

Part I	Problems 1-10 which only require answers.
Part II	Problems 11-15 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part I and II together.
Resources	Formula sheet and ruler.

Level requirements The whole test consists of Part I, Part II, Part III and an oral part and the maximum score is 76 points of which 28 E-, 24 C- and 24 A-points.

Level requirements for test grades

E: 18 points

D: 29 points of which 8 points on at least C-level

C: 38 points of which 15 points on at least C-level

B: 50 points of which 8 points on A-level

A: 61 points of which 14 points on A-level

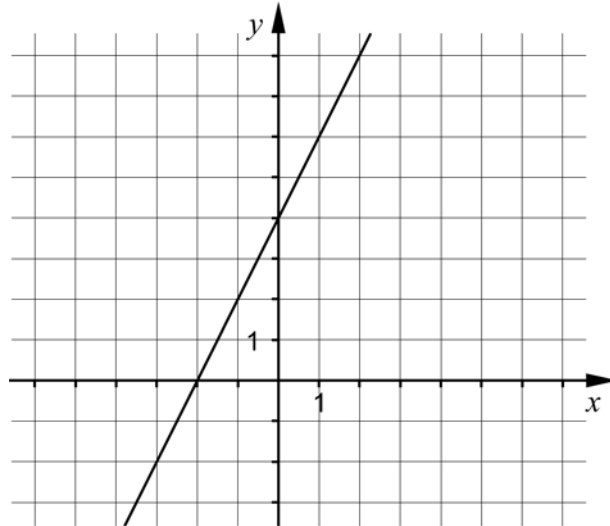
The number of points you can have for a complete solution or an answer is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems where *Only answers are required* you only have to give a short answer. For other problems it is required that you present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Part I: Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1.



a) Find the equation to the straight line in the figure. _____(1/0/0)

b) Draw a straight line with gradient $k = -1$ in the coordinate system. (1/0/0)

2. Simplify the expression $(x + 5)(x - 5) + 25$ as far as possible.
_____ (1/0/0)

3. Solve the equations

a) $x(x + 7) = 0$ _____(1/0/0)

b) $\lg x = 3$ _____(1/0/0)

c) $2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$ _____(0/1/0)

4. Which of the following equations A-E has non-real solutions?

A. $x^2 = 16$

B. $x^2 + 6 = 0$

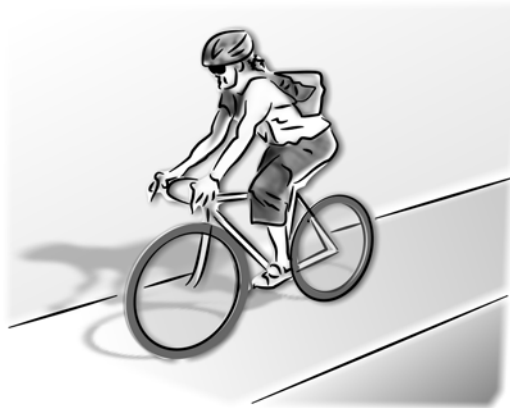
C. $x^2 = 0$

D. $x^2 - \sqrt{5} = 0$

E. $x^2 - \frac{9}{4} = 0$

_____ (1/0/0)

5. It's 7 km by bike from Anna's home to her school. She usually bikes at a speed of 0.35 km/min. Write down a function that states the distance left y km before she reaches her school when she has been cycling for x minutes.



_____ (0/1/0)

6. It holds for a quadratic function that:

- The function has a zero at $x = 4$
- The function has its maximum value at $x = 1$

For which value of x does the function have its second zero?

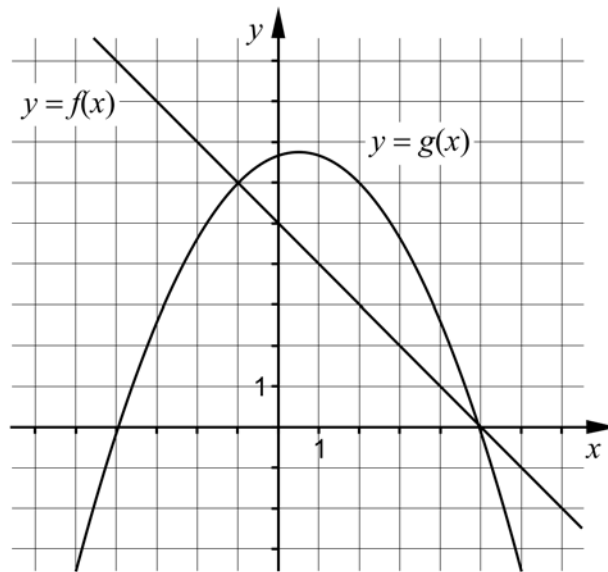
_____ (0/1/0)

7. Simplify the following expressions as far as possible.

a) $2\lg x - 0,5\lg x^2$ _____(0/1/0)

b) $(xy - y)^2 \cdot y^{-2}$ _____(0/0/1)

8. The coordinate system shows the graphs of the linear function $y = f(x)$ and the quadratic function $y = g(x)$



Use the figure and answer the questions.

a) Find $g(2)$ _____(1/0/0)

b) For what values of x is it true that $f(x) < g(x)$? _____(0/2/0)

c) Write down the equation of a straight line that *does not* intersect any of the graphs to the functions. _____(0/0/1)

9. In the beginning of year 2011, Matilda bought a computer for SEK 10000. The value of the computer can be described by $V(t) = 10000 \cdot 0.60^t$ where V is the value of the computer in SEK and t is the time in years after the purchase.



- a) What is the yearly percentage decrease of the value of the computer?
 _____(1/0/0)

- b) Write down a new function that shows the value of the computer V in SEK as a function of time t , where the time t now will be counted in *months* after the purchase.
 _____(0/0/1)

10. A simultaneous equations consist of two equations where each equation contains two variables x and y .

- a) One of the equations is $3x + 2y = 12$
 Give an example of what the second equation might look like if there are no solutions to the simultaneous equations.
 _____(0/0/1)

- b) One of the equations is still $3x + 2y = 12$
 Give an example of what the second equation might look like if the only solution to the simultaneous equations is $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$
 _____(0/0/1)

Part II: Digital resources are not allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

11. Solve the simultaneous equations $\begin{cases} 2x - y = -9 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

12. Solve the equations algebraically.

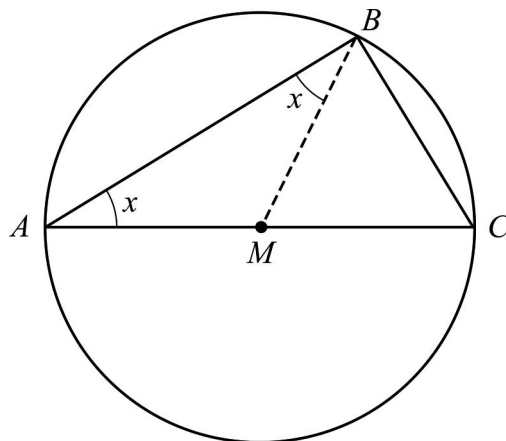
a) $x^2 - 4x - 45 = 0$ (2/0/0)

b) $\sqrt{35 - 2x} = x$ (0/3/0)

13. Thales of Miletus was a Greek mathematician who lived 2600 years ago. He formulated a theorem with the following meaning:

Every triangle inscribed in a circle has a right angle if one of the sides of the triangle is a diameter of the circle.

The triangle ABC is inscribed in a circle in such a way. Side AC is a diameter of the circle. The point M is the midpoint of the line segment AC . The figure also shows the line segment BM .



a) Explain why the two angles denoted by x are of equal size. (1/1/0)

b) Show, without using the inscribed angle theorem, that Thales' theorem is correct. (0/2/2)

14. a is a constant in the equation $x^2 - (a-1)^2 = 0$
Solve the equation and simplify the answer as far as possible. (0/0/2)
15. There is a point P on the line $y = 2x - 5$ in the first quadrant. The distance between the point P and the origin is 10 length units. Find the x -coordinate of the point P . Give an exact answer. (0/0/4)

Part III	Problems 16-23 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

Level requirements The whole test consists of Part I, Part II, Part III and an oral part and the maximum score is 76 points of which 28 E-, 24 C- and 24 A-points.

