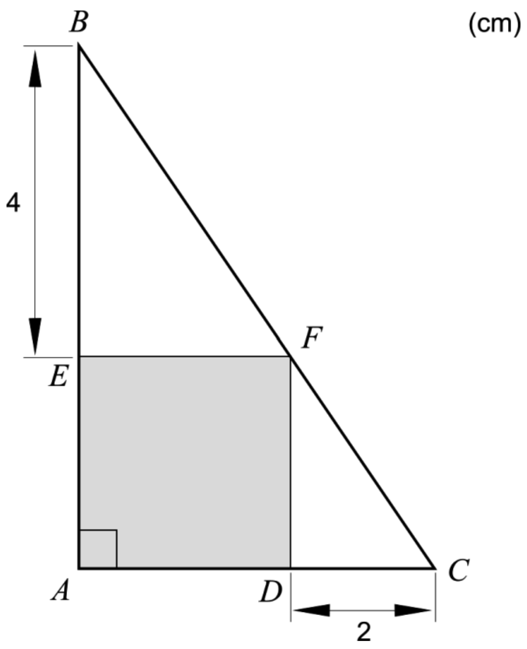



Calculate the largest possible area the two rectangles can have together. (1/2/0)

**13.** Simplify the expression $\dfrac{a^2 - 2b}{4}$ as far as possible if $a = 2x + 1$ and $b = 2x - 1.5$ (0/2/0)

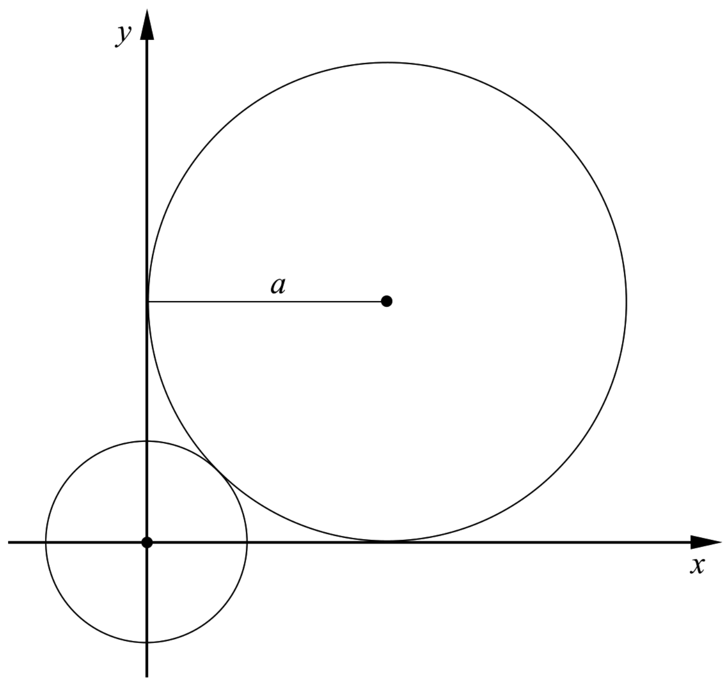
**14.** A quadratic equation $x^2 + (a + 4)x + (b + 5) = 0$ has solutions $x_1 = 1$ and $x_2 = -3$
Determine the values of $a$ and $b$. (0/2/0)

**15.** In a right-angled triangle *ABC*, a grey square *AEFD* has been drawn. The distance *BE* is 4 cm and the distance *CD* is 2 cm. See figure.




Show that the area of the grey square is 8 cm$^2$. (0/2/0)

**16.** A circle with radius *a* touches the positive coordinate axes. It also touches a smaller circle with centre in the origin. See figure.

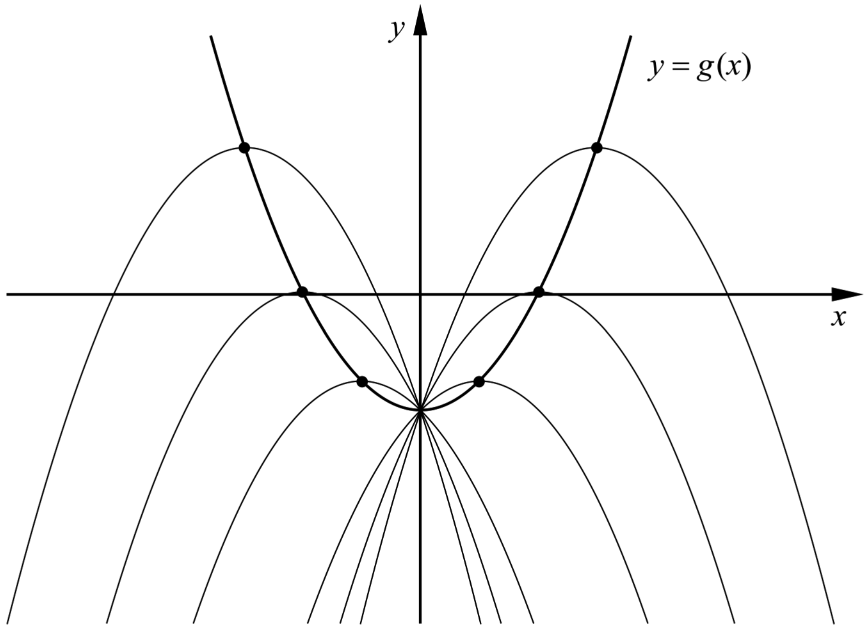



Show that the radius of the smaller circle is $a(\sqrt{2}-1)$ length units. (0/0/3)

**17.** It holds for the quadratic function $f$ that $f(x) = -0.5x^2 + bx - 2$

a) Find the values of $b$ where $f$ has only one zero. (0/2/0)

In the figure below you can see the graphs of the function $f$ for some different values of $b$. The maximum points of the graphs are marked. As $b$ varies, the maximum points follow the graphs to a new quadratic function $g$, see figure.




b) Find the quadratic function $g$. (0/0/3)

| | |
|---|---|
| **Part D** | Problems 18-25 which require complete solutions. |
| **Test time** | 120 minutes. |
| **Resources** | Digital resources, formula sheet and ruler. |

**Level requirements**

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 22 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 11 points on at least C-level
B: 37 points of which 5 points on A-level
A: 44 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

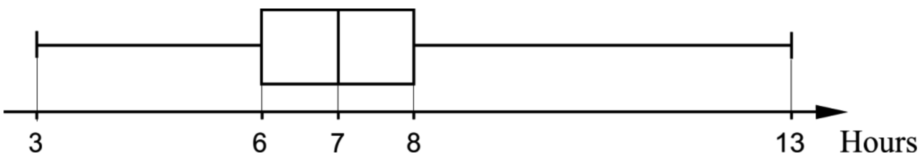
Educational programme: ______________________________

**Part D:** Digital resources are allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

**18.** A straight line passes through the points (0, 0) and (3, 6.45). Another line has the equation $y = 2.15x + 3$. Show that the lines are parallel. (2/0/0)

**19.** It holds for the function $f$ that $f(x) = x^2 - 4x + C$, where $C$ is a constant. The point (5, 7) lies on the graph of the function. Determine the coordinates of another point that also lies on the graph. (2/0/0)

**20.** The box plot shows the results of a random sample. The random sample states the number of hours a person slept per night during a period of 15 nights.




