Part B	Problems 1–11 which only require answers.
Part C	Problems 12–17 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D).
Together they give a total of 55 points consisting of 23 E-, 20 C- and 12 A-points.

Level requirements for test grades
E: 15 points
D: 23 points of which 6 points on at least C-level
C: 30 points of which 11 points on at least C-level
B: 38 points of which 4 points on A-level
A: 44 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital tools are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. A straight line with the equation $y = -2x + 6$ is drawn in a coordinate system.

a) What value does y have where the line intersects the y-axis?

_______________________ (1/0/0)

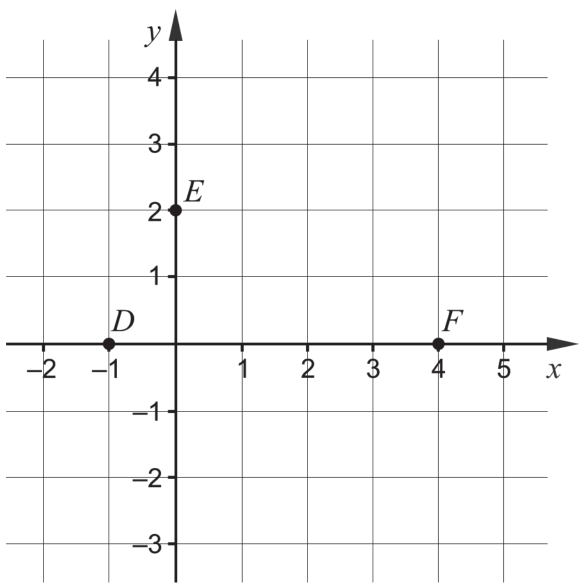
b) What value does x have where the line intersects the x-axis?

_______________________ (1/0/0)

c) Give an example of a line that is parallel to the line $y = -2x + 6$

_______________________ (1/0/0)

2. The graph of the quadratic function f, where $y = f(x)$, passes through the points $D(-1, 0)$, $E(0, 2)$ and $F(4, 0)$.



a) The function f can be written in the form $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Determine the constant c.

_______________________ (1/0/0)

b) The graph of the function f has a maximum point.
Determine the x-coordinate of the maximum point.

_______________________ (1/0/0)

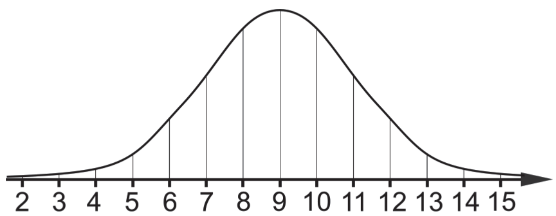
3. Simplify the expressions as far as possible.

a) $(x+5)^2 - 10x$ ______________________ (1/0/0)

b) $(x+3)(x-3)+9$ ______________________ (1/0/0)

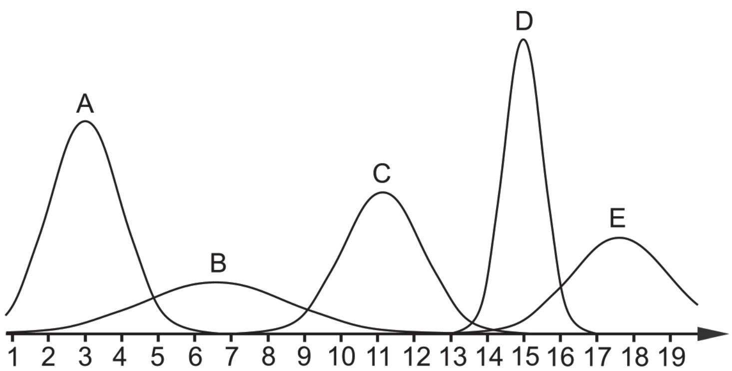
c) $x^5 \cdot x^4$ ______________________ (1/0/0)

4. a) The figure shows a curve representing a normal distribution.



What is the mean of the normal distribution? ______________________ (1/0/0)

b) The figure shows five curves A–E representing normal distributions.



Which one of the curves A–E represents the normal distribution with the smallest standard deviation?

______________________ (0/1/0)

5. a) In a coordinate system there is a point $Q(1, 0)$. Give an example of coordinates of the point P if the distance between P and Q is 5 length units.

______________________ (1/0/0)

b) The point $M(1, \frac{3}{4})$ is the midpoint between the points $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ and B.

Determine the coordinates of the point B. ______________________ (0/1/0)

6. Solve the equations and give exact answers.

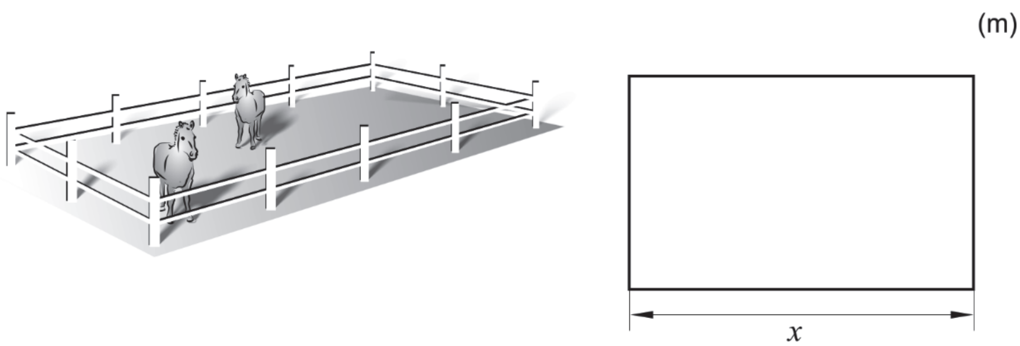
a) $x^5 = 21$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{x^3 \cdot x^5}{x^{-3}} = 2$ ______________________ (0/1/0)

c) $(2x+6)^{\frac{1}{2}} = 2$ ______________________ (0/1/0)

d) $(5987-x)^2 - 2(5987-x) = 0$ ______________________ (0/0/1)

7. Bosse is building a rectangular paddock for his two horses, using 120 metres of fencing. The length of one side of the paddock is denoted by x. See figure.