Level requirements for test grades

E: 18 points

D: 29 points of which 8 points on at least C-level

C: 38 points of which 15 points on at least C-level

B: 50 points of which 8 points on A-level

A: 61 points of which 14 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution or an answer is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems where *Only answers are required* you only have to give a short answer. For other problems it is required that you present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

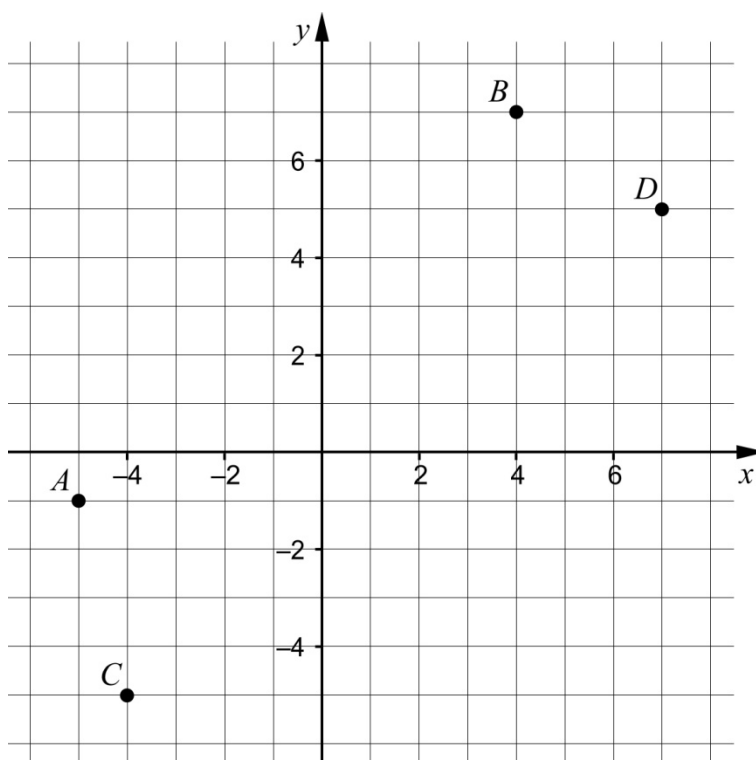
Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Part III: Digital resources are allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

16. Two similar rectangles have different measures. Rectangle A has sides 4 cm and 6 cm. Rectangle B has one side that is 12 cm.

What possible measures can the other side of rectangle B have? (2/0/0)

17. A line L_1 is drawn through the points A and B .
Another line L_2 is drawn through the points C and D .



Are the lines L_1 and L_2 parallel? Justify your answer. (3/0/0)

18. Marcus puts a roast in the oven at 14.30. The temperature inside the roast is then 16.5°C . The temperature in the roast $T^\circ\text{C}$ then increases according to the function:

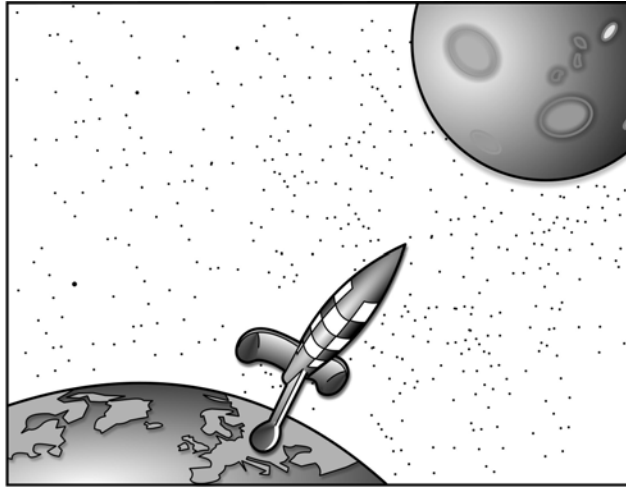
$$T(t) = 16.5 \cdot 1.0085^t$$

where t is the time in minutes. The roast is done when the meat thermometer shows 77°C .



Will the roast be ready at 18.00 when Marcus is having dinner guests? (2/0/0)

19. Hugo and Ilona are going to computer-simulate a space craft landing on the moon. They have one model each to describe the movement of the space craft towards the surface of the moon.



Hugo uses the model $h(t) = \frac{t^2}{90} - \frac{20t}{3} + 1000$ where h is the height in metres above the surface of the moon and t is the time in seconds from the moment the space craft starts its landing.

- a) At what height above the moon does the space craft start its landing according to Hugo's model? (1/0/0)
- b) Calculate $h(300)$ and interpret the result. (1/1/0)

Ilona uses the model $g(t) = 1000 - \frac{10t}{3}$ where g is the height in metres above the surface of the moon and t is the time in seconds from the moment the space craft starts its landing.

Compare the two models of how the space craft moves towards the surface of the moon from the moment the space craft starts its landing to the moment it has landed.

- c) Describe two similarities in the models. (0/1/0)
- d) Describe some difference between the models. (0/1/1)

20. A company fills tins with crushed tomatoes. According to the label, one tin contains 400 g of tomatoes. The weight of the tomatoes is normal distributed around the mean value 395 g and the standard deviation is 5.0 g.



- a) How many percent of the tins can be expected to contain less than the 400 g stated on the label? (2/0/0)

The company does not want too many dissatisfied customers and is therefore planning to fill more tomatoes into the tins. They change the requirements so that at least 97.7 % of the tins must contain at least 400 g of tomatoes. The standard deviation is still assumed to be 5.0 g.

- b) Calculate what mean value of the weight that corresponds to this new requirement. (0/3/0)

21. Alice and Moa are discussing mean value and median.

Alice claims that:

"The mean value of three consecutive integers is always equal to the median of the numbers."

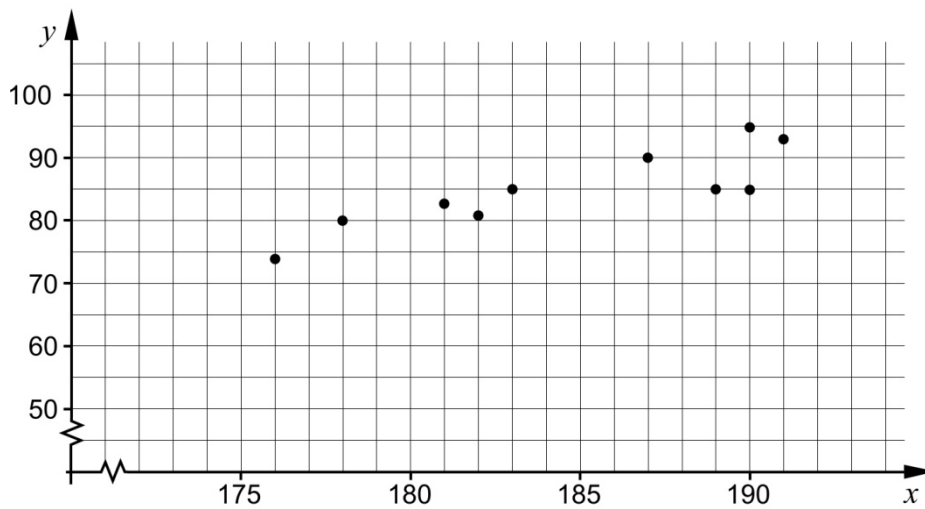
Moa replies:

"No, that's not always true."

Who is right, Alice or Moa? Justify your answer. (1/1/1)

22. The table and diagram show the length and weight of ten men from the same work place.

Name	Length (cm)	Weight (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80



- a) Find a linear relationship between the weight y kg and the length x cm. (0/1/0)
- b) Use the linear relationship you found in a) as a starting point. Interpret what the gradient means in this context. (0/0/2)

23. A thin piece of string has a length of 24 m. The string can be shaped into different geometric figures.

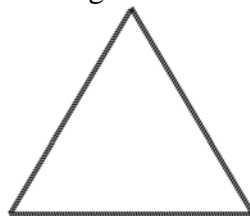


Figure 1



Figure 2

- a) The whole piece of string is shaped into an equilateral triangle, see Figure 1. Calculate the area of the triangle. (0/3/0)
- b) The piece of string is then divided into two parts of different lengths. A square is then formed out of each piece, see Figure 2. Investigate if it is possible that the two squares together can have an area of 17 m^2 . (0/0/4)

To the student - Information about the oral part

You will be given a problem that you will solve in writing, and then you will present your solution orally. If you need, you can ask your classmates and your teacher for help when solving the problem. Your oral presentation starts with you presenting what the problem is about and then you describe and explain your solution. You must present all steps in your solution. However, if you have done the same calculation several times (for example in a table) it might be sufficient if you present some of the calculations. Your presentation should take a maximum of 5 minutes, and be held to a smaller group of your classmates and teachers.

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

How complete, relevant and structured your presentation is

Your presentation must contain the necessary parts in order for a listener to follow and understand your thoughts. What you say should be in a suitable order and be relevant. The listener must understand how calculations, descriptions, explanations and conclusions are connected with each other.

How well you describe and explain the train of thought behind your solution

Your presentation should contain both descriptions and explanations. To put it simple, a description answers the question *how* and an explanation answers the question *why*. You describe something when you for instance tell *how* you have done a calculation. You explain something when you for instance justify *why* you could use a certain formula.

