

<b>Part B</b>	Problems 1-8 which only require answers.
<b>Part C</b>	Problems 9-14 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes for Part B and Part C together.
<b>Resources</b>	Formula sheet and ruler.

### Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 55 points consisting of 22 E-, 19 C- and 14 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 37 points of which 4 points on A-level

A: 44 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

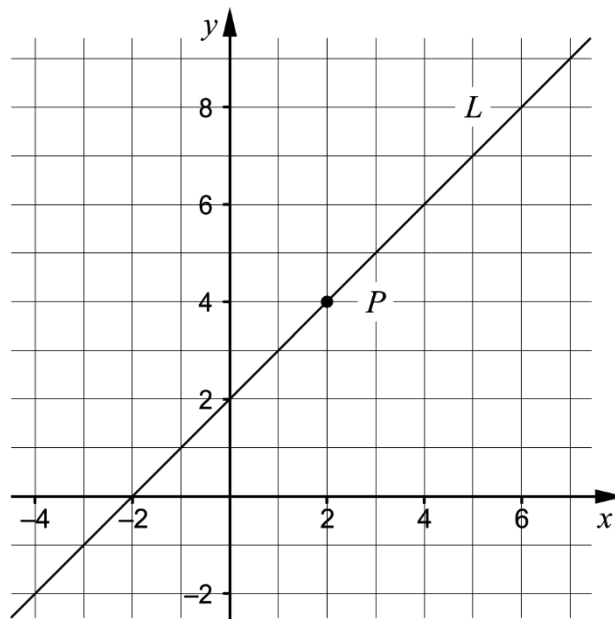
Educational programme: \_\_\_\_\_

**Part B:** Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. Write down the expression that is missing in the brackets in order for the equivalence to be true.

$$(\quad) \cdot (x - 5) = x^2 - 25 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (1/0/0)$$

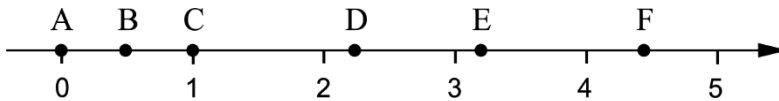
2. The coordinate system shows a straight line  $L$  and a point  $P$  on the line.



- a) Write down the equation of the straight line  $L$ .  $\underline{\hspace{2cm}}$  (1/0/0)
- b) Write down the equation for another straight line which together with the line  $L$  forms a linear system with solution at point  $P$ .

$\underline{\hspace{2cm}}$  (1/0/0)

3. Six points A – F are marked on the number line.



Each number below corresponds to a point marked on the number line.

$99^0$       $\sqrt{5}$       $2^{-1}$       $10^{\frac{1}{2}}$       $2.1^2$

Match each of the numbers with a point on the number line by writing the correct letter A – F at the right number.

(2/0/0)

4. Two of the alternatives A – E represent an equation. Which two?

A.  $a^2 + b^2$

B.  $x^2 + 6x - 5 = 2$

C.  $x^2 - 2x - 9$

D.  $20 + 50x$

E.  $3x + 5x - 10 = 16$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

5. Solve the equations. Give exact answers.

a)  $x^{\frac{1}{3}} = 2$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $3 \cdot 9^x + 3 \cdot 9^x + 3 \cdot 9^x = 27$

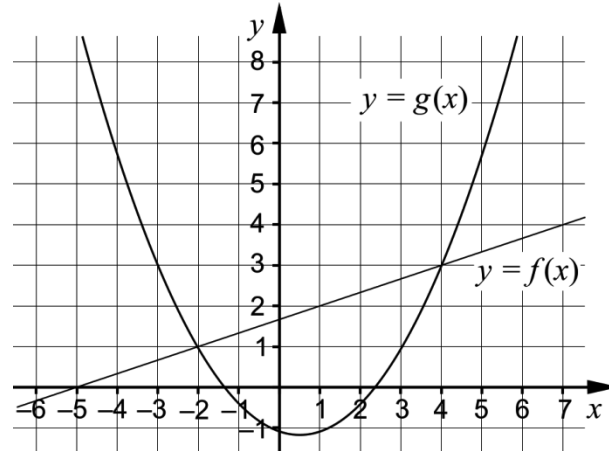
\_\_\_\_\_ (0/0/1)

6. During the year 1998, 44 million text messages were sent in Sweden. During the year 2012, 16 514 million text messages were sent. Assume that the yearly percentage increase in the number of text messages has been the same during the whole period of time.