Write down the area A of the paddock as a function of x.

______________________ (0/1/0)

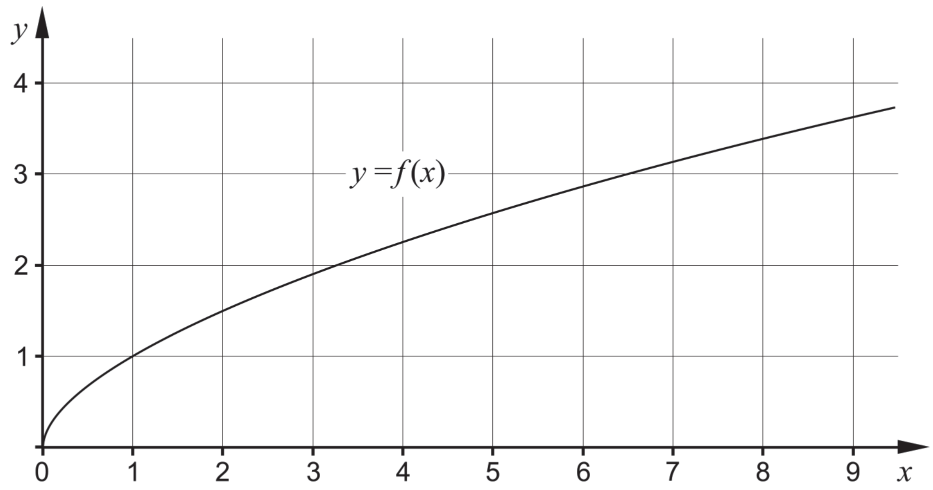
8. There are many quadratic functions whose graph has symmetry line $x = 3$

Give an example of such a function. ______________________ (0/1/0)

9. The graph of a quadratic function passes through the points $(-4, 6)$ and $(7, 6)$ and the function only has one zero.

Write down the zero of the function. ______________________ (0/0/1)

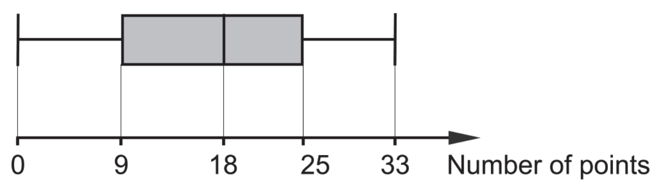
10. The figure shows the graph of a function f.



Solve the equation $\dfrac{f(a-3)}{2} = 1.5$ using the graph.

$a =$ ______________________ (0/0/1)

11. On a maths test, the possible scores were 0 to 35 points. The results of the students were presented in a box plot. See figure.



Those students who were absent from the test took the same test the week after. The median of the results of those students was 20 points. The student who did best on the later test got 34 points.
All the results from both tests are presented in a new box plot.

One or more of the claims A–D are true. Which one or which ones?

There is enough information to confidently draw the conclusion that

A. the smallest value is unchanged in the new box plot

B. the largest value has changed in the new box plot.

C. the median has changed in the new box plot.

D. the share of students who scored 9 points or more on the test has changed in the new box plot.

______________________ (0/0/1)

Part C: Digital tools are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

12. Solve the quadratic equation $x^2 + 8x + 12 = 0$ algebraically. (2/0/0)

13. Emma and Sanna want to solve the system of equations $\begin{cases} x - y = 3.5 \\ 2x + y = 5.5 \end{cases}$

a) There are many ways of solving a system of equations. Emma starts by solving for y in both equations and gets:

$$\begin{cases} y = x + 3.5 \\ y = -2x + 5.5 \end{cases}$$

Has Emma correctly solved for y in the two equations?
Justify your answer. (1/0/0)

b) Sanna claims that $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1.5 \end{cases}$ is a solution to the system of equations

$$\begin{cases} x - y = 3.5 \\ 2x + y = 5.5 \end{cases}$$

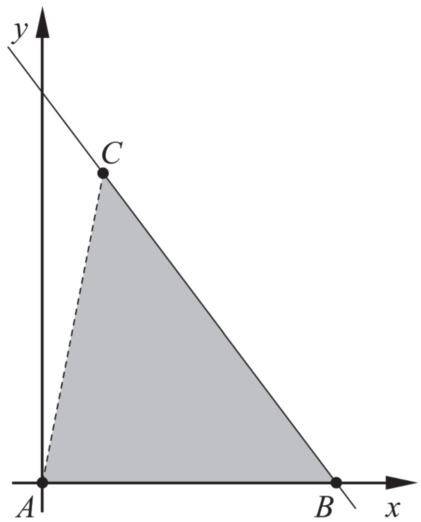
Is Sanna right? Justify your answer. (1/0/0)

14. Solve the system of equations $\begin{cases} 0.2x - 0.5y = 1.2 \\ x + y + 3.5 = 6 \end{cases}$ algebraically. (0/2/0)

15. Fiona is investigating two numbers whose difference is 1. She claims that the difference between the square of the larger number and the square of the smaller number is the same as the sum of the numbers.