How well you use the mathematical terminology

In your presentation you should use a language that contains mathematical terms, expressions and symbols, suitable for the problem you have solved.

Mathematical terms are for example words like “exponent”, “function” and “graph”.

An example of a mathematical expression is that x^2 is read “ x to the power 2” or “ x squared”. Some examples of mathematical symbols are π and $f(x)$, which are read “pi” and “ f of x ”.

Problem 1. Solving simultaneous equations

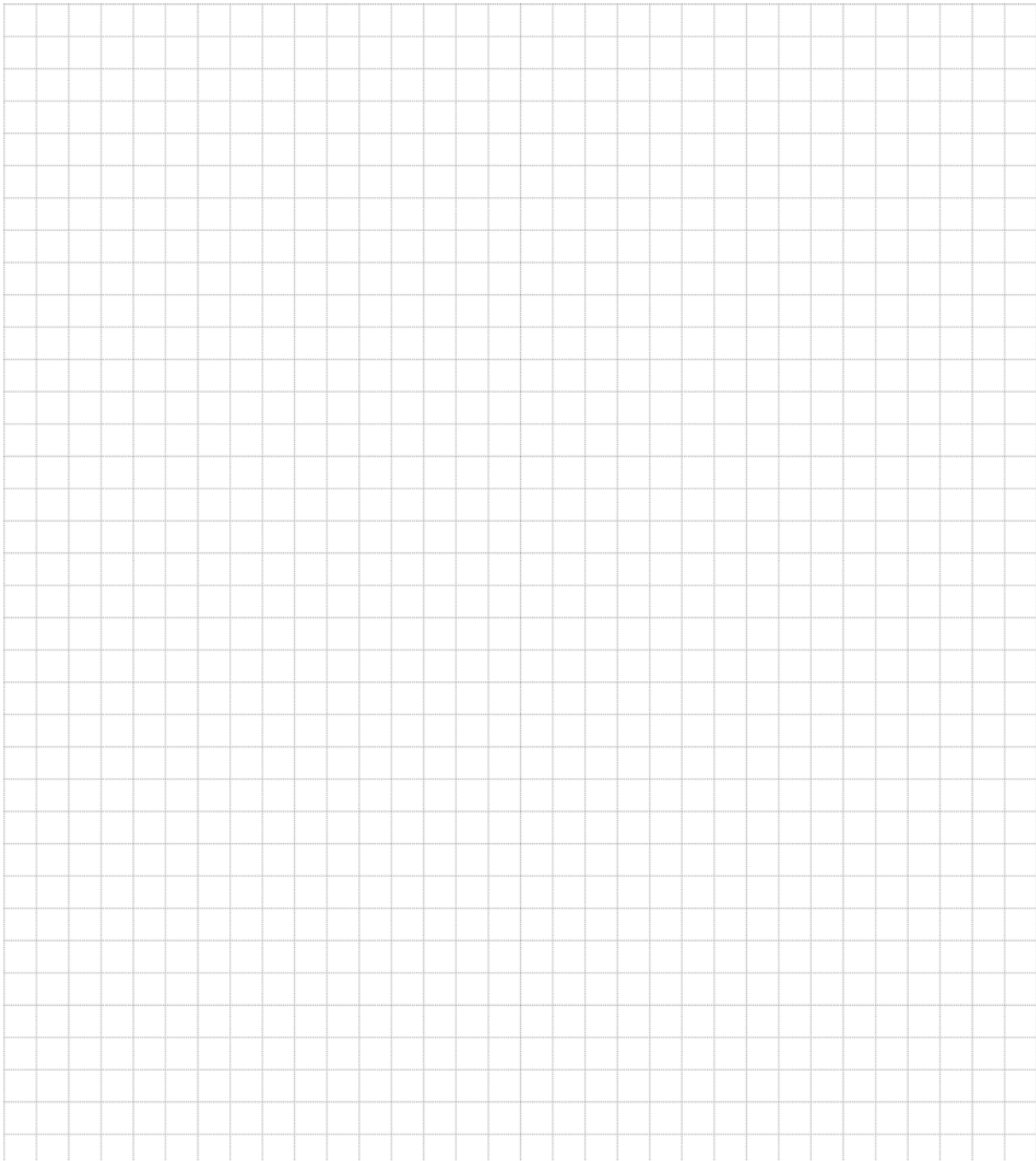
Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

a) Solve the simultaneous equations $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ algebraically.

b) Solve the simultaneous equations $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2y - 4x = -6 \end{cases}$ graphically.



Problem 2. Solving quadratic equations

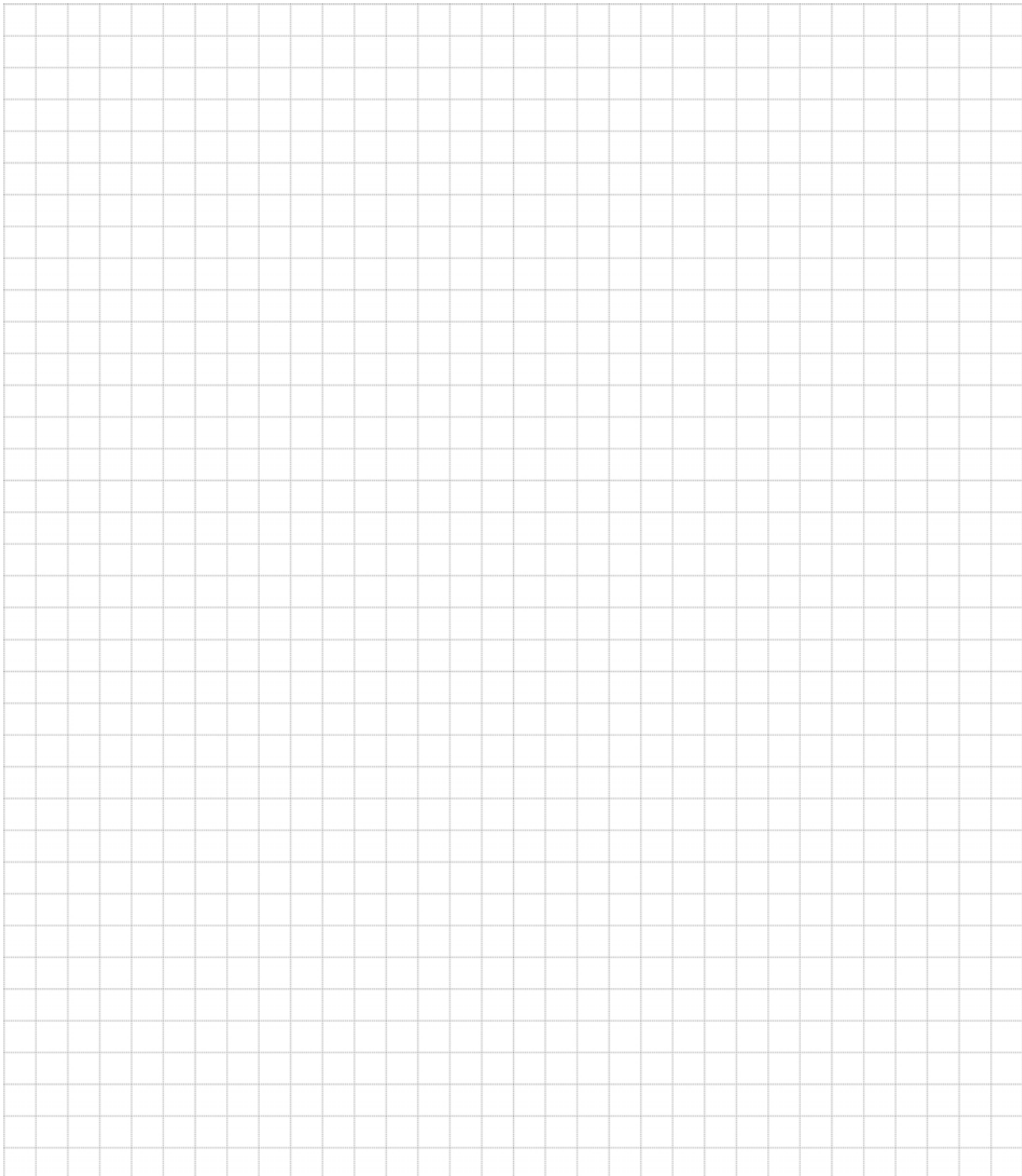
Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

a) Solve the equation $x^2 - 4x = 5$ algebraically.

b) Solve the equation $x^2 - 2x - 8 = 0$ graphically.