The values of the random sample below are arranged in order of size. Two values have been replaced by $x$ and $y$ respectively.

$x$, 5, 6, 6, 7, 7, 7, $y$, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 13

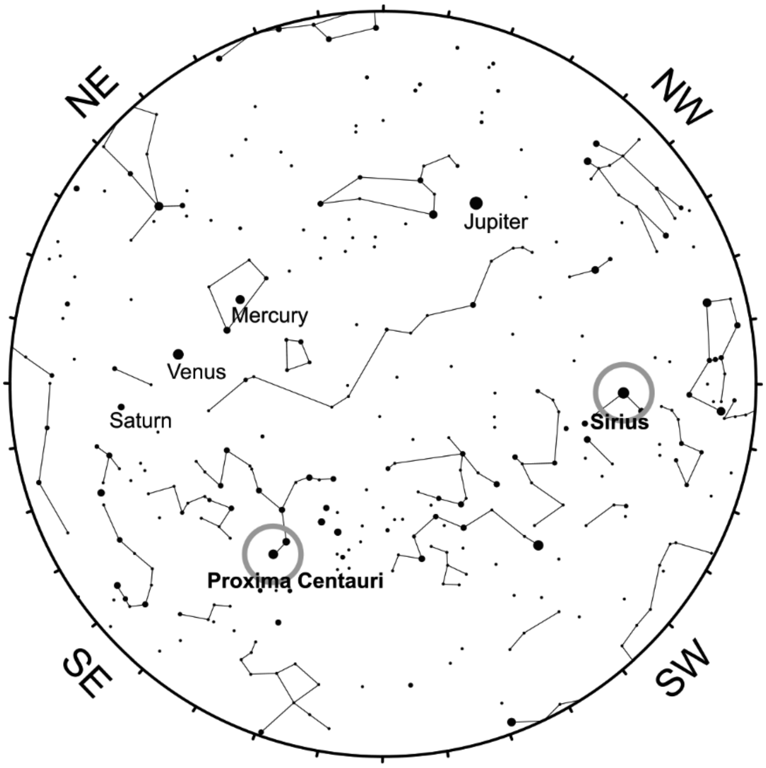
What are the values of $x$ and $y$? Justify your answer. (2/0/0)

**21.** The magnitude $M$ is a measure of the brightness of a star and can be calculated with the formula

$$M - 5 = a - 5\lg\left(\frac{r}{3 \cdot 10^{16}}\right)$$

where $r$ is the distance in metres from the Earth to the star and $a$ is a constant for a specific star, see table below.

| Name of star | $M$ | $a$ | $r$ |
|---|---|---|---|
| The sun | 4.80 | $-26.7$ | $1.50 \cdot 10^{11}$ |
| Sirius A | | $-1.46$ | $8.14 \cdot 10^{16}$ |
| Proxima Centauri | 15.5 | 11.1 | |




a) Calculate the magnitude $M$ of the star Sirius A. (2/0/0)

b) Calculate the distance $r$ to the star Proxima Centauri. (0/2/0)

**22.** The very first model of a computer from a well-known computer company was sold in 2013 and the following could be read in a news item:

> The price of the computer has had a thousandfold increase since it was originally sold in 1976. It was made by hand by the two founders of the company, the leader Steve Jobs and the programmer Steve Wozniak, in Jobs' garage.[1]

According to the news item, the computer was sold in 2013 at a price that was a thousand times as high as the price in 1976. Assume that the percentage increase has been the same every year.

Calculate the yearly percentage increase in price between the years 1976 and 2013 for the computer. (0/3/0)

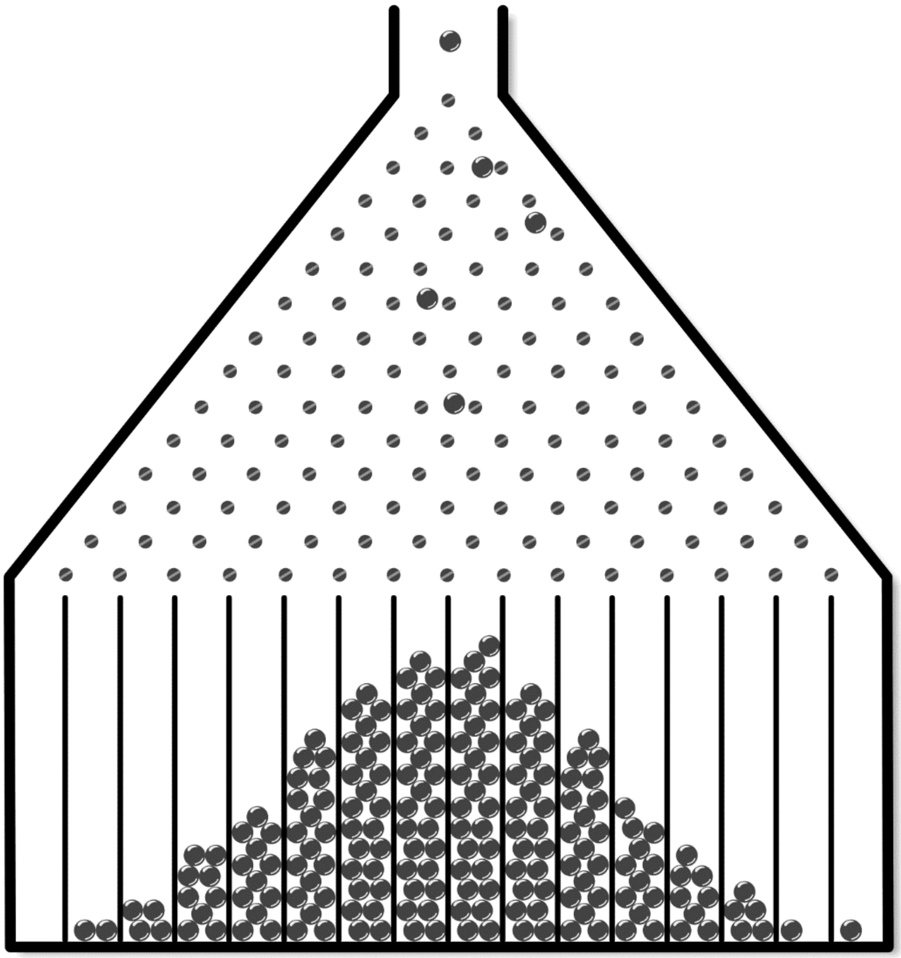
**23.** It holds for a function $f$ where $f(x) = kx + m$ that

- $f(x+2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

Find the function $f$. (0/0/2)

[1] TT May 26 2013

**24.** A Galton board is a device used to illustrate the normal distribution. Balls are dropped and change direction by passing a number of pins. The balls are collected in different bins and the number of balls in the bins is approximately normally distributed around the centre of the board. See figure.