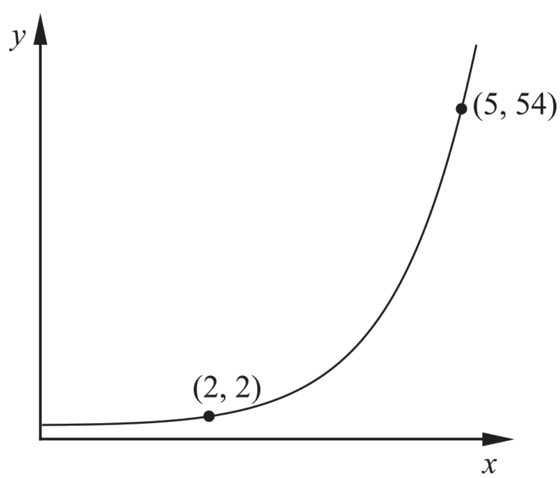
Show that Fiona's claim is always correct for two numbers whose difference is 1. (0/2/0)

16. The triangle ABC has vertex A in the origin, vertex B on the positive x-axis and vertex C in the first quadrant. The vertices B and C lie on the straight line $y = -1.5x + 12$. See figure.



Determine the coordinates of point C if the area of the triangle ABC is 36 area units. (0/3/0)

17. The figure shows the graph of an exponential function.



Determine the y-coordinate of the point of intersection between the graph of the function and the y-axis. Simplify your answer as far as possible and give an exact answer. (0/0/2)

Part D	Problems 18–28 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital tools, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D).
Together they give a total of 55 points consisting of 23 E-, 20 C- and 12 A-points.

Level requirements for test grades
E: 15 points
D: 23 points of which 6 points on at least C-level
C: 30 points of which 11 points on at least C-level
B: 38 points of which 4 points on A-level
A: 44 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital tools.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital tools are allowed. Several of the tasks require that you use digital tools to solve them. For the other tasks, it can be an advantage to use digital tools when solving the task. Write down your solutions on separate sheets of paper.

18. A straight line with equation $y = kx + m$ passes through the points (21, 45) and (74, 157).

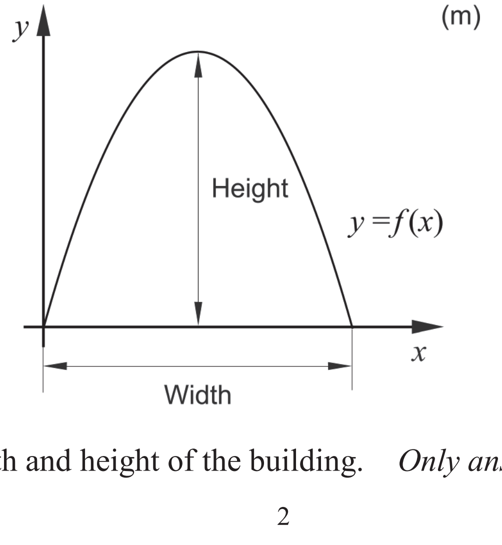
Determine k. Give your answer to at least one decimal place. (1/0/0)

19. Solve the equation $7^{\frac{x}{5}} = 1.3$ and give your answer to at least two decimal places. *Only answer is required* (1/0/0)

20. A quadratic function f is given by $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$
Give an example of a point that lies on the graph of f.
Only answer is required (1/0/0)

21. The picture shows the Municipal Asphalt Plant in New York.

The outer edge of the front of the building can be described by the graph of the quadratic function f. The function f is given by $f(x) = -0.14x^2 + 3.92x$ where x and $f(x)$ are measured in metres and the x-axis is placed at ground level along the front of the building. See figure.



Determine the width and height of the building. *Only answer is required* (2/0/0)

22. In the early 19th century, Sir Francis Beaufort created a scale to measure wind force at sea. The wind force is given by the Beaufort number B, which is an integer value.

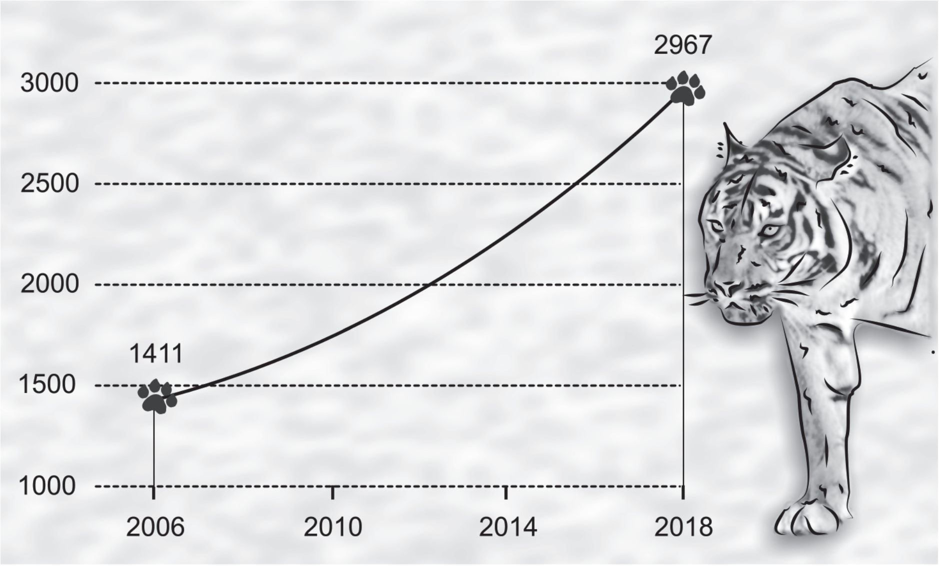
In January of 2019, the storm Alfrida hit large parts of Sweden. The top wind speed recorded was 35.2 m/s.