Problem 3. Find the equation of the line

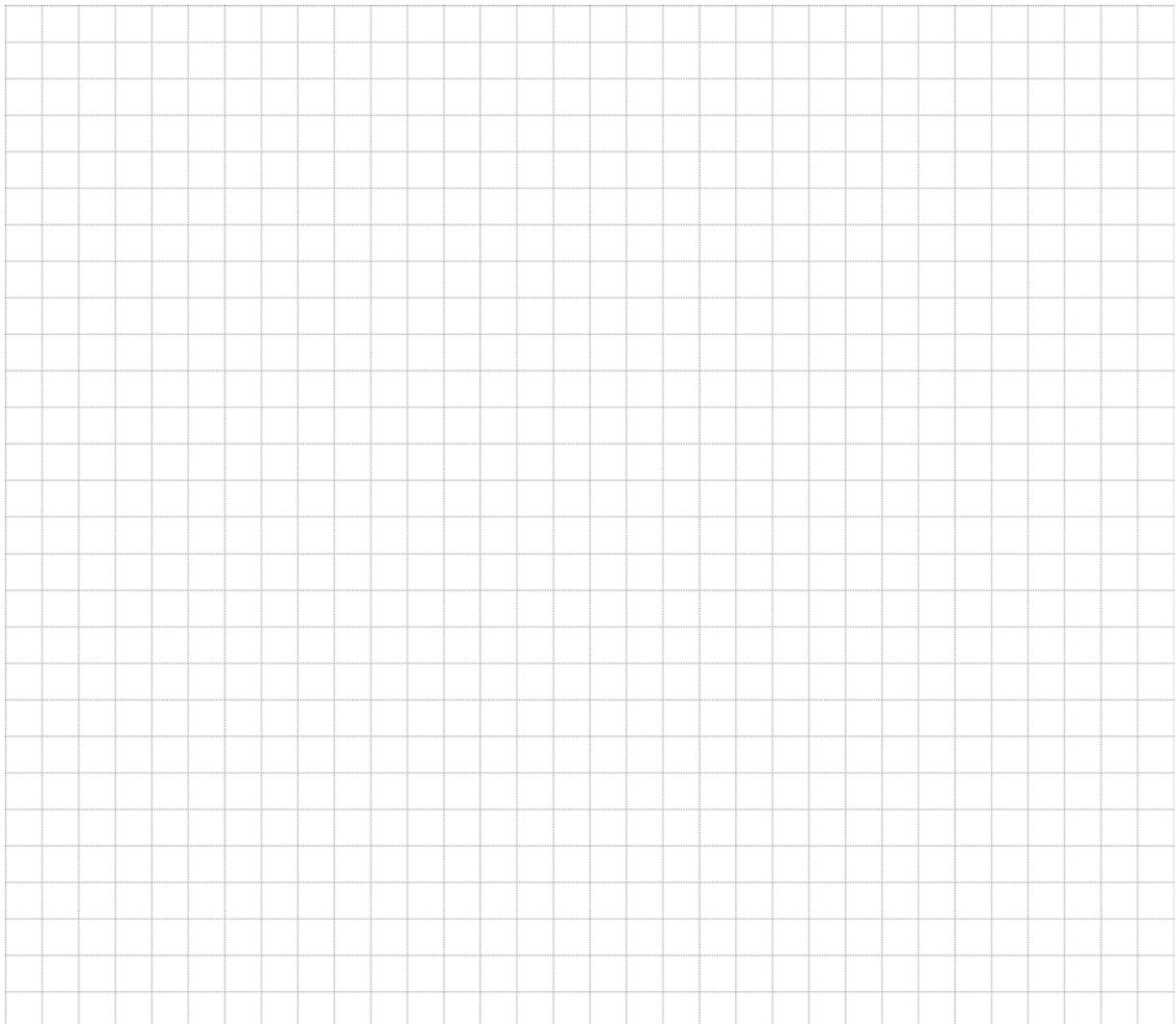
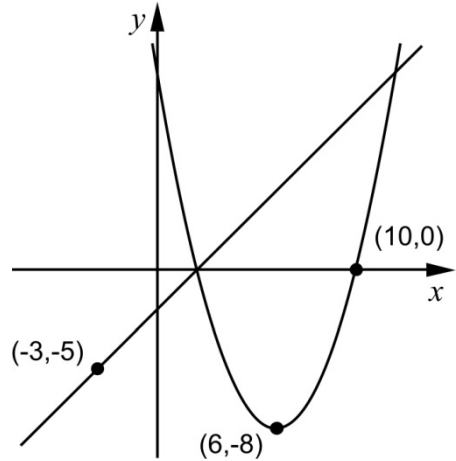
Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

The figure shows the graph of a straight line and the graph of a quadratic function that has a minimum value of -8 . The line and the graph of the quadratic function intersect at the x -axis.

Find the equation of the line.



Problem 4. Coffee temperature

Name: _____

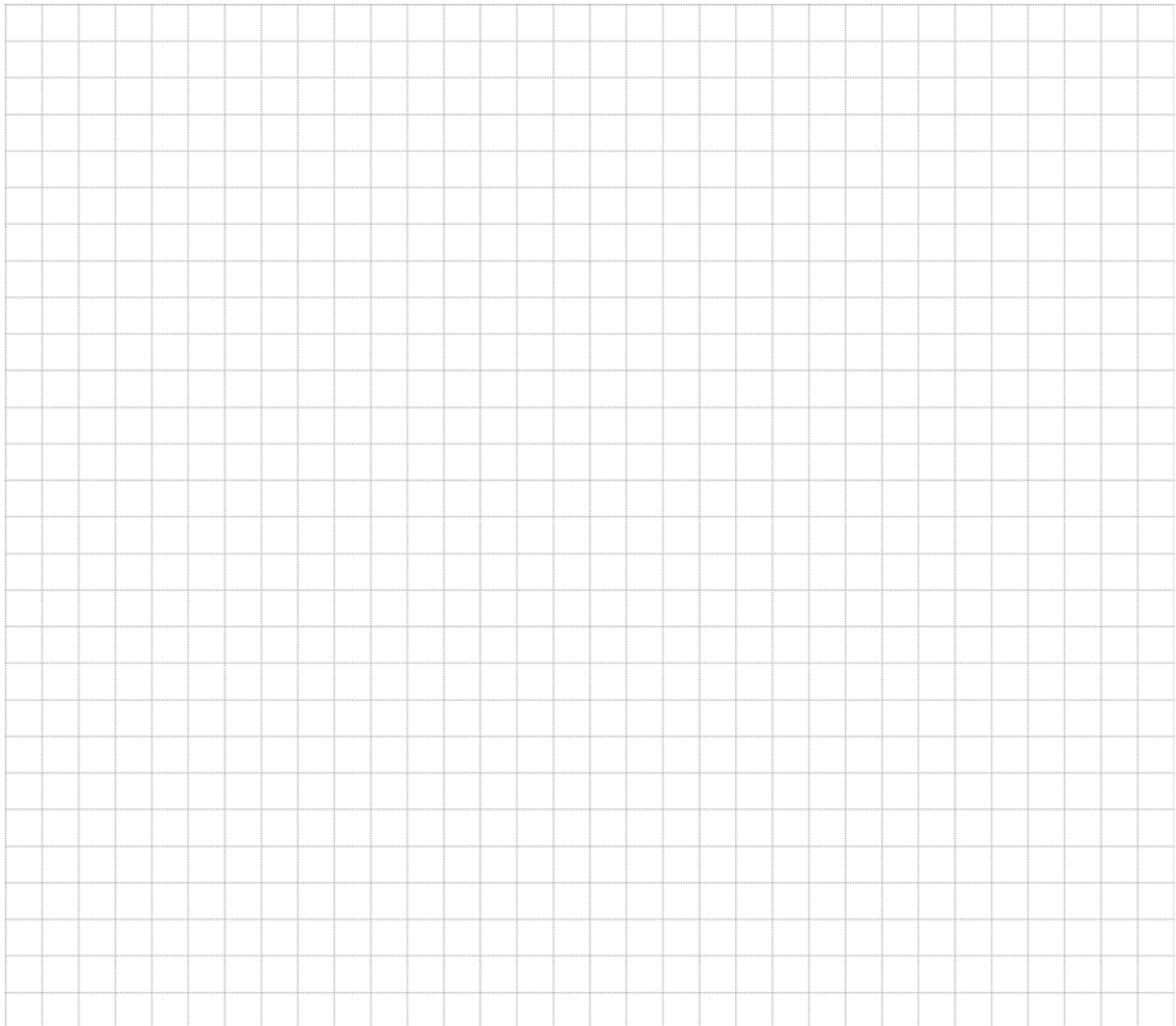
When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

Johan fills a thermos flask with hot coffee and immediately places it outside where the temperature is around 0°C . The temperature of the coffee decreases exponentially with time. The table shows the temperature of the coffee at different times. The coffee is regarded drinkable as long as the temperature does not fall below 55°C .