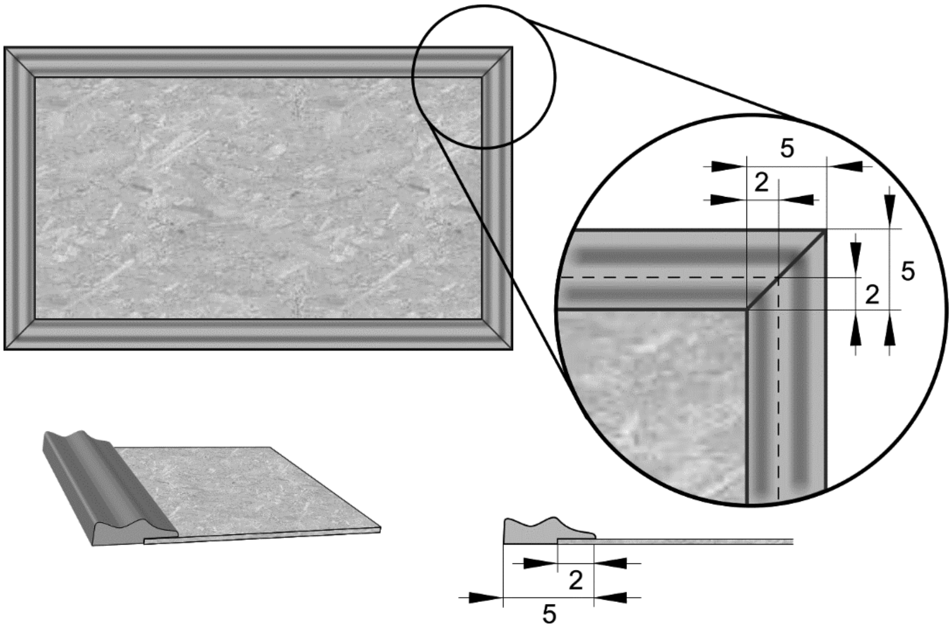
Bin no 1 2 3 4 5 6 7 8 ... ...

In one experiment, 1478 balls were dropped onto the Galton board with 16 bins. 136 balls were collected in bin 6, 223 balls in bin 7 and 281 balls in bin 8.

How many balls should have been collected in bin 5? (0/0/2)

**25.** A company manufactures notice boards of different sizes. Each notice board consists of a rectangular plate surrounded by a frame. The frame consists of four parts which are sawn from a 5 cm wide strip of wood. The edges of the parts are sawn at an angle of $45°$ and the look of the strip of wood only makes it possible to mount the parts in one way. The frame is mounted so that it overlaps the front of the plate with 2 cm. See figure.

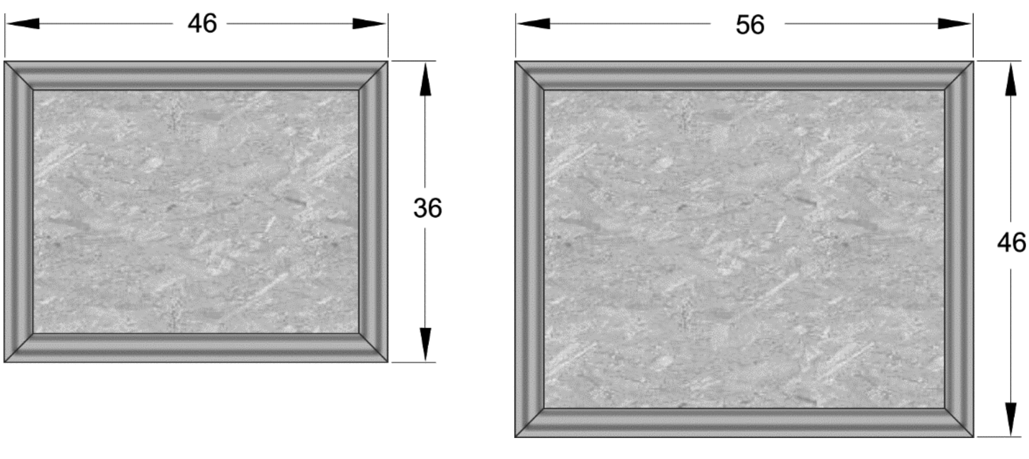
(cm)




The material cost of a notice board depends on the area of the plate and the length of the strip of wood. The price of the plate is in $\text{SEK/m}^2$ and for the strip of wood $\text{SEK/m}$.

The material cost for a notice board that is 36 cm wide and 46 cm long is SEK 59. The material cost for a notice board that is 46 cm wide and 56 cm long is SEK 81. See figure.

(cm)




Write down a general expression for the total material cost of a notice board that is *a* m wide and *b* m long. (0/0/4)

# Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning ..... 3
Bedömningsanvisningar ..... 3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga ..... 4
Provsammanställning – Kunskapskrav ..... 5
Provsammanställning – Centralt innehåll ..... 6
Kravgränser ..... 7
Resultatsammanställning ..... 7
Bedömningsformulär ..... 8
Bedömningsanvisningar ..... 9
Delprov B ..... 9
Delprov C ..... 10
Delprov D ..... 12
Bedömda elevlösningar ..... 15
Uppgift 10. ..... 15
Uppgift 15. ..... 15
Uppgift 16. ..... 17
Uppgift 17.a ..... 20
Uppgift 17.b ..... 21
Uppgift 18. ..... 22
Uppgift 19. ..... 23
Uppgift 22. ..... 23
Uppgift 25. ..... 26
Ur ämnesplanen för matematik ..... 30
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c ..... 31
Centralt innehåll Matematik kurs 2c ..... 32

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att $E_{PL}$ och $A_R$ ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

**Bedömningsanvisningar**

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. … | +1 $E_P$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…) | +1 $E_P$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

Modell 2:

| E | C | A |
|---|---|---|
| Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ | Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ och 1 $C_R$ | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ($C_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ($A_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

| | |
|---|---|
| Symboler | t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, \sqrt[n]{\ }, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%, \{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken |
| Termer | t.ex. $x$-led, $y$-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression |
| Hänvisningar | t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats |
| Övrigt | t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter |

# Provsammanställning – Kunskapskrav

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 4_1 och 4_2 den första respektive andra poängen i uppgift 4.