The connection between the wind speed v measured in m/s and the Beaufort number B is given by the formula

$$v = 0.8365 \cdot B^{1.5}$$

Calculate the Beaufort number B for the wind speed 35.2 m/s and round your answer to an integer. (2/0/0)

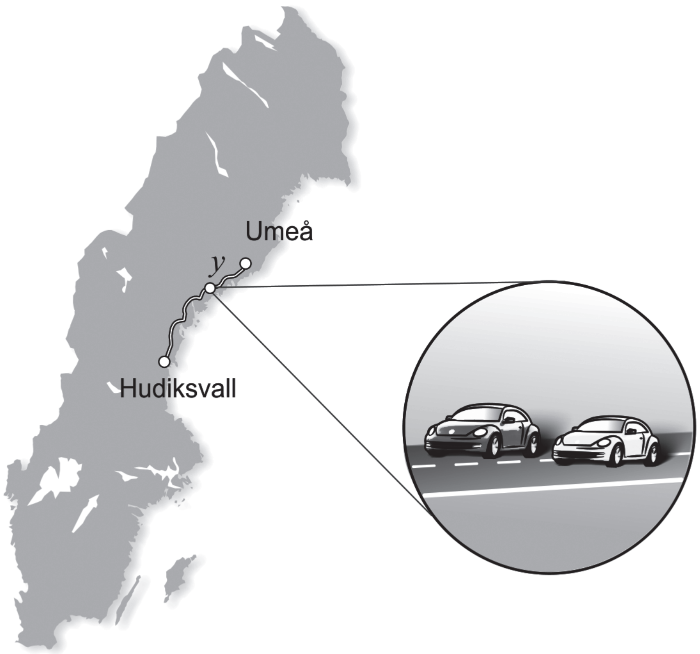
23. In the year 2018, the newspaper Times of India printed a story on the number of tigers in India having more than doubled since 2006.



The newspaper claimed that there were 1411 tigers in India in 2006 and that there were 2967 tigers in 2018. Assume that the number of tigers was counted at the beginning of 2006 and at the beginning of 2018. Also assume that the annual rate of change in percent was constant during the time period, and that the rate of change will be the same after 2018 as well.

Determine in what year the number of tigers is expected to be 5000. (0/3/0)

24. Edith and Adrian drive the same route from Umeå to Hudiksvall. Adrian starts first and Edith starts when Adrian has already travelled 13 km. After a while, Edith passes Adrian. Adrian's average speed is 72 km/h until Edith passes him, and Edith's average speed is 81 km/h until she passes Adrian.



The partial system of equations can be used to find out how far Edith has travelled when she passes Adrian.

$$\begin{cases} y = 81x \\ \ldots \end{cases}$$

where y km is the distance Edith has travelled until she passes Adrian. See figure.

a) Interpret what x means in this context. (1/0/0)

When Edith passes Adrian, they have travelled a third of the distance between Umeå and Hudiksvall.

b) Calculate the distance between Umeå and Hudiksvall. (0/0/2)

25. The hourly wages of four people satisfy the following:

Mean: 210 SEK/h
Median: 200 SEK/h
Range: 80 SEK/h

Investigate the possible hourly wages for the person with the highest hourly wage. (0/2/0)

26. The function *f* is given by $f(x) = x^2 - 6x + 4$
Solve the equation $f(x+3) = -2$ and give your answer to at least two decimal places. (0/2/0)

27. A straight line passes through the points *P*, *Q* and *R*.

The coordinates of the three points satisfy the following:

- $P(6, 11)$
- $Q(x < 6,\ y \geq 11)$
- $R(x > 6,\ y \leq 11)$

Investigate what values the slope of the line can have. (0/0/2)

28. The function *f* is given by $f(x) = \dfrac{x^2}{a}$ where *a* is a constant and $a > 0$
A line segment *S* is drawn from the point on the graph of the function where the *x*-coordinate is *a* to the point on the graph of the function where the *x*-coordinate is $2a$.

Determine the length of the line segment *S* in terms of *a*. (0/0/2)

Innehållsförteckning

Inledning.. 4

Läsanvisning...4

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a 5

Uppgifter av kortsvarstyp 5

Uppgifter av långsvarstyp 5

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga 6

Digitala prov ska avidentifieras 7

Sammanställning av elevresultat 7

Sammanställning till ett provbetyg 7

2. Bedömningsanvisningar 8

Läsanvisning...8

Instruktioner för bedömning av delprov B..8

Instruktioner för bedömning av delprov C..10

Instruktioner för bedömning av delprov D 11

3. Exempel på bedömda elevlösningar... 14

Uppgift 12 14

Uppgift 13b 14

Uppgift 15 15

Uppgift 16 16

Uppgift 22 19

Uppgift 23 20

Uppgift 25 22

Uppgift 26 24

Uppgift 27 24

Uppgift 28 27

4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg.................. 28

Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2a 28

Resultatet på provet ska särskilt beaktas vid betygssättningen.................28