Time (h)	Temperature ($^{\circ}\text{C}$)
0	93
6.0	50

How long after Johan has placed the thermos flask outside is the coffee drinkable?



Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
<p><i>Fullständighet, relevans och struktur</i></p> <p>Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är</p>	<p>Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande.</p> <p>Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan vara bitvis fragmentarisk eller rörig.</p> <p>(1/0/0)</p>		<p>Redovisningen är i huvudsak fullständig och endast relevanta delar ingår.</p> <p>Redovisningen är välstrukturerad.</p> <p>(1/0/1)</p>	(1/0/1)
<p><i>Beskrivningar och förklaringar</i></p> <p>Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar</p>	<p>Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar.</p> <p>Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad.</p> <p>(1/0/0)</p>		<p>Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar.</p> <p>(1/0/1)</p>	(1/0/1)
<p><i>Matematisk terminologi</i></p> <p>Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</p>	<p>Eleven använder ibland matematisk terminologi med rätt betydelse.</p> <p>(1/0/0)</p>	<p>Eleven använder ofta matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen.</p> <p>(1/1/0)</p>	<p>Eleven använder i huvudsak matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen.</p> <p>(1/1/1)</p>	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning	3
Bedömningsanvisningar	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	4
Provsammanställning - Kunskapskrav	5
Provsammanställning – Centralt innehåll	6
Kravgränser	7
Bedömningsanvisningar	8
Del I	8
Del II	9
Del III	11
Bedömda elevlösningar	15
Uppgift 13b	15
Uppgift 15	17
Uppgift 17	18
Uppgift 19d	19
Uppgift 20b	19
Uppgift 21	21
Uppgift 23a	22
Uppgift 23b	23
Ur ämnesplanen för matematik	25
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c	26
Centralt innehåll Matematik kurs 2c	27
Bedömningsformulär	28
Insamling av provresultat för matematik	29
Urvalsinsamlingen	29

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1E _p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1E _p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den mening som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1E _R	1E _R och 1C _R	1E _R och 1C _R och 1A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning - Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 8b_1 och 8b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 8b.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del I	1a		1										
	1b	1											
	2		1										
	3a		1										
	3b		1										
	3c						1						
	4	1											
	5							1					
	6						1						
	7a						1						
7b										1			
8a	1												
8b_1						1							
8b_2								1					
8c									1				
9a			1										
9b											1		
10a									1				
10b											1		
Del II	11_1		1										
	11_2		1										
	12a_1		1										
	12a_2		1										
	12b_1						1						
	12b_2						1						
	12b_3								1				
	13a_1				1								
	13a_2								1				
	13b_1								1				
	13b_2								1				
	13b_3											1	
	13b_4											1	
	14_1										1		
	14_2										1		
15_1									1				
15_2											1		
15_3											1		
15_4												1	

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del III	16_1	1											
	16_2			1									
	17_1	1											
	17_2		1										
	17_3						1						
	18_1						1						
	18_2						1						
	19a						1						
	19b_1		1										
	19b_2										1		
	19c										1		
	19d_1										1		
	19d_2												1
	20a_1	1											
	20a_2			1									
	20b_1								1				
	20b_2										1		
	20b_3											1	
	21_1							1					
	21_2											1	
	21_3												1
	22a									1			
	22b_1												1
	22b_2												1
23a_1										1			
23a_2										1			
23a_3											1		
23b_1												1	
23b_2												1	
23b_3												1	
23b_4												1	
Muntlig del	M_1						1						
	M_2												1
	M_3							1					
	M_4												1
	M_5							1					
	M_6											1	
	M_7												1
Total	6	10	6	6	3	5	7	9	3	3	9	9	
Σ	76	28				24				24			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c																
		E	C	A	Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem- lösning				
					T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4		
Del I	1a	1	0	0								X									
	1b	1	0	0								X									
	2	1	0	0					X												
	3a	1	0	0	X																
	3b	1	0	0		X															
	3c	0	1	0	X																
	4	1	0	0	X			X													
	5	0	1	0								X									
	6	0	1	0										X							
	7a	0	1	0		X															
	7b	0	0	1					X												
	8a	1	0	0									X								
	8b	0	2	0								X	X								
	8c	0	0	1								X		X							
	9a	1	0	0	X								X								
	9b	0	0	1	X								X								
10a	0	0	1	X		X															
10b	0	0	1	X		X													X		
Del II	11	2	0	0	X		X														
	12a	2	0	0	X																
	12b	0	3	0	X																
	13a	1	1	0						X											
	13b	0	2	2						X											
	14	0	0	2	X																
	15	0	0	4	X						X									X	
Del III	16	2	0	0						X									X		
	17	3	0	0							X										
	18	2	0	0	X	X						X						X	X		
	19a	1	0	0								X	X								
	19b	1	1	0								X									
	19c	0	1	0							X	X	X								
	19d	0	1	1							X		X								
	20a	2	0	0												X	X	X	X		
	20b	0	3	0												X	X	X	X		
	21	1	1	1											X						
	22a	0	1	0											X						
	22b	0	0	2											X						
	23a	0	3	0						X									X		
	23b	0	0	4	X						X		X						X		
Muntlig del, M	3	1	3																		
	28	24	24																		

Kravgränser

Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 76 poäng varav 28 E-, 24 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå

A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del I

- | | | |
|-----------|---|------------------|
| 1. | | Max 2/0/0 |
| a) | Korrekt svar ($y = 2x + 4$) | +1E _P |
| b) | Godtagbart ritad rät linje | +1E _B |
| 2. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar (x^2) | +1E _P |
| 3. | | Max 2/1/0 |
| a) | Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = -7$) | +1E _P |
| b) | Korrekt svar ($x = 10^3$) | +1E _P |
| c) | Korrekt svar ($x = 3$) | +1C _P |
| 4. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar (Alternativ B: $x^2 + 6 = 0$) | +1E _B |
| 5. | | Max 0/1/0 |
| | Korrekt svar ($y = 7 - 0,35x$) | +1C _M |
| 6. | | Max 0/1/0 |
| | Korrekt svar ($x = -2$) | +1C _B |
| 7. | | Max 0/1/1 |
| a) | Korrekt svar ($\lg x$) | +1C _P |
| b) | Korrekt svar ($(x-1)^2$ eller $x^2 - 2x + 1$) | +1A _P |

- 8.** **Max 1/2/1**
- a) Korrekt svar (6) +1E_B
- b) Godtagbart angivna gränser, t.ex. ”för x mellan -1 och 5 ” +1C_B
 där svaret kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C,
 d.v.s. med korrekt använda olikhetstecken ($-1 < x < 5$) +1C_K
- c) Korrekt svar (t.ex. $y = -x + 12$) +1A_B
Kommentar: $y = -x + m$ där $m > 8$
- 9.** **Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar (40 %) +1E_M
- b) Korrekt svar ($V = 10000 \cdot 0,60^{\frac{t}{12}}$) +1A_M
- 10.** **Max 0/0/2**
- a) Korrekt svar (t.ex. $3x + 2y = 8$) +1A_B
- b) Korrekt svar (t.ex. $x + y = 5$) +1A_{PL}
- Del II**
- 11.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$, $y = 5$) +1E_P
- 12.** **Max 2/3/0**
- a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -5$, $x_2 = 9$) +1E_P
- b) Godtagbar ansats, löser ekvationen $35 - 2x = x^2$ och finner korrekta lösningar $x_1 = 5$ och $x_2 = -7$ +1C_P
 med uteslutning av den ena lösningen och korrekt svar ($x = 5$) +1C_P
 med välgrundat resonemang om varför den ena lösningen uteslutits,
 t.ex. ” $\sqrt{49}$ kan inte bli -7 ” +1C_R

13.

Max 1/3/2

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ”Triangeln ABM är likbent.” $1E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang. t.ex. ”Triangeln ABM är likbent för att AM och BM är radier i cirkeln.” $1E_R$ och $1C_R$	

b)

E	C	A
Eleven visar Thales sats för ett specialfall eller eleven påbörjar en generell metod. $1C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) där någon motivering kan vara bristfällig. $2C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) med korrekta motiveringar. $2C_R$ och $1A_R$
		Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A. $1A_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



14.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck som leder till att båda rötterna kan bestämmas, t.ex. $x = \pm\sqrt{(a-1)^2}$

+1A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = a - 1$, $x_2 = 1 - a$)

+1A_P

15.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som visar att informationen i uppgiften och vad som söks är korrekt tolkat

+1A_B

med korrekt tecknad ekvation, t.ex. $x^2 + (2x - 5)^2 = 10^2$

+1A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning där uteslutningen av den negativa roten är motiverad med korrekt svar ($x = 2 + \sqrt{19}$)

+1A_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A

+1A_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



Del III**16. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar förståelse för likformighetsbegreppet, t.ex. genom att bestämma en tänkbar längd på sidan +1E_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (8 cm och 18 cm) +1E_{PL}

17. Max 3/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten för en av linjerna +1E_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. korrekt bestämning av riktningskoefficienterna

$k_{AB} = \frac{8}{9}$ och $k_{CD} = \frac{10}{11}$ +1E_P

med godtagbar motivering (t.ex. ”Nej, de är inte parallella eftersom riktningskoefficienterna inte är lika stora.”) +1E_R

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

**18. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $77 = 16,5 \cdot 1,0085^t$ +1E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Ja, steken blir klar i tid.”) +1E_{PL}

19. Max 2/3/1

a) Korrekt svar (1000 m) +1E_M

b) Korrekt beräkning av $h(300)$, 0 +1E_P

med godtagbar tolkning av svaret t.ex. ”Efter bromsning i 300 s så landar raket på månen” +1C_M

c) Godtagbar beskrivning av likheterna (t.ex. ” $h(0) = g(0)$ och $h(300) = g(300)$ ”) +1C_M

Kommentar: Likheter som redan finns angivna i uppgiftstexten godtas ej.