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | E | | | | C | | | | A | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK |
| B | 1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 2a | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 2b | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 3a | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 3b | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 4_1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 4_2 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 5 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 6 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 7 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 8a_1 | | | | | 1 | | | | | | | |
| | 8a_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 8b | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 9a | | | | | | | | | | 1 | | |
| | 9b | | | | | | | | | | 1 | | |
| C | 10_1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 10_2 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 11_1 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 11_2 | | 1 | | | | | | | | | | |
| | 12_1 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 12_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 12_3 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 13_1 | | | | | | 1 | | | | | | |
| | 13_2 | | | | | | 1 | | | | | | |
| | 14_1 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 14_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 15_1 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 15_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 16_1 | | | | | | | | | | | | 1 |
| | 16_2 | | | | | | | | | | | | 1 |
| | 16_3 | | | | | | | | | | | | 1 |
| | 17a_1 | | | | | | 1 | | | | | | |
| | 17a_2 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 17b_1 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 17b_2 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 17b_3 | | | | | | | | | | | | 1 |

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | E | | | | C | | | | A | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK |
| D | 18_1 | | | | 1 | | | | | | | | |
| | 18_2 | | | | 1 | | | | | | | | |
| | 19_1 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 19_2 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 20_1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 20_2 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 21a_1 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 21a_2 | | | 1 | | | | | | | | | |
| | 21b_1 | | | | | | 1 | | | | | | |
| | 21b_2 | | | | | | 1 | | | | | | |
| | 22_1 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 22_2 | | | | | | | 1 | | | | | |
| | 22_3 | | | | | | | | 1 | | | | |
| | 23_1 | | | | | | | | | 1 | | | |
| | 23_2 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 24_1 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 24_2 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_1 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_2 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_3 | | | | | | | | | | | 1 | |
| | 25_4 | | | | | | | | | | | | 1 |
| | **Total** | **4** | **8** | **6** | **2** | **3** | **5** | **7** | **5** | **2** | **2** | **8** | **5** |
| Σ | **57** | **20** | | | | **20** | | | | **17** | | | |

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

# Provsammanställning – Centralt innehåll

**Tabell 2** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

| Delprov | Uppg. | Nivå | | | Centralt innehåll Kurs Ma2c | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Taluppfattning, aritmetik och algebra | | | | | Geometri | | Samband och förändring | | Sannolikhet och statistik | | | Problem-lösning | | |
| | | E | C | A | T7 | T9 | T10 | T11 | T12 | G3 | G4 | F3 | F5 | S1 | S3 | S4 | P1 | P3 | P4 |
| B | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | X | | | | | | | | | | |
| | 2a | 1 | 0 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | |
| | 2b | 1 | 0 | 0 | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3a | 1 | 0 | 0 | | | | | | | X | | | | | | | | |
| | 3b | 1 | 0 | 0 | X | | X | | | | | | | | | | X | | |
| | 4 | 2 | 0 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 0 | 1 | 0 | | | | X | | | | | | | | | | | |
| | 6 | 0 | 1 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | 0 | 1 | 0 | X | | | | | | | | | | | | X | X | |
| | 8a | 0 | 2 | 0 | | | | | | | | X | X | | | | | | |
| | 8b | 0 | 0 | 1 | | | | | | | | X | | | | | | | |
| | 9a | 0 | 0 | 1 | | | | | X | | | | | | | | | | |
| | 9b | 0 | 0 | 1 | | X | | | | | | | | | | | | | |
| C | 10 | 2 | 0 | 0 | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 11 | 2 | 0 | 0 | X | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12 | 1 | 2 | 0 | | | | | | | | | X | | | | X | | |
| | 13 | 0 | 2 | 0 | | | | | X | | | | | | | | | | |
| | 14 | 0 | 2 | 0 | X | | | | | | | | | | | | X | | |
| | 15 | 0 | 2 | 0 | | | | | | X | | | | | | | | | |
| | 16 | 0 | 0 | 3 | | | | | | | X | | | | | | | | |
| | 17a | 0 | 2 | 0 | X | | | X | | | | | X | | | | | | |
| | 17b | 0 | 0 | 3 | | | | | | | | | X | | | | X | | |
| D | 18 | 2 | 0 | 0 | | | | | | | X | | | | | | | | |
| | 19 | 2 | 0 | 0 | X | | | | | | | | X | | | | X | | |
| | 20 | 2 | 0 | 0 | | | | | | | | | | X | X | | | | |
| | 21a | 2 | 0 | 0 | | X | | | | | | | | | | | X | | |
| | 21b | 0 | 2 | 0 | | X | | | | | | | | | | | | | |
| | 22 | 0 | 3 | 0 | X | | | | | | | | | | | | X | X | |
| | 23 | 0 | 0 | 2 | | | | | | | X | | | | | | X | | |
| | 24 | 0 | 0 | 2 | | | | | | | | | | | | X | X | | X |
| | 25 | 0 | 0 | 4 | X | | X | | | | | | | | | | X | X | |
| Total | | 20 | 20 | 17 | | | | | | | | | | | | | | | |

# Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

# Bedömningsformulär

**Elev:____________________________ Klass:_______________ Provbetyg: ____________**

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | E | | | | C | | | | A | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK |
| B | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | 2a | | | | | | | | | | | | |
| | 2b | | | | | | | | | | | | |
| | 3a | | | | | | | | | | | | |
| | 3b | | | | | | | | | | | | |
| | 4_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 4_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | | | | | | | | | | | | |
| | 8a_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 8a_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 8b | | | | | | | | | | | | |
| | 9a | | | | | | | | | | | | |
| | 9b | | | | | | | | | | | | |
| C | 10_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 10_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 11_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 11_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 12_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 12_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 12_3 | | | | | | | | | | | | |
| | 13_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 13_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 14_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 14_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 15_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 15_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 16_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 16_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 16_3 | | | | | | | | | | | | |
| | 17a_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 17a_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 17b_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 17b_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 17b_3 | | | | | | | | | | | | |

| Delprov | Uppg. Poäng | Förmåga och nivå | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | E | | | | C | | | | A | | | |
| | | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK | B | P | PM | RK |
| D | 18_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 18_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 19_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 19_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 20_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 20_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 21a_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 21a_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 21b_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 21b_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 22_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 22_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 22_3 | | | | | | | | | | | | |
| | 23_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 23_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 24_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 24_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 25_1 | | | | | | | | | | | | |
| | 25_2 | | | | | | | | | | | | |
| | 25_3 | | | | | | | | | | | | |
| | 25_4 | | | | | | | | | | | | |
| | **Total** | | | | | | | | | | | | |
| Σ | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Total** | **4** | **8** | **6** | **2** | **3** | **5** | **7** | **5** | **2** | **2** | **8** | **5** |
| Σ | **57** | **20** | | | | **20** | | | | **17** | | | |

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

**Delprov B**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | | **Max 1/0/0** |
| | Korrekt svar ( $x+5$ ) | +1 $E_P$ |
| **2.** | | **Max 2/0/0** |
| a) | Korrekt svar ( $x=\frac{\lg 3}{\lg 5}$ ) | +1 $E_P$ |
| b) | Korrekt svar ( $x=24$ ) | +1 $E_P$ |
| **3.** | | **Max 2/0/0** |
| a) | Korrekt svar ( $y=x+2$ ) | +1 $E_P$ |
| b) | Korrekt svar (t.ex. $y=4$ ) | +1 $E_{PL}$ |
| **4.** | | **Max 2/0/0** |
| | Anger minst tre korrekta alternativ | +1 $E_B$ |
| | med korrekt svar<br>$\boxed{C}$ $99^0$ $\boxed{E}$ $\sqrt{5}$ $\boxed{B}$ $2^{-1}$ $\boxed{F}$ $10^{\frac{1}{2}}$ $\boxed{D}$ lg 90 | +1 $E_B$ |
| **5.** | | **Max 0/1/0** |
| | Korrekt svar (Alternativ B: $x^2+6x-5=0$ och E: $(x-2)(x+2)=0$ ) | +1 $C_B$ |
| **6.** | | **Max 0/1/0** |
| | Korrekt svar (0,1) | +1 $C_B$ |