5. Instruktioner för inrapportering av provresultat.......................... 29

6. Kopieringsunderlag och webbmaterial.. 31

Webbmaterial..31

Formulär för sammanställning av elevresultat 32

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av …	+1 E_P
Godtagbar verifiering av …	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. … 1 E_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, \sqrt[n]{\ }, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%, \{, \bar{x}, \sigma, \mathrm{S}x, \mu$, VL, HL, symbol för rät vinkel
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, variabel, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, parallell, vinkelrät, andragradsfunktion, parabel, nollställe, extrempunkt, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponent, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, potensfunktion, uttryck, ekvation, rätvinklig, liksidig, likbent, normalfördelning, lådagram, median, medelvärde, typvärde, kvartil, percentil, standardavvikelse, variationsbredd, kvartilavstånd.
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, abc-formeln, kvadratkomplettering, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (6) +1 E_B

b) Korrekt svar (3) +1 E_{PL}

c) Korrekt svar (t.ex. $y = -2x$) +1 E_B

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (2) +1 E_B

b) Korrekt svar (1,5) +1 E_B

3. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ($x^2 + 25$) +1 E_P

b) Korrekt svar (x^2) +1 E_P

c) Korrekt svar (x^9) +1 E_P

4. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) +1 E_B

b) Korrekt svar (D) +1 C_B

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (t.ex. $(6,\ 0)$) +1 E_{PL}

Kommentar: Andra vanliga korrekta svar är $(-4,\ 0)$, $(1,\ 5)$, $(4,\ 4)$ och $(-2,\ 4)$.

b) Korrekt svar $(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$ +1 C_{PL}

Kommentar: Korrekt svar i decimalform eller korrekt svar som inte är förkortat, t.ex. $(\frac{6}{4}, \frac{5}{4})$, ges poäng.

6. **Max 1/2/1**

a) Korrekt svar ($x = 21^{\frac{1}{5}}$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 2^{\frac{1}{11}}$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($x = -1$) +1 C_P

d) Korrekt svar ($x_1 = 5987,\ x_2 = 5985$) +1 A_P

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($A = x \cdot \frac{120 - 2x}{2}$) +1 C_M

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $y = (x-2)(x-4)$) +1 C_B

Kommentar: Svar som uppfyller $\frac{b}{a} = -6$ där $y = ax^2 + bx + c$ är korrekta.

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($x = 1{,}5$) +1 A_B

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($a = 9{,}5$) +1 A_B

Kommentar: Svar inom intervallet $9{,}4 \le a \le 9{,}6$ ges poäng.

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (A och B) +1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -2, x_2 = -6$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart resonemang som inkluderar slutsatsen att Emma har gjort fel (t.ex. ”Nej, det borde stå $-3{,}5$ i den första ekvationen.”) +1 E_R

b) Godtagbart resonemang som visar att $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1{,}5 \end{cases}$ inte är en lösning och som inkluderar slutsatsen att Sanna har fel +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, kommer fram till en korrekt ekvation i en variabel utifrån ekvationssystemet +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3{,}5;\ y = -1$) +1 C_P

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där ena ledet av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel och en förenkling påbörjas för att visa att VL=HL
eller
där båda delarna av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel
eller
där hela sambandet ställs upp i två variabler och skrivs om korrekt med konjugatregeln +1 C_R

med slutfört resonemang där det visas att Fionas påstående stämmer +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

16. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, beräknar längden på triangelns bas till 8
eller
ställer upp en ekvation för arean där höjden uttrycks som t.ex. $-1,5a+12$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($(2,\ 9)$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

17. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex. $\begin{cases} 2 = C \cdot a^2 \\ 54 = C \cdot a^5 \end{cases}$
och
eliminerar en variabel på ett korrekt sätt i den fortsatta lösningen +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar som är förenklat ($\frac{2}{9}$) +1 A_P

Instruktioner för bedömning av delprov D

18. **Max 1/0/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (2,1) +1 E_P

19. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x = 0,67$) +1 E_P

20.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t.ex. $(0,\ 7)$)	+1 E_{PL}
21.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden	+1 E_M
	med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m)	+1 E_M
22.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, visar insikt i att det är ekvationen $35,2 = 0,8365 \cdot B^{1,5}$ som ska lösas	+1 E_M
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12)	+1 E_M
	Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”	
23.		**Max 0/3/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma förändringsfaktorn, $2967 = 1411 \cdot a^{12}$	+1 C_M
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026)	+1 C_M
	Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”	+1 C_K
	Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”	
24.		**Max 1/0/2**
a)	Godtagbart svar (t.ex. ”tiden”)	+1 E_M
b)	Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer x, $x = 1,44$	+1 A_M
	med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km)	+1 A_M

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h
eller
ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex. $\frac{x+400+x+80}{4}=210$
eller
påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt +1 C_B

med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h) +1 C_R

Kommentar: Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $(x+3)^2-6(x+3)+4=-2$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x_1=-1,73$, $x_2=1,73$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

27. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal är möjliga värden på riktningskoefficienten
eller
varför noll är ett möjligt värde på riktningskoefficienten +1 A_R

med slutfört resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal och noll är möjliga värden på riktningskoefficienten +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, bestämmer y-koordinaterna för båda punkterna +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a\sqrt{10}$ l.e.) +1 A_{PL}

Kommentar: Även svaren $3,16a$, $a\sqrt{10}$ och $\sqrt{10a^2}$ ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)

$x^2 + 8x + 12 = 0$

$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12}$

$x = 4 \pm \sqrt{4}$

$x_1 = 6$

$x_2 = 2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen görs ett teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 13b

Elevlösningsexempel 13b.1 (0 poäng)

$x - y = 3{,}5 \qquad y = x - 3{,}5$

$2x + x - 3{,}5 = 5{,}5 \qquad 3x = 2 \qquad x = \frac{2}{3}$

$y = 3 - \frac{2}{3} \qquad y = 2\frac{1}{3}$

Svar: Nej

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen dras korrekt slutsats men utifrån en felaktig lösning av ekvationssystemet. Detta anses inte godtagbart och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 13b.2 (1 E_R)

b) Fel,

$2 \cdot 5 + 1{,}5 \neq 5{,}5$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen motiveras att Sanna har fel genom insättning av lösningen i den andra ekvationen. Trots att lösningen är knapphändig anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (1 C_R)