E	C	A
	<p>Eleven ger något enkelt omdöme om en av modellerna, t.ex. "höjden minskar lika mycket hela tiden i Ilonas modell."</p> <p style="text-align: center;">$1C_M$</p>	<p>Eleven ger ett nyanserat omdöme om båda modellerna genom att dra någon slutsats om olikheter mellan modellerna i sin helhet t.ex. "höjden minskar lika mycket hela tiden i Ilonas modell, i den andra går det fortare i början och långsammare på slutet."</p> <p style="text-align: center;">$1C_M$ och $1A_M$</p>

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

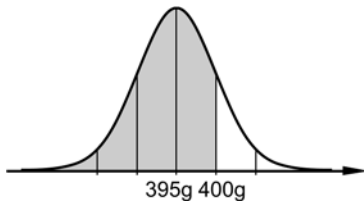


20.

Max 2/3/0

- a) Godtagbar ansats, t.ex. ritat figur som illustrerar problemet t.ex.

+1E_B

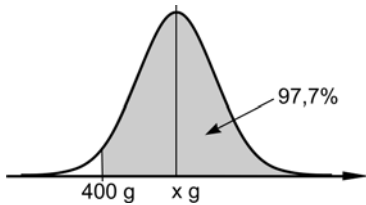


med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (84 %)

+1E_{PL}

- b) Godtagbar ansats, t.ex. ritat figur som illustrerar problemet t.ex.

+1C_B



med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (410 g)

+1C_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C

+1C_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



21.

Max 1/1/1

E	C	A
Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på ett specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet 1E _R	Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på några specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet <i>eller</i> eleven gör en generell ansats, t.ex. genom att teckna medelvärdet $\frac{x + x + 1 + x + 2}{3}$ av de tre talen. 1E _R och 1C _R	Eleven motiverar att Alice har rätt genom att generellt visa att oavsett vilka tre tal som väljs, så är medianen alltid lika stor som medelvärdet 1E _R och 1C _R och 1A _R

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



22.

Max 0/1/2

- a) Godtagbar bestämning av sambandet genom anpassning av linje direkt i diagrammet (t.ex. $y = x - 100$)* eller med hjälp av funktionen för linjär regression på räknaren ($y = 0,993x - 98,3$) +1C_P
*Kommentar: Anpassning av linje direkt i diagrammet kan medföra stora variationer på koefficienterna trots att anpassningen är korrekt utförd.
- b) Godtagbar tolkning av riktningskoefficienten (t.ex. ”1 cm ger 1 kg till”) +1A_M
där lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A (t.ex. ”För varje cm en man ökar i längd ökar han i genomsnitt med 1 kg i vikt”) +1A_K

23.

Max 0/3/4

- a) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation för beräkning av triangelns höjd +1C_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (28 m²) +1C_{PL}
Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C +1C_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd modell för sammanlagda arean

$$y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2 \quad +1A_M$$

med godtagbar strategi för lösning av problemet, t.ex. ritar två grafer på sin

räknare, $y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2$ och $y_2 = 17$ +1A_{PL}

med godtagbar tolkning, t.ex. studerar de två graferna och konstaterar att de aldrig skär varandra ("Arean kan inte vara 17 m²") +1A_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A +1A_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



Bedömda elevlösningar

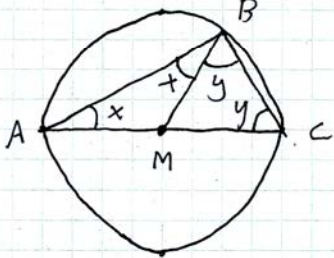
Uppgift 13b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara vinkelbeteckningar, likhetstecken och termer så som radie, basvinklar, likbent triangel, etc.

Elevlösning 1 (2C_R)

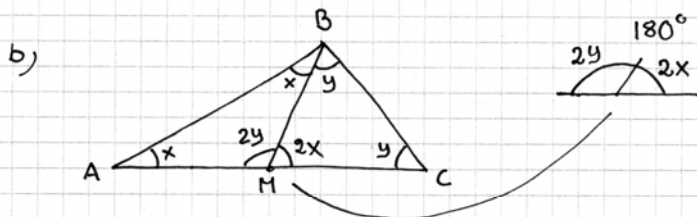
a) $AM = BM$
 svar: 2 lika långa sträckor i en triangel ger två lika stora vinklar

b)



$BM = CM$
 $2x + 2y = 180^\circ$
 $1x + 1y = 90^\circ$
 svar: Vinkeln i B blir 90°

Kommentar: Elevens lösning är korrekt men har inte en tillräckligt tydlig motivering till varför trianglarna ABM och BCM är likbenta. Redovisningen är något knapphändig och det är inte helt tydligt varifrån de införda vinklarna och den första ekvationen kommer. Sammantaget ges lösningen i b)-uppgiften två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2C_R och 1A_R)

$\triangle BMC$ är också likbent
 BM och CM är också radier

För att få den sista vinkeln i $\triangle BMC$ så tar man $180^\circ - 2y$

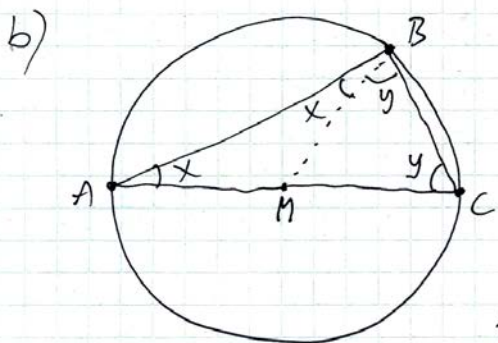
För att få den sista vinkeln i $\triangle AMB$ så tar man $180^\circ - 2x$

Det leder till:

$$\begin{array}{ccccccc} 180^\circ & 180-2x & 180-2y & 2y & 2x & 180^\circ-2x-2y=0 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

$$\frac{180^\circ = 2x + 2y}{2} \Rightarrow x + y = 90^\circ$$

Kommentar: Eleven motiverar varför $\triangle BCM$ är likbent och hänvisar till egna figurer för att förklara vinklarna vid punkten M . Eleven genomför beviset korrekt om än med otydliga motiveringar, t.ex. hänvisar eleven inte till använda satser. Detta innebär att lösningen nätt och jämnt ges resonemangspoängen på A-nivå. Lösningen innehåller alla väsentliga delar men i och med att eleven inte tydligt motiverar alla steg är lösningen inte lätt att följa och förstå. Likhetstecknet används felaktigt på sista raden. Sammantaget uppfyller lösningen inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2C_R och 1A_R och 1A_K)

Visa att vinkel B är 90°
 Vinkel y + vinkel x = vinkel B

Eftersom $\triangle MBC$ är likbent
 ($MB = MC =$ radier)

finns en vinkel y vid C också.