Denote the yearly percentage change  $a$ . Write down an equation that can be used to calculate  $a$ .

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. The coordinate system shows the graphs of a straight line  $f$  and a quadratic function  $g$ .



Answer the question by using the graphs.

a) For what values of  $x$  does it hold that  $g(x) < 3$ ? \_\_\_\_\_ (0/2/0)

b) For what values of  $x$  does it hold that  $f(x) - g(x) = 0$ ?  
 \_\_\_\_\_ (0/0/1)

8. Simplify the following expressions as far as possible.

a)  $(9a)^{\frac{1}{2}} \cdot 2a^2 \cdot (4a)^{\frac{1}{2}}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $\frac{x^{\frac{5}{6}}(x^{\frac{1}{3}}+1)(x^{\frac{1}{3}}-1)}{x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Part C:** Digital resources are not allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

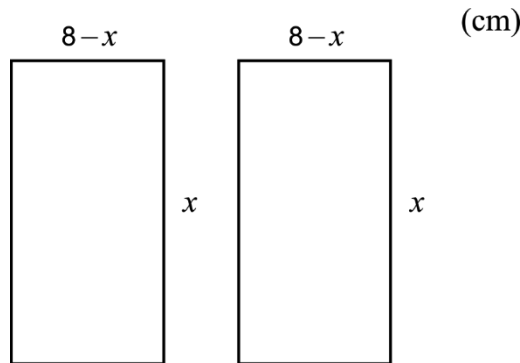
9. Solve the quadratic equation  $x^2 - 6x + 5 = 0$  algebraically. (2/0/0)

10. Solve the simultaneous equations algebraically.

a) 
$$\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$$
 (2/0/0)

b) 
$$\begin{cases} (x+4)(y-2) = (x-5)(y+4) \\ 6y - x - 6 = 2x - y - 2 \end{cases}$$
 (0/2/0)

11. The figure shows two rectangles with side lengths  $x$  cm and  $(8-x)$  cm respectively.



Calculate the largest possible area the two rectangles can have together. (1/2/0)

12. Simplify the expression  $\frac{a^2 - 2b}{4}$  as far as possible if  $a = 2x + 1$   
and  $b = 2x - 1.5$  (0/2/0)

13. It holds for the quadratic function  $f$  that  $f(x) = -0.5x^2 + bx - 2$

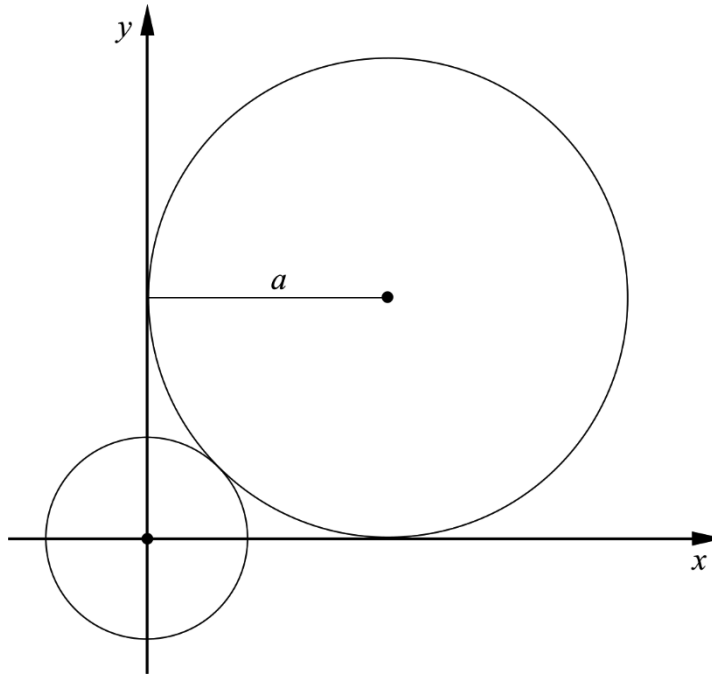
a) Show that the graph of  $f$  passes through the point  $(0, -2)$ , regardless of the value of  $b$ . (1/0/0)

b) Find the values of  $b$  where  $f$  has only one zero. (0/2/0)

It holds for another quadratic function  $g$  that  $g(x) = -0.5x^2 + bx - c$

c) Determine the relation between  $b$  and  $c$  that must exist in order for  $g$  to have only one zero. (0/0/1)

14. A circle with radius  $a$  touches the positive coordinate axes. It also touches a smaller circle with centre in the origin. See figure.