**7.** **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $16514 = 44 \cdot a^{14}$) +1 $C_M$

**8.** **Max 0/2/1**

a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då $x$ är mellan $-3$ och 4” +1 $C_B$

med korrekt använda olikhetstecken ($-3 < x < 4$) +1 $C_K$

b) Korrekt svar ($x = -2$ och $x = 4$) +1 $A_B$

**9.** **Max 0/0/2**

a) Korrekt svar ($\sqrt{3x}$) +1 $A_P$

b) Korrekt svar ($\lg x$) +1 $A_P$

**Delprov C**

**10.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1,\ x_2 = 5$) +1 $E_P$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**11.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2,\ y = 1$) +1 $E_P$

**12.** **Max 1/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area, $2x(8 - x)$ +1 $E_{PL}$

med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (32 $cm^2$) +1 $C_{PL}$

**13.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för $a$ och $b$ och utvecklar $a^2$,

$$\frac{(4x^2+4x+1)-2(2x-1{,}5)}{4}$$ +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x^2+1$) +1 $C_P$

**14.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=-2$ och $b=-8$) +1 $C_{PL}$

**15.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en relevant ekvation utifrån likformighet +1 $C_R$

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att arean är 8 $cm^2$ +1 $C_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**16.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt, $\sqrt{2}a$ +1 $A_R$

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är $a(\sqrt{2}-1)$ l.e. +1 $A_R$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**17.** **Max 0/2/3**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$ för beräkning av funktionens nollställe +1 $C_P$

med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ($b = \pm 2$) +1 $C_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

b) Godtagbar ansats, t.ex. visar att maximipunkternas $y$-koordinat för olika värden på $b$ är $-0{,}5b^2 + b^2 - 2$ +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt tecknat funktionsuttryck för $g$ ($g(x) = 0{,}5x^2 - 2$) +1 $A_{PL}$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

*Kommentar:* Lösning som baseras på specialfall är också godtagbar eftersom det i uppgiften är givet att $g$ är en andragradsfunktion.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**Delprov D**

**18.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $k$-värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 $E_R$

med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 $E_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**19.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten $C$, $C = 2$ +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. (0, 2)) +1 $E_{PL}$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**20.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer ett värde korrekt +1 $E_B$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 3$ och $y = 7$ ) +1 $E_B$

**21.** **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt uttryck för bestämning av *M*,

$M = -1{,}46 - 5 \cdot \lg\left(\dfrac{8{,}14 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{16}}\right) + 5$ +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,37) +1 $E_M$

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $0{,}12 = \lg\left(\dfrac{r}{3 \cdot 10^{16}}\right)$ +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $3{,}95 \cdot 10^{16}$ m ) +1 $C_P$

**22.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, tolkar problemet och kommer fram till ekvationen $1000 = a^{37}$ +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (21 %) +1 $C_M$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $C_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**23.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 $A_B$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = 1{,}5x + 6$ ) +1 $A_{PL}$

**24.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, inser att en standardavvikelse motsvarar två fack, d.v.s. att fack 7 och 8 tillsammans innehåller 34,1 % av totala antalet kulor +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (65 stycken) +1 $A_{PL}$

**25.** **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 $A_M$

med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m$^2$ för plattan och 25 kr/m för trälisten +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($150ab + 41a + 41b + 0,54$) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

# Bedömda elevlösningar

## Uppgift 10.

### Elevlösning 10.1 (0 poäng)

$$x^2-6x+5=0$$

$$x=-3\pm\sqrt{9-5}$$

$$x=-3\pm 2$$

Svar: $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-5 \end{cases}$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

## Uppgift 15.

### Elevlösning 15.1 (1 $C_R$)

Svar:

$$2\cdot \cancel{x}\cdot\frac{4}{\cancel{x}} = \frac{x}{\cancel{2}}\cdot x\cdot \cancel{2}$$

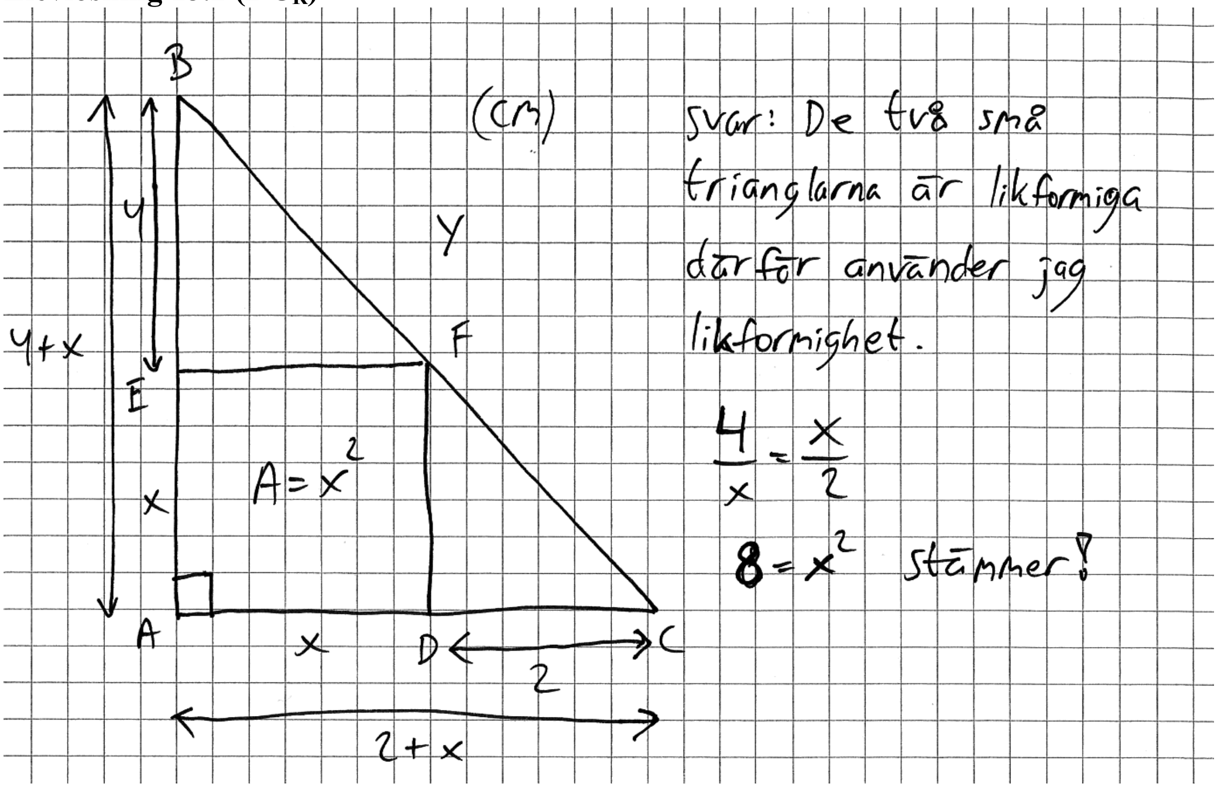
$$8=x^2$$

$$\sqrt{8}=x$$

Kvadratens area $=\sqrt{8}\,\text{cm}\cdot\sqrt{8}\,\text{cm}=8\ \text{cm}^2$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet vilket motsvarar en godtagbar ansats. Resonemanget i övrigt anses inte välgrundat då en definition av variabeln *x* och förklarande text saknas. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