Vinkelsumman i en triangel är 180°

$$\text{I } \triangle ABC \text{ måste då } x + x + y + y = 180^\circ$$

$$\text{dvs } 2x + 2y = 180^\circ$$

$$x + y = 90^\circ$$

stämmer! Vinkel B är 90°

Kommentar: Elevens lösning är korrekt och uppfyller kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 15

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara vinkelmarkering, likhetstecken, hänvisning till Pythagoras sats eller avståndsformel, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

Elevlösning 1 (1A_B och 1A_{PL})

$$10 = \sqrt{(x_2 - 0)^2 + (y_2 - 0)^2}$$

$$10^2 = (x_2 - 0)^2 + (y_2 - 0)^2$$

$$10^2 = x_2^2 + y_2^2$$

$$100 = x_2^2 + y_2^2$$

$$\begin{cases} 100 = x^2 + y^2 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

$$100 = x^2 + (2x - 5)^2$$

$$100 = x^2 + 4x^2 - 20x + 25$$

$$0 = 5x^2 - 20x - 75$$

$$0 = x^2 - 4x - 15$$

$$x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{16}{4} + \frac{60}{4}}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{\frac{76}{4}}$$

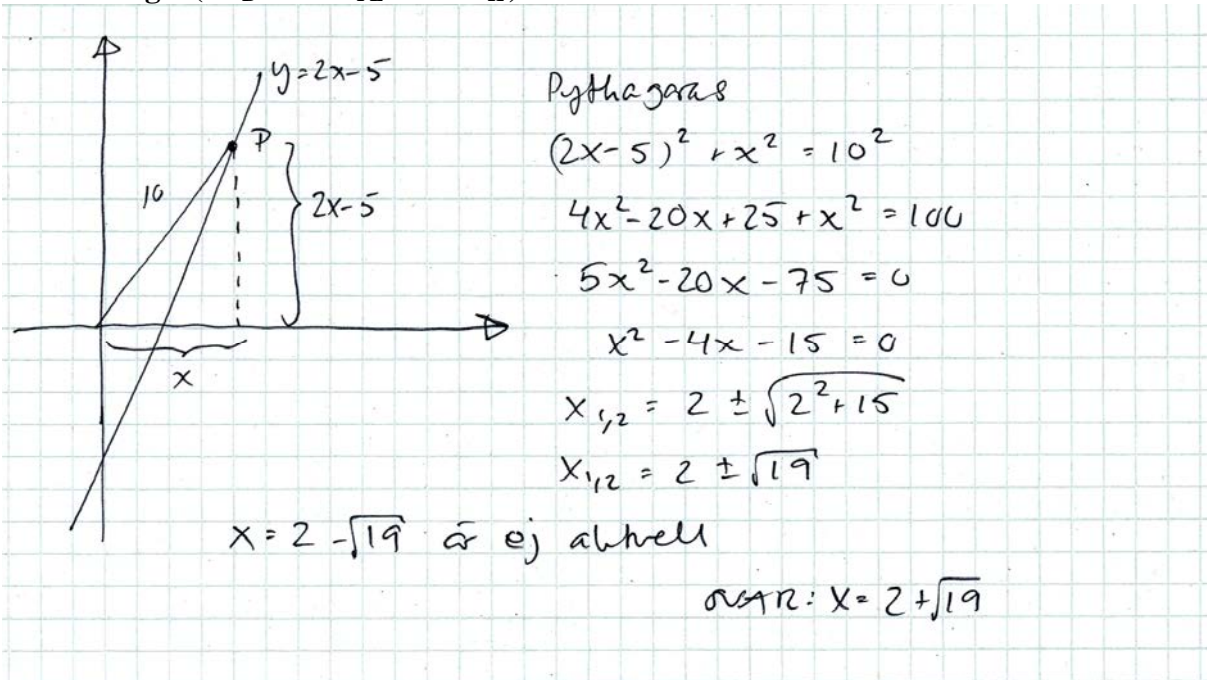
$$x = 2 \pm \sqrt{19}$$

$$x_1 = \sqrt{4} + \sqrt{19} = \sqrt{23} \quad x_2 = \sqrt{4} - \sqrt{19} = \sqrt{-15}$$

$$\text{Svar: } x\text{-koordinaten} = \sqrt{23}$$

falsk rot

Kommentar: Eleven ställer upp en korrekt ekvation för lösning av problemet och hittar ekvationens rötter men gör sedan en avslutande felaktig förenkling. Detta ger sammantaget första begreppspoängen och första problemlösningspoängen. Eleven definierar inte sina variabler, har inte någon figur till hjälp och hänvisar inte heller till använd formel/sats. Redovisningen är därför inte tillräckligt utförlig för att uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1A_B och 2A_{PL} och 1A_K)

Kommentar: Elevlösningen är fullständig och ger därmed begreppspoängen och båda problemlösningspoängen, dessutom är den välstrukturerad. Användningen av Pythagoras sats motiveras av en tydlig figur även om den rätta vinkeln inte är markerad. Symbolhanteringen är korrekt. Lösningen är lätt att följa och förstå. Lösningen uppfyller därmed kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1E_B och 1E_P och 1E_R)

Svar: Nej, de är inte parallella
 det är 11 steg i x-led och 10 steg i
 y-led mellan C och D men bara 9 steg i
 x-led och 8 steg i y-led mellan A och B.

Kommentar: Godtagbar lösning och motivering även om kopplingen till riktningskoefficienterna och vad som kännetecknar parallella linjer är indirekt och något vag. Lösningen ger därmed nätt och jämnt alla tre poängen.

Uppgift 19d

Elevlösning 1 (1C_M)

$h(t)$ modellen den har två hastigheter
den går fort i början och sänker hastigheten
modellen $g(t)$ har samma hastighet hela tiden

Kommentar: Eleven beskriver skillnaden mellan de båda modellerna genom att ge en korrekt beskrivning av rörelsen som beskrivs av funktionen g och en delvis felaktig beskrivning av rörelsen som beskrivs av funktionen h . Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå för beskrivningen av rörelsen som beskrivs av funktionen g .

Elevlösning 2 (1C_M och 1A_M)

Den ena modellen $h(t) = \frac{t^2}{90} - \frac{20t}{3} + 1000$
börjar i en hög fart mot månen och går
saktare och saktare medan den andra
modellen
 $g(t) = 1000 - \frac{10t}{3}$ håller en jämn fart
under hela landningen

Kommentar: Eleven beskriver skillnaden mellan de båda modellerna. Lösningen ger modelleringspoäng på både C- och A-nivå.

Uppgift 20b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara likhetstecken, tydlig figur med införda beteckningar och termer så som normalfördelning, standardavvikelse, medelvärde, etc.

Elevlösning 1 (1C_B och 1C_{PL})

$$2 = \frac{x - 400}{5}$$

$$10 = x - 400$$

$$410 = x$$

Svar: Det nya medelvärdet blir 410g.

Kommentar: Lösningen är möjlig att följa och förstå då det av svaret framgår att x står för medelvärdet, men då det i övrigt saknas terminologi och förklarande text uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1C_B och 1C_{PL} och 1C_K)

För ökning av medelvärdet

97,7% av burkarna innehåller minst 400g
då ska 400g ligga på 2 standardavvikelse
från medelvärdet

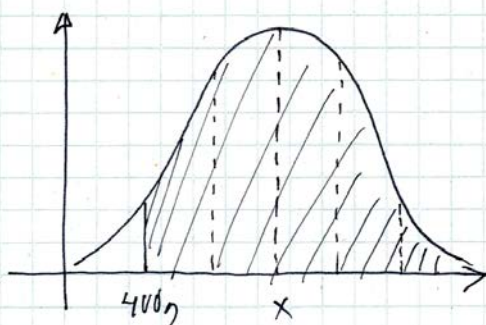
$$400g = \mu - 2\sigma$$

$$400g = \mu - 10g$$

$$\mu = 410g$$

SVAR: Medelvärdet 410g
innehåller de nya burkarna

Kommentar: Lösningen är något otydlig men är möjlig att följa och förstå då eleven använder lämpliga symboler och terminologi. Sammantaget ger lösningen nätt och jämnt kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1C_B och 1C_{PL} och 1C_K)

X = nytt medelvärde

97% av burkarna ska

väga mer än 400g

standardavvikelse 5g

minst

För att det grå området ska vara = 97% måste

400g vara på två standardavvikelse.

$$(13,6 + 34,1 + 34,1 + 13,6 + 2,3 = 97,7)$$

$$400g + 2 \cdot 5g = 410g$$

SVAR: 410g

Kommentar: Lösningen har en tydlig figur som illustrerar problemet och gör det möjligt att förstå att eleven menar att 400 g ligger två standardavvikelse från medelvärdet. Sammantaget uppfyller lösningen kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1E_R och 1C_R)

Ta talen 2, 3, 4

$$\text{Medel } \frac{2+3+4}{3} = 3 \quad \text{Median} = 3$$

Ta talen 9, 10, 11

$$\text{Medel } \frac{9+10+11}{3} = 10 \quad \text{Median} = 10$$

Dom blir samma. svar: Alice har rätt.

Kommentar: Eleven drar en korrekt slutsats utifrån två specialfall och lösningen ger därmed resonemangspoäng på E- och C-nivå.