Show that the radius of the smaller circle is  $a(\sqrt{2} - 1)$  length units. (0/0/3)

<b>Part D</b>	Problems 15-22 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes.
<b>Resources</b>	Digital resources, formula sheet and ruler.

### Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 55 points consisting of 22 E-, 19 C- and 14 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 37 points of which 4 points on A-level

A: 44 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

Educational programme: \_\_\_\_\_

**Part D:** Digital resources are allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

15. A straight line passes through the points (0, 0) and (3, 6.45). Another line has the equation  $y = 2.15x + 3$ . Show that the lines are parallel. (2/0/0)

16. It holds for the function  $f$  that  $f(x) = x^2 - 4x + C$ , where  $C$  is a constant. The point (5, 7) lies on the graph of the function. Determine the coordinates of another point that also lies on the graph. (2/0/0)

17. Yamal is going to buy 100 fish for his new aquarium. He wants to buy blue tetras, fantail goldfish and cichlids, see pictures.



Blue tetra



Fantail goldfish



Cichlid

The price of a blue tetra is SEK 10 /piece, a fantail goldfish is SEK 50/piece and a cichlid SEK 200/piece. Yamal considers whether it is possible to buy a total of 100 fish at a cost of exactly SEK 3000, if 4 of the 100 fish he buys are cichlids.

Yamal writes down the following simultaneous equations:

$$\begin{cases} 4 + x + y = 100 \\ 800 + 50x + 10y = 3000 \end{cases}$$

a) Explain what  $y$  represents in the simultaneous equations. *Only answer is required* (1/0/0)

b) How many blue tetras and fantail goldfish can Yamal buy if he buys 4 cichlids and as a total he is going to buy 100 fish at a cost of SEK 3000? (2/0/0)

18. Julia has been given the task of writing a logic symbol between the equations  $x = 2$  and  $x^2 = 4$  in order to get a true statement. She incorrectly chooses to write a material equivalence between the equations.

Which logic symbol should Julia use instead? Justify your answer. (0/2/0)



19. The Beaufort Scale is a measure of wind speed created at the beginning of the 19th century by Sir Francis Beaufort. Each step on the scale is represented by an integer, the so-called Beaufort number. The table below shows wind speed, description and sea conditions for some Beaufort numbers.

Beaufort number	Wind speed (m/s)	Description	Sea conditions
0	0 – 0.2	Calm	Flat
1	0.3 – 1.5	Light air	Ripples without crests
2	1.6 – 3.3	Light breeze	Small wavelets. Crests of glassy appearance, not breaking.
3	3.4 – 5.4	Gentle breeze	Crests begin to break, scattered whitecaps
...			
12	32.7 –	Hurricane force	Large objects are hurled about, windows break, boats are washed up on shore

The relation between wind speed  $v$  m/s and the Beaufort number  $B$  is given by the formula

$$v = 0.8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

The storm Hilde struck large parts of Sweden on November 16, 2013. The highest wind speed was measured to 29 m/s.

- a) When calculating  $B$  the value is rounded to an integer.  
Calculate the Beaufort number  $B$  for the wind speed 29 m/s. (2/0/0)

For extreme wind forces, there are other scales. One of them is the TORRO scale, used for wind forces up to 130 m/s. The relation between wind speed  $v$  m/s and the number  $T$  according to the TORRO scale is given by the formula