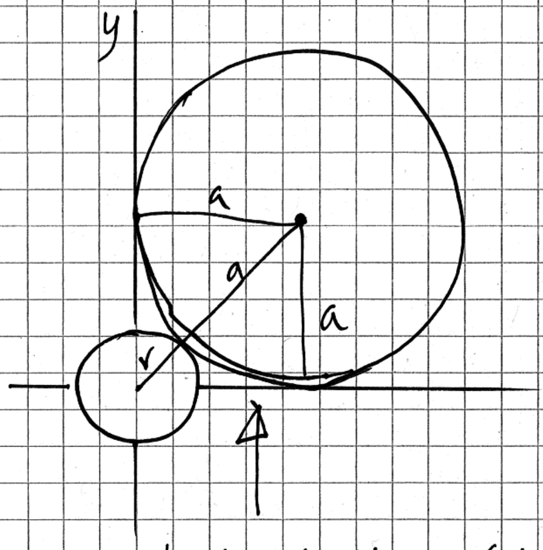
**Elevlösning 15.2 (2 $C_R$)**




*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet. Variabeln $x$ definieras genom figuren och figuren visar även att kvadratens area är $A = x^2$. Slutfrasen ”$8 = x^2$ stämmer” anses tillsammans med figuren motsvara kraven för ett välgrundat resonemang. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

**Uppgift 16.**

**Elevlösning 16.1 (1 $A_R$)**




har blivit en rätvinklig triangel med hyppotenusan r+a. Sen Pythagoras-sats

$(r+a)^2 = a^2 + a^2$

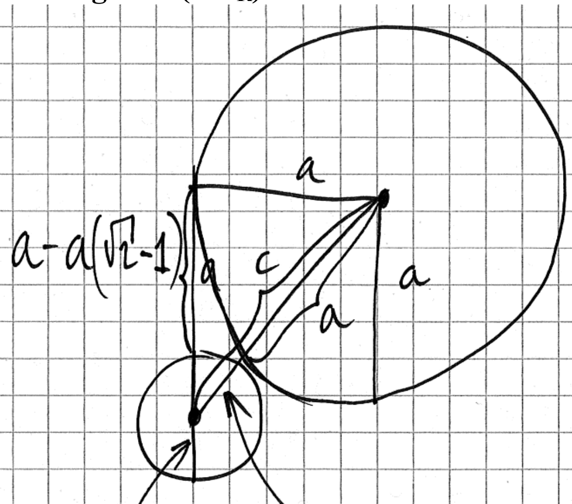
$r + a = \sqrt{a^2+a^2}$

$r = \sqrt{2a^2} - a$

$r = a(\sqrt{2a} - 1)$

*Kommentar:* I elevlösningen är påståendet ”har blivit en rätvinklig triangel…” otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

**Elevlösning 16.2 (2 $A_R$)**




$a(\sqrt{2}-1)$

$a^2+a^2=c^2$

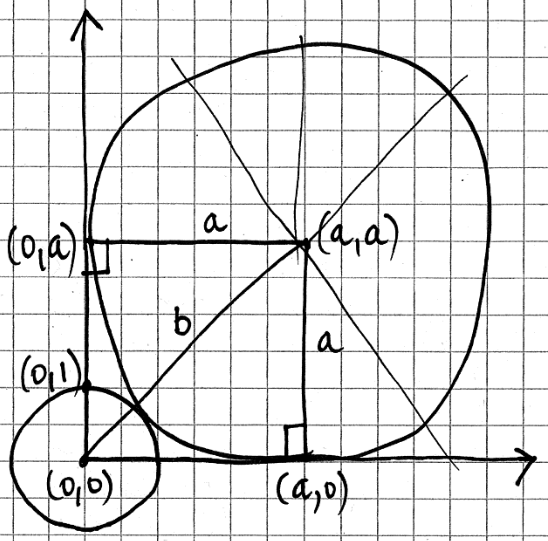
$c^2=2a^2$

$\sqrt{2a^2}=\sqrt{c^2}=\sqrt{2}\cdot a$

$c-a=\sqrt{2}\cdot a-a$ faktoriseras

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av $c-a$. Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

**Elevlösning 16.3 (2 $A_R$ och 1 $A_K$)**




$(a\sqrt{2}-1a)$

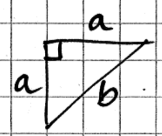
arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

$a^2$

För att komma åt b använder jag Phythagoras   kvadraten har 90° i vinklar (4st)

$(a^2+b^2=c^2)$

$a^2+a^2=b^2$




$2a^2=b^2$

$b^2=2a^2$

Stora cirkelns radie är a vilket betyder att lilla cirkelns radie är b−a

$\sqrt{b^2}=\sqrt{2a^2}$

$b=\sqrt{2}\,a$

$(\sqrt{2}\cdot a-a)=a(\sqrt{2}-1)$ le

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

## Uppgift 17.a

### Elevlösning 17.a.1 (1 $C_P$ och 1 $C_R$)

$-0,5x^2 + bx - 2 = 0$

$x^2 - 2bx + 4$

$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$

Om $b^2 - 4 = 0$

en lösning

$b = \pm 2$

Svar: $b = \pm 2$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med "Om $b^2 - 4 = 0$ en lösning" och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 17.b