Elevlösning 2 (1E_R och 1C_R och 1A_R)

$$\text{median } x-1, \textcircled{x}, x+1 \quad \text{median} = x$$

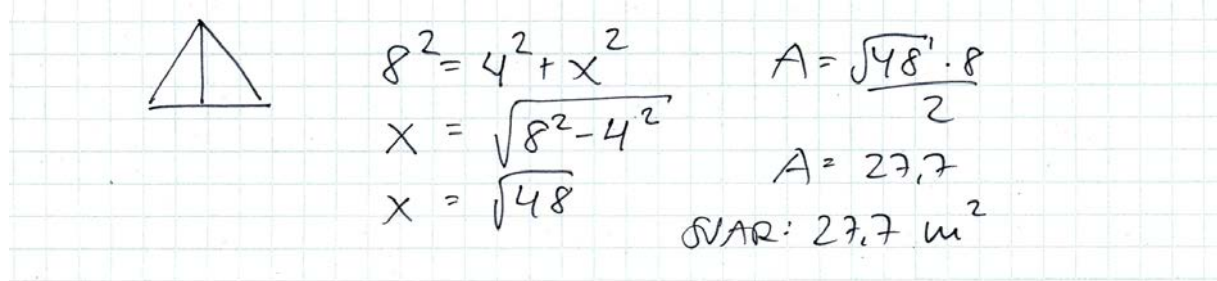
$$\text{medel } \frac{x-1+x+x+1}{3} = x$$

Svar Median och medel blir samma tal

Kommentar: Eleven använder generell metod och visar att median och medelvärde alltid får samma värde. Lösningen bedöms därför ge resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 23a

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara rottecken, likhetstecken, hänvisning till Pythagoras sats, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

Elevlösning 1 (2C_{PL})


$$8^2 = 4^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{8^2 - 4^2}$$

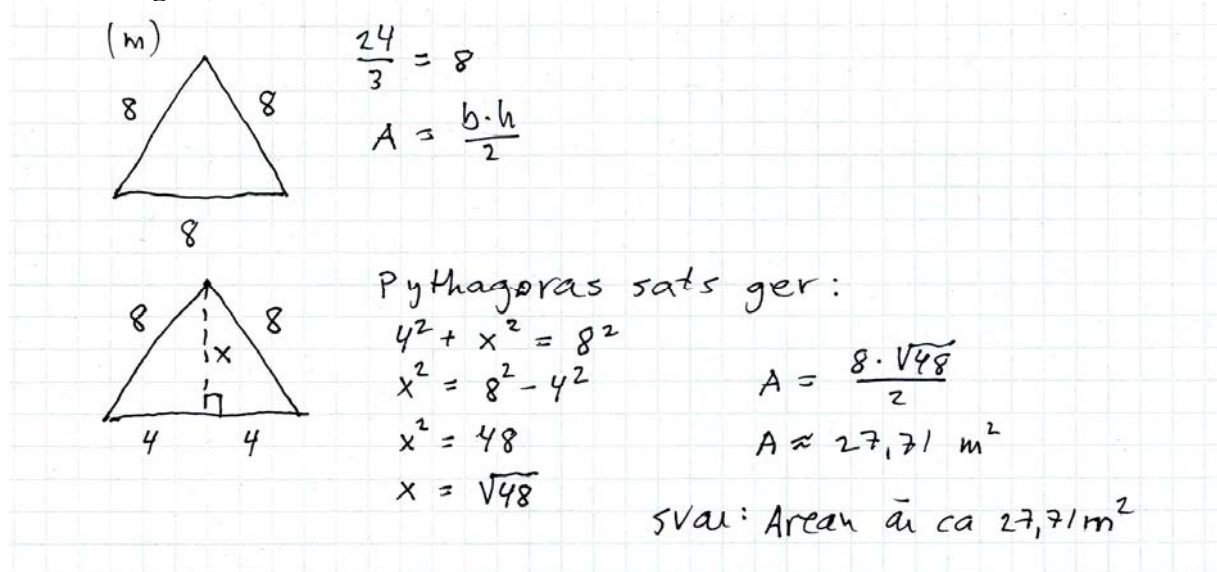
$$x = \sqrt{48}$$

$$A = \frac{\sqrt{48} \cdot 8}{2}$$

$$A = 27,7$$

SVAR: 27,7 m²

Kommentar: Elevens lösning är korrekt och ger två problemlösningspoäng. Lösningen är dock knapphändigt redovisad, t.ex. så är inte variabeln x definierad, figuren är otydlig och hänvisning till Pythagoras sats saknas. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2C_{PL} och 1C_K)


(m)

$$\frac{24}{3} = 8$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Pythagoras sats ger:

$$4^2 + x^2 = 8^2$$

$$x^2 = 8^2 - 4^2$$

$$x^2 = 48$$

$$x = \sqrt{48}$$

$$A = \frac{8 \cdot \sqrt{48}}{2}$$

$$A \approx 27,71 \text{ m}^2$$

SVAR: Arean är ca 27,71 m²

Kommentar: Lösningen uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 23b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara index, likhetstecken, rottecken, grafer, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

Elevlösning 1 (1A_M och 1A_{PL} och 1A_K)

$$\begin{cases} 4x + 4y = 28 \text{ m} \\ x^2 + y^2 = 17 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 7 - x \\ x^2 + (7 - x)^2 = 17 \end{cases}$$

$$y = 7 - x$$

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 = 17$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 17$$

$$2x^2 - 14x + 32 = 0$$

$$x^2 - 7x + 16 = 0$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 16}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{64}{4}}$$

Lösning saknas

Kommentar: Eleven löser i princip problemet men gör ingen tolkning av svaret och besvarar därför inte frågan om det är möjligt att få den efterfrågade arean. Lösningen uppfyller därmed kraven för modelleringspoängen och den första (men inte den andra) problemlösningspoängen. Redovisningen är tydlig och klar med lämpliga beteckningar, förklarande figur och korrekt algebrahantering. Därmed uppfyller lösningen kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1A_M och 2A_{PL})

Area $x \cdot x + \left(\frac{24-x-x-x-x}{4}\right)^2$
 Area $x^2 + \left(\frac{24-4x}{4}\right)^2$
 $x^2 + \frac{576 - 192x + 16x^2}{16}$
 $x^2 + 36 - 12x + x^2$
 $x^2 + 36 - 12x + x^2 = 17$
 $2x^2 - 12x + 19 = 0$
 $x^2 - 6x + 9.5 = 0$
 $x = 3 \pm \sqrt{3^2 - 9.5}$ Gör ej. svar = Nej

Kommentar: Elevens lösning uppfyller kraven för modelleringspoängen och båda problemlösningspoängen även om kopplingen mellan det faktum att det inte finns några lösningar till andragradsekvationen och slutsatsen är något otydlig. Redovisningen är knapphändig, t.ex. så är införda variabler inte tydligt definierade och figuren saknar beteckningar. Därmed uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1A_M och 2A_{PL} och 1A_K)

$\frac{24-x}{4}$ $\frac{x}{4}$
 $24-x = \text{en del (lång)}$
 $x = \text{den andra delen (kort)}$
 $\left(6 - \frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 17$
 $36 - \frac{12x}{4} + \frac{x^2}{16} + \frac{x^2}{16} = 17$
 $36 - 3x + \frac{x^2}{8} = 17$
 $\frac{x^2}{8} - 3x + 19 = 0 \rightarrow x^2 - 24x + 152 = 0$
 $x = 12 \pm \sqrt{12^2 - 152}$
 $x = 12 \pm \sqrt{-8}$ svar: Nej det är inte möjligt då $\sqrt{-8}$ inte är ett reellt tal $\rightarrow 12 \pm \sqrt{-8}$ är ett komplext tal

Kommentar: Elevens lösning uppfyller kraven för modelleringspoängen och båda problemlösningspoängen även om kopplingen mellan det faktum att det inte finns några lösningar till andragradsekvationen och slutsatsen är något otydlig. Redovisningen är lätt att följa och förstå, införda variabler är tydligt definierade via en förklarande figur och algebrahanteringen är korrekt. Därmed uppfyller lösningen kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhällsligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
- T9** Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
- T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T11** Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
- T12** Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

- G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
- G4** Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
- F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

- S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
- S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
- S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del I	1a												
	1b												
	2												
	3a												
	3b												
	3c												
	4												
	5												
	6												
	7a												
7b													
8a													
8b_1													
8b_2													
8c													
9a													
9b													
10a													
10b													
Del II	11_1												
	11_2												
	12a_1												
	12a_2												
	12b_1												
	12b_2												
	12b_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	13b_3												
	13b_4												
	14_1												
	14_2												
15_1													
15_2													
15_3													
15_4													

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del III	16_1												
	16_2												
	17_1												
	17_2												
	17_3												
	18_1												
	18_2												
	19a												
	19b_1												
	19b_2												
	19c												
	19d_1												
	19d_2												
	20a_1												
	20a_2												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21_1												
	21_2												
21_3													
22a													
22b_1													
22b_2													
23a_1													
23a_2													
23a_3													
23b_1													
23b_2													
23b_3													
23b_4													
Muntlig del	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Total													
Σ													