$x - (x-1) = 1$

$x^2 - (x-1)^2 = x + (x-1)$

tex

$8^2 - 7^2 = 15$ $\quad 3^2 - 2^2 = 5$ $\quad 6^2 - 5^2 = 11$

$8 + (8-1) = 15$ $\quad 3 + (3-1) = 5$ $\quad 6 + (6-1) = 11$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs ett korrekt samband upp i en variabel på andra raden vilket motsvarar en godtagbar ansats. De uträknade exemplen visar inte att sambandet gäller generellt och tillför därmed inget till resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 15.2 (1 C_R)

tal 1 $= x$
tal 2 $= y$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ (x+y)(x-y) = x + y & (2) \end{cases}$$

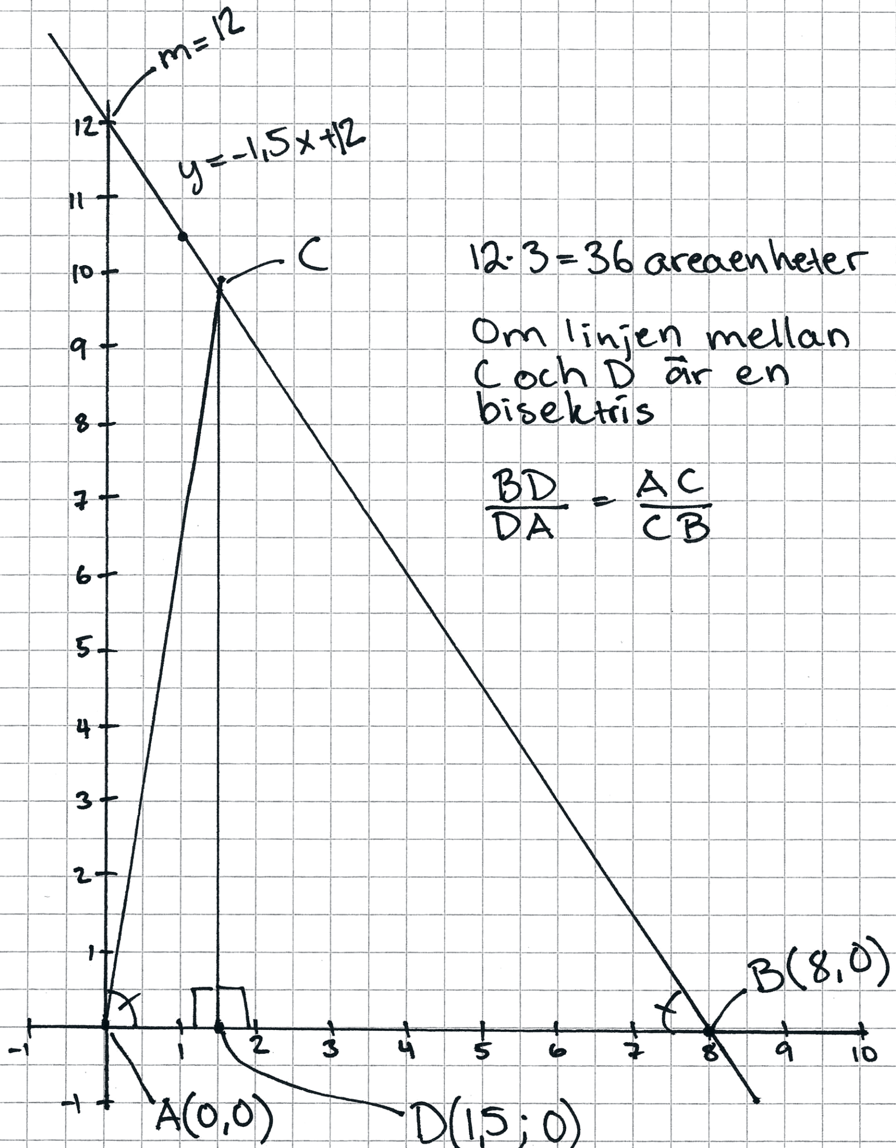
(2) $\dfrac{\cancel{(x+y)}(x-y)}{\cancel{(x+y)}} = \dfrac{\cancel{x+y}}{\cancel{x+y}}$

$x - y = 1$ vsv

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs hela sambandet upp korrekt i två variabler och skrivs om med konjugatregeln vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen visas att om $x^2 - y^2 = x + y$ så är skillnaden mellan talen 1 vilket är det omvända mot vad som skulle visas. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)



$12 \cdot 3 = 36$ areaenheter

Om linjen mellan C och D är en bisektris

$$\frac{BD}{DA} = \frac{AC}{CB}$$

Förvirrade nog till det här. Men jag tror att punkten C har koordinaterna (1,5;10)

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms koordinaterna för punkten *B* ur en tydlig figur. Eftersom ingen insikt visas att *x*-koordinaten ger triangelns bas anses inte kraven för en godtagbar ansats vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 CPL och 1 CK)

$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $\quad$ $b = B$:s x-koordinat