### Elevlösning 17.b.1 (2 $A_{PL}$)

$f(x) = -0{,}5x^2 + bx - 2$

$x = 1b \pm \sqrt{1b^2 - 4}$

maximipunkten är där $x = b$

definition: $g(x) = ax^2 + 2x + C$

$g(x) = f(x)$ då $b = x$

bi $f(x)$

$g(x) = -0{,}5x^2 + x^2 - 2$

$b = x \to x \cdot x$

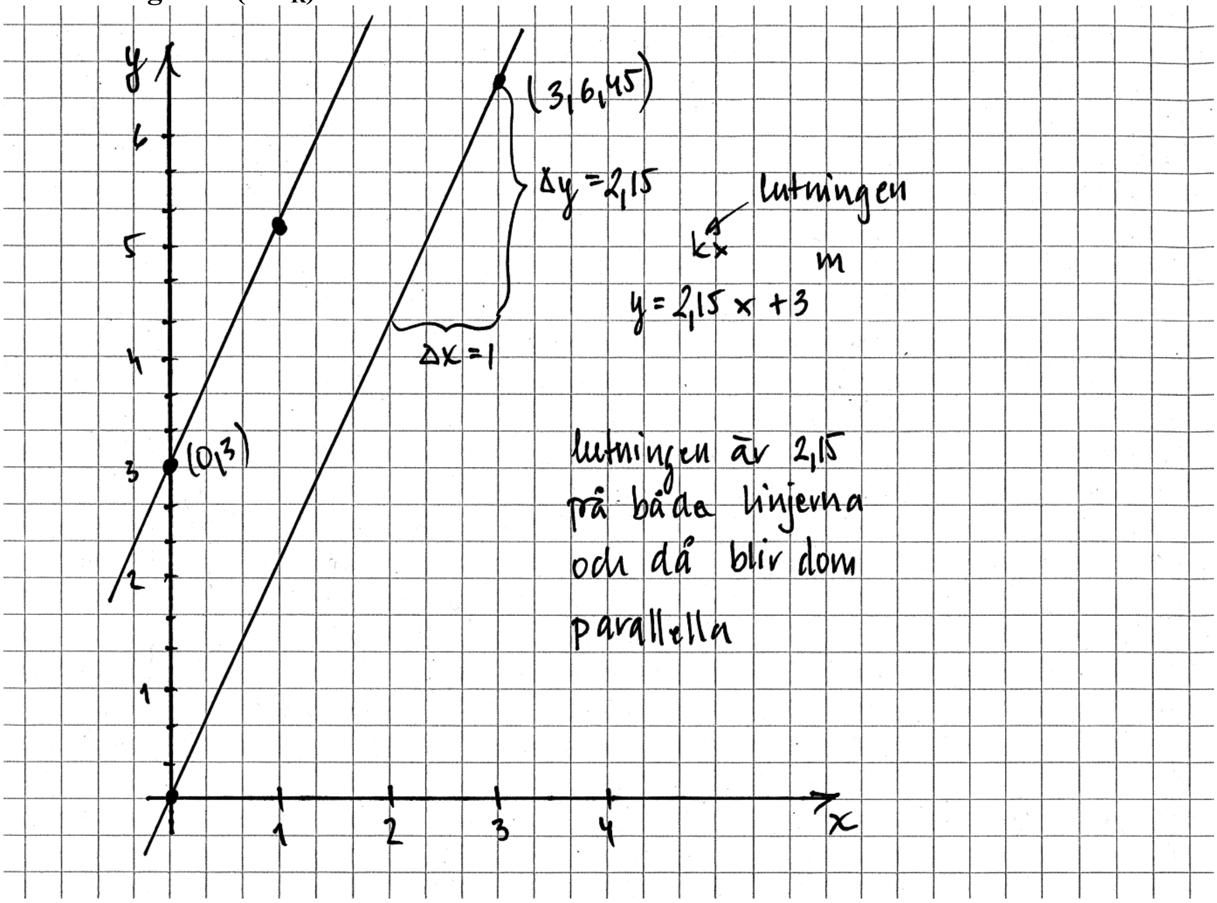
$g(x) = 0{,}5x^2 - 2$

Svar: $g(x) = 0{,}5x^2 - 2$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. På rad fyra definieras $g(x)$ felaktigt, men används inte. Gällande kommunikation anses lösningen inte vara lätt att följa och förstå då förklarande text samt vissa steg i beräkningarna saknas. Till exempel förklaras inte varför ”maximipunkten är där $x = b$”. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

**Uppgift 18.**

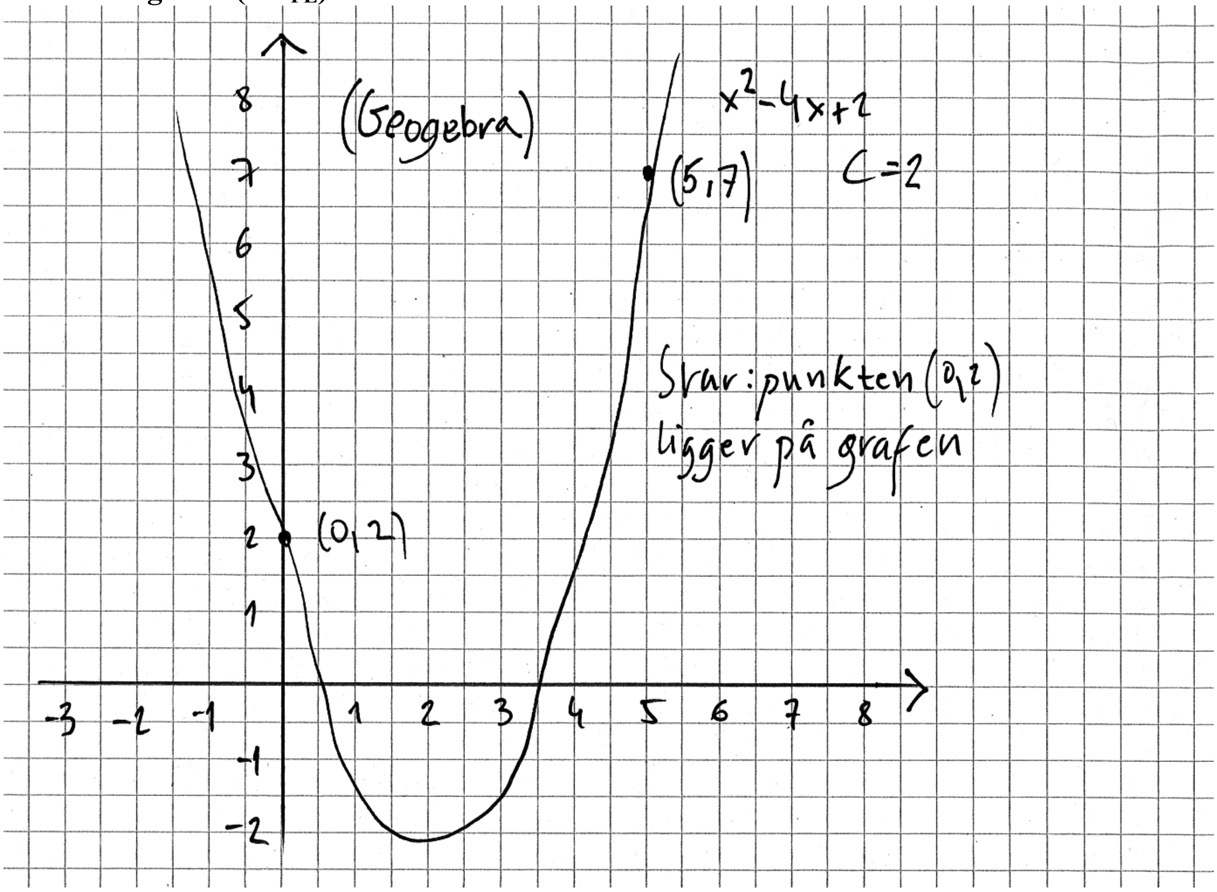
**Elevlösning 18.1 (1 $E_R$)**




*Kommentar:* I elevlösningen visas insikt om att *k*-värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

**Uppgift 19.**

**Elevlösning 19.1 (1 $E_{PL}$)**




*Kommentar:* Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten $C = 2$ eller för bestämning av punkten (0, 2). Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

**Uppgift 22.**

**Elevlösning 22.1 (0 poäng)**

$2013 - 1976 \simeq 37$ Antar att datorn först
$1000 = a^{37} + 1$ kostade 1kr, sen efter 37år
$999 = a^{37}$ kostade den 1000ggr mer, alltså 1000kr
$(1 \cdot 1000 = 1000)$
$a = 1{,}205$ = förändringsfaktorn = 20,5%

Svar: 20,5%

*Kommentar:* Elevlösningen visar en felaktigt tecknad ekvation och därmed uppfylls inte kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges 0 poäng.

**Elevlösning 22.2 (2 $C_M$)**

$y = C \cdot a^x$  $y$ = nya priset

$C = 1$  $y = 1000$  $C$ = ursprungspriset

$x = 37$ år  $a$ = Procentuella ökning

$1000 = 1 \cdot a^{37}$  $x$ = antal år

$a^{37} \cdot 1000$

$(a^{37})^{\frac{1}{37}} = 1000^{\frac{1}{37}}$

$a = 1{,}205 = 20{,}5\%$

Svar: Den årliga ökningen är 20,5%

*Kommentar:* Elevlösningen ger ett korrekt svar utifrån ett antagande om ett ursprungspris. Gällande kommunikation definieras *a* som ”Procentuella ökning” och på näst sista raden används likhetstecknet felaktigt då $1,205$ omvandlas till $20,5\,\%$ utan motivering. Det saknas även ett antagande om att ursprungspriset är 1. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda.

**Elevlösning 22.3 (1 $C_M$ och 1 $C_K$)**

2013 såldes datom
1976 såldes datom
2013 - 1976 = 37 år
På 37år höjdes priset med tusen ggr →
Något som ökar 1000 gånger i pris ökar
procentuellt med 100 000 %
x = årliga förändringsfaktor
$x^{37} = 1000$
$x = 1{,}2052\ldots$
$x \approx 1{,}205$ Svar: årliga procentuella
prisökningen var ca 120,5 %

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats med en korrekt beräkning av förändringsfaktorn. Tolkningen av förändringsfaktorn är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Gällande kommunikation är variabeln $x$ korrekt definierad och lösningen är möjlig att följa och förstå trots att ett mellanled vid beräkningen av förändringsfaktorn saknas. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

**Uppgift 25.**

**Elevlösning 25.1 (1 $A_M$ och 1 $A_K$)**

$36 \times 46 = 59$ kr

$46 \times 56 = 81$ kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

$36 \times 46 \rightarrow$ plattan $= 30 \cdot 40$ cm $\rightarrow 0{,}12\ m^2$

ramen $= (31 \cdot 2) + (41 \cdot 2) = 144$ cm (längd) $= 1{,}44$ m

pris i kr för plattan $x/m^2$

pris i kr för ramen $y/m$

$0{,}12x + 1{,}44y = 59$

$46 \times 56 = 81$ kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

$46 \times 56 \rightarrow$ plattan $\rightarrow 40 \times 50$ cm $\rightarrow 0{,}2\ m^2$

ramen $= (41 \cdot 2) + (51 \cdot 2) = 184$ cm (längd) $= 1{,}84$ m

$$\begin{cases} 0{,}2x + 1{,}84y = 81 & (1) \\ 0{,}12x + 1{,}44y = 59 & (2) \end{cases}$$

(1) $0{,}2x + 1{,}84y = 81 \quad \cdot 5$

$\Rightarrow x = 405 - 9{,}2y$

ins i (2)

$(405 - 9{,}2y)\,0{,}12 + 1{,}44y = 59$

$48{,}6 - 1{,}104y + 1{,}44y = 59$

$0{,}336y = 10{,}4$

$y = 30{,}9523\ldots$

ins i (1)

Fortsättning på nästa sida.

$0{,}2x + 1{,}84(30{,}9523...) = 81$

$0{,}2x = 24{,}0476$

$x = 120{,}2380...$

plattan $= 120$ kr/m$^2$

ramen $= 31$ kr/m

Kalla med bredden a m och längden b m

plattan $= ((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120$ kr

ramen $= ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31$ kr

totalt pris $=$

$((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120 + ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31$ kr $=$

$= (ab - 0{,}06a - 0{,}06b + 0{,}0036)\cdot 120 +$

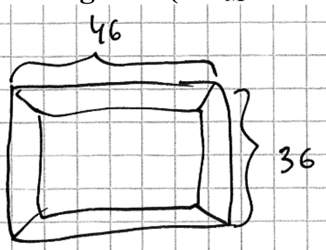
$+ (4ab - 0{,}2a - 0{,}2b + 0{,}01)\cdot 31 =$

$= 120ab - 7{,}2a - 7{,}2b + 0{,}432 + 124ab - 6{,}2a$

$- 6{,}2b + 0{,}31 = \underline{\underline{244ab - 13{,}4a - 13{,}4b + 0{,}742 \text{ kr}}}$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

**Elevlösning 25.2 (3 $A_M$ och 1 $A_K$)**




längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram : 40 × 30

Area = 1200 cm$^2$

$1200\ cm^2 = 0{,}12\ m^2$

$164\ cm = 1{,}64\ m$

$y$ = pris/m$^2$ för plattan

$x$ = pris/m för listen

$0{,}12y + 1{,}64x = 59$ kr

genom att använda samma

på den stora bilden får jag

fram : längd på list : 2,04 m

area på plattan : 0,2 m$^2$

$0{,}2y + 2{,}04x = 81$ kr

$$\begin{cases} 0{,}12y + 1{,}64x = 59 \\ 0{,}2y + 2{,}04x = 81 \end{cases}$$

$0{,}2y \cdot -0{,}6 = -0{,}12y$

$$\begin{cases} 0{,}12y + 1{,}64x = 59 \\ -0{,}12y - 1{,}224x = -48{,}6 \end{cases}$$

Additions formeln

$0{,}12y - 0{,}12y + 1{,}64x - 1{,}224x = 59 - 48{,}6$

$0{,}416x = 10{,}4$

$x = 25$ kr/m för list

Fortsättning på nästa sida.

$0{,}12y + 1{,}64 \cdot 25 = 59$

$y = 150$ kr/m² för platta

$25 \cdot 2(a+b) + ((a-0{,}06)(b-0{,}06)) \cdot 150 =$

pris/längd (list)

pris/area (platta)

$50a + 50b + (ab - 0{,}06a - 0{,}06b + 0{,}0036)150$

$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0{,}54$

$41a + 41b + 150ab + 0{,}54 =$ pris

då $a$ är bredden i m och

$b$ är längden i m

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

# Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

## Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

**Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:**

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

# Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

**Betyget E**
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget D** Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

**Betyget C**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget B** Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

**Betyget A**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

# Centralt innehåll Matematik kurs 2c

*Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:*

## Taluppfattning, aritmetik och algebra

**T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
**T9** Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
**T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
**T11** Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
**T12** Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

## Geometri

**G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
**G4** Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

## Samband och förändring

**F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
**F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

## Sannolikhet och statistik

**S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
**S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
**S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

## Problemlösning

**P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
**P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
**P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.