$\qquad\qquad\quad$ $h = C$:s y-koordinat

$y_B = -1{,}5x_B + 12 = 0$ $\qquad$ $A = 36 = \frac{8h}{2}$

$1{,}5x_B = 12$ $\qquad$ $72 = 8h$

$x_B = 8$ $\qquad$ $9 = h = y_C$

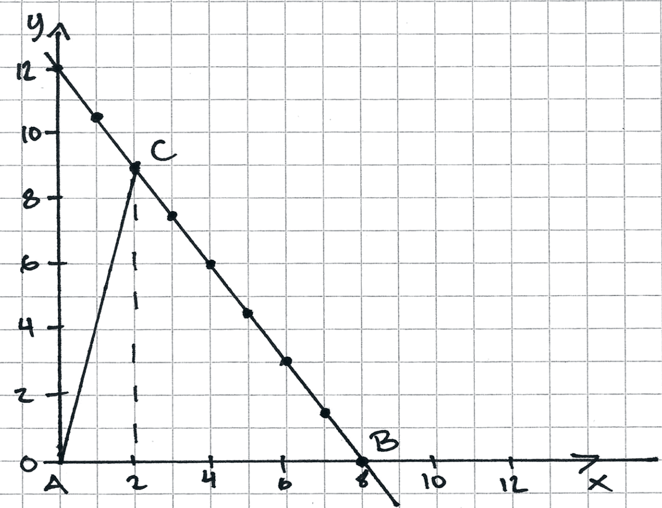
$y_C = -1{,}5x_C + 12 = 9$

$1{,}5x_C = 3$ $\qquad$ Svar: $C = (2, 9)$

$x_C = 2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och införda beteckningar tydliga om även något ovanliga. Trots att lösningen är något kortfattad samt att det finns flera likhetstecken på samma rad i ekvationsuppställningarna anses kraven för kommunikationspoäng nätt och jämnt vara uppfyllda. Lösningen ges två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 C_{PL} och 1 C_K)



Först plottar jag ut punkter på linjen $y=-1,5x+12$. Då kan jag se att det är 8 längdenheter mellan punkt A och B.

$$\text{Arean}_{\Delta ABC} = \frac{\text{Basen} \cdot \text{höjden}}{2} = 36 \text{ a.e.}$$

Basen = 8 l.e.
höjden = avstånd mellan x-axeln och C (lodrät)

$$(\cdot 2) \quad 36 \text{ a.e.} = \frac{8 \text{ l.e.} \cdot \text{höjden}}{2} \quad (\cdot 2)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(/8 \text{ l.e.}) \quad 72 \text{ a.e.} = 8 \text{ l.e.} \cdot \text{höjden} \quad (/8 \text{ l.e.})$$

$$\Leftrightarrow$$

$$9 \text{ l.e.} = \text{höjden}$$

Avstånd från x-axeln lodrätt till C = 9 l.e.
Sätter ut C i mitt diagram ovan

C hamnar då på punkten (2,9) som jag kan avläsa i diagrammet.

Svar: (2,9)

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen genomförs en godtagbar grafisk lösning. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå med en tydlig bild och tydliga motiveringar. Lösningen ges två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 E$_M$)

Skriver in $y = 35,2$ & $y = 0,8365x^{1,5}$
och söker skärningspunkten.
Svar: $B = 35$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påbörjas en godtagbar grafisk lösning av problemet där insikt visas i vilken ekvation som ska lösas. Detta motsvarar kraven för den första modelleringspoängen. Eftersom ett felaktigt värde anges på *B* anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 C_M och 1 C_K)

$y = C \cdot a^x$

$2967 = 1411a^{12}$

$2{,}1028 = a^{12}$

$2{,}1028^{1/12} = a$

$a = 1{,}06$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}06^x$

$x = 10 \quad 2967 \cdot 1{,}06^{10} = 5313$

$x = 8 \quad 2967 \cdot 1{,}06^{8} = 4729$

$x = 9 \quad 2967 \cdot 1{,}06^{9} = 5013$

$2018 + 9 = 2027$

Svar: År 2027

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs en korrekt ekvation upp för att bestämma förändringsfaktorn vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen genomförs en godtagbar systematisk prövning men eftersom det används för få värdesiffror på förändringsfaktorn anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom den allmänna exponentialekvationen är uppställd anses variablerna någorlunda definierade. Trots att likhetstecknet används vid avrundade svar på flera ställen anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges en modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 C_M och 1 C_K)

2006 : 1411 tigrar   2018 : 2967 tigrar
(0)   (12)

$y = Cx^a$

$2967 = 1411\,x^{12}$

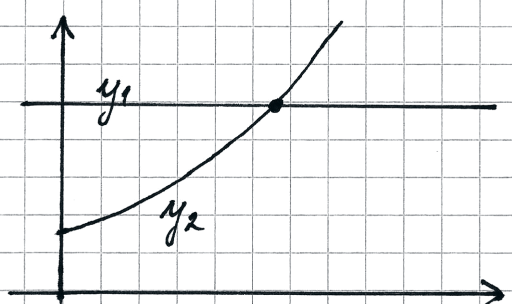
$x^{12} = \frac{2967}{1411}$

$x = \left(\frac{2967}{1411}\right)^{1/12} \approx 1{,}0639$ (förändringsfaktor)

$y = Ca^x$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$

ritar med räknaren :



$y_1 = 5000$

$y_2 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$

räknaren ger skärningspunkten

$x \approx 8{,}425$

$y = 5000$

$2006 + 12 + 8{,}425 = 2026{,}42$

Det vill säga år 2026 blir det 5000 st.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom de allmänna potens- och exponentialekvationerna är uppställda anses variablerna någorlunda definierade. Trots att *x* används som både förändringsfaktor och tidsvariabel anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)

Medelvärde = 210
Median = 200
Variationsbredd = 80

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} = 210 \qquad x_1+\overset{200}{x_2+x_3}+x_4$$

$$x_4 = x_1+80$$

$x_1 = 210 - 40$
-10
-10

$x_2 = 210$
-30

$x_3 = 210$
$+10$
$+20$

$x_4 = 210$
$+40$

$x_1 = 170 \quad x_2 = 180 \quad x_3 = 240 \quad x_4 = 250$

Svar: Den med högst timlön har 250 kr/h

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tolkas alla tre villkoren korrekt men villkoret för medianen används sedan inte i prövningen. Därmed anses inte kraven för ansatspoäng vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 25.2 (1 C_B)

- 4p
- $\frac{x}{4} = 210$
- $\frac{2x}{2} = 200$ x 200 200 x
- Största − minsta = 80 kr skillnad
- $\frac{180 + 200 + 200 + 260}{4} = 210$
- 260 − 180 = 80 kr
- $\frac{200+200}{2} = 200$

högsta

Svar: 180 200 200 260 kr/h

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påbörjas en prövning där alla tre villkor tolkas korrekt. Trots att *x* representerar såväl totalsumman som lägsta och högsta timlönen anses kraven för ansatspoäng vara uppfyllda. Eftersom det inte redovisas att svaret 260 kr/h är den enda möjliga lösningen anses resonemanget inte vara slutfört. Lösningen ges en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (1 CP)

$f(x) = x^2 - 6x + 4$

$f(x+3) = (x+3)^2 - 6(x+3) + 4 =$

$= x^2 + 9 - 6x - 18 + 4 =$

$= x^2 - 6x - 5$

$x^2 - 6x - 5 = -2$

$x^2 - 6x - 3 = 0$

$x = 3 \pm \sqrt{9+3}$

$x_1 = 6{,}46$

$x_2 = -0{,}46$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tolkas $f(x+3)$ korrekt. Trots att förenklingen sedan är felaktig anses denna tolkning motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösningsexempel 27.1 (1 AR)

P $(6, 11)$

Q $(x < 6, y \geq 11)$ — x = mindre än 6
y = lika med eller större än 11.

R $(x > 6, y \leq 11)$ — x = större än 6
y = lika med eller mindre än 11.

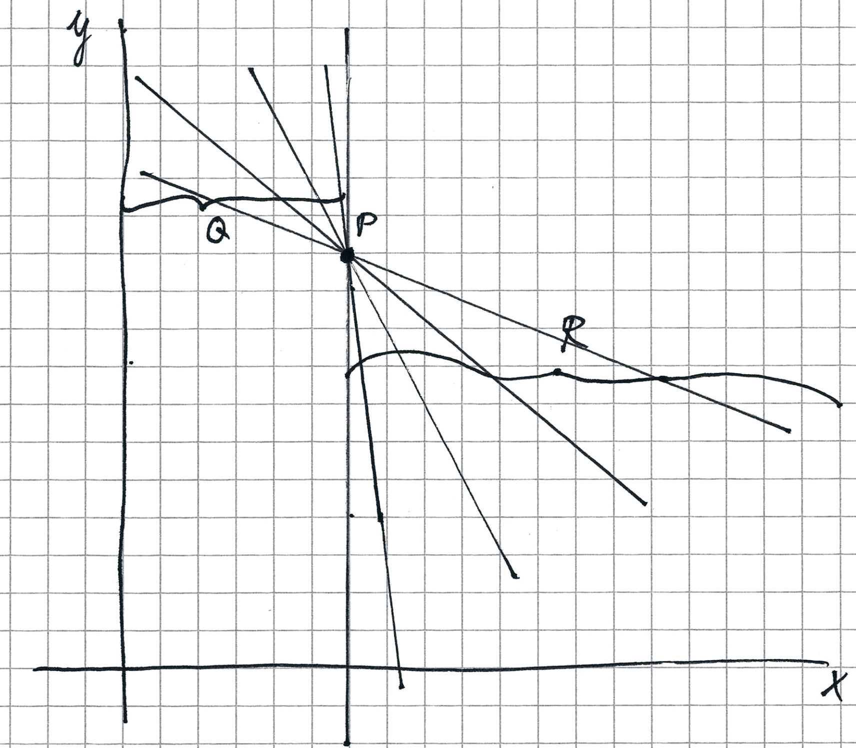
ex på möjliga koordinater: ex på möjlig k-värde: 0

Q = $(5, 11)$

R = $(7, 11)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ges ett exempel utifrån ett specialfall. Detta anses vara en godtagbar utredning av riktningskoefficienten noll och därmed ges lösningen en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.2 (1 AR)



T.ex. riktningskoefficienten −1.
Riktningskoefficienten måste vara negativ. Alla negativa värden går.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anses den tydliga bilden utgöra en tillräcklig motivering till att riktningskoefficienten kan anta alla negativa värden vilket motsvarar en godtagbar ansats. Lösningen ges en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.3 (2 AR)

Då y-koordinatens värde blir
högre ju lägre värde på
x-axeln och y-koordinatens värde
blir lägre desto högre värde
på x-axeln så har linjens
riktning koefficient ett negatiof
värde.
men eftersom y- koordinatens
värde kan förbli detsamma
oavsett ifall x- koordinaten
blir högre eller lägre
så kan riktningkoefficientens
värde även vara 0.
$k \leq 0$

Svar: k är mindre eller
lika mycket som
noll $k \leq 0$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen utreds fallet då riktningskoefficienten är noll på ett godtagbart sätt. I utredningen av fallet då riktningskoefficienten är negativ är förklaringen något otydlig men trots denna brist anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen. Lösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 Apl)

$$f(x) = \frac{x^2}{a}$$

Punkt 1: $f(a) = \frac{a^2}{a}$ $\quad f(a) = a$

Punkt 2: $f(2a) = \frac{(2a)^2}{a}$

$$f(2a) = \frac{4a^2}{a}$$

$$f(2a) = 4a$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms funktionsvärdena för de två givna *x*-koordinaterna. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.