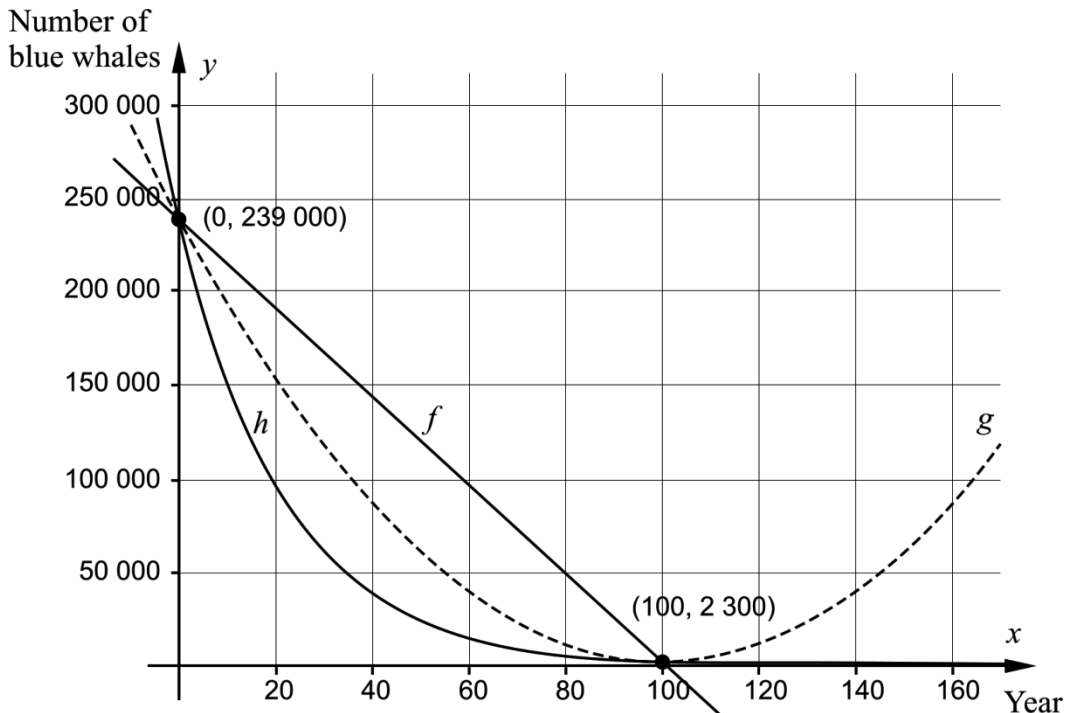
$$v = 0.8365 \cdot \sqrt[3]{8} \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}} \text{ where } T \text{ is rounded to an integer.}$$

- b) Write down a formula for  $B$  expressed in  $T$ . Simplify as far as possible. (0/1/1)

20. The largest animal that has ever existed on earth is the blue whale. Over the last hundred years, the number of blue whales has decreased drastically due to hunting.

In the year 1900, there were approximately 239 000 blue whales in the oceans, and a hundred years later, the number of blue whales was approximately 2 300.

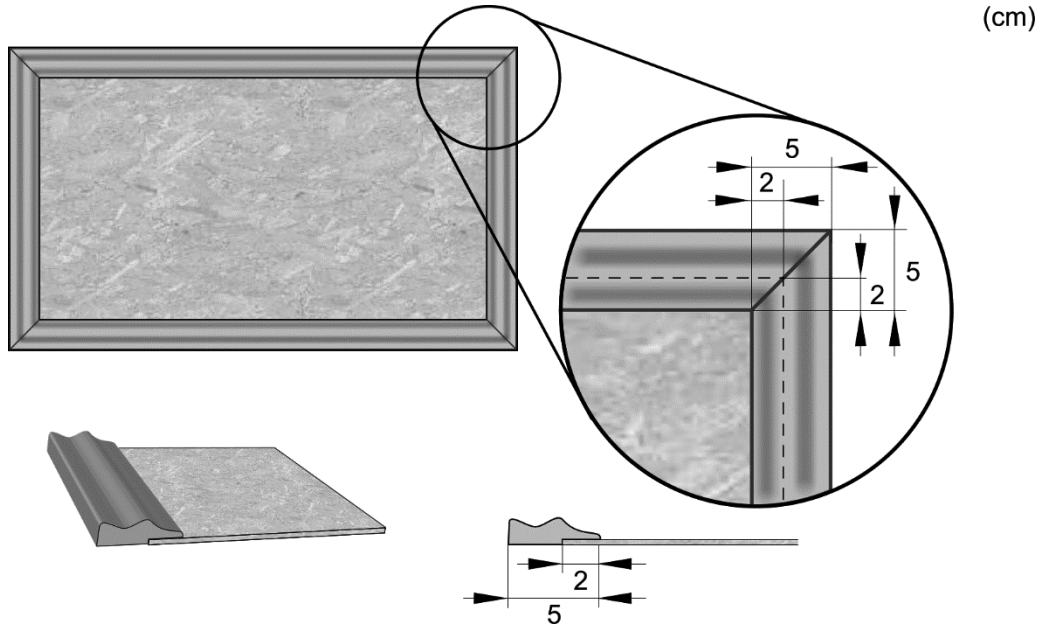
The figure shows the graphs of three functions,  $f$ ,  $g$  and  $h$  where  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  and  $y = h(x)$ . The three functions represent three different models of how the number of blue whales might have decreased in the 20th century.  $y$  is the number of blue whales and  $x$  is the number of years from the year 1900.



Assume that the yearly percentage change in the number of blue whales was constant during the 20th century and continues to be constant during the 21st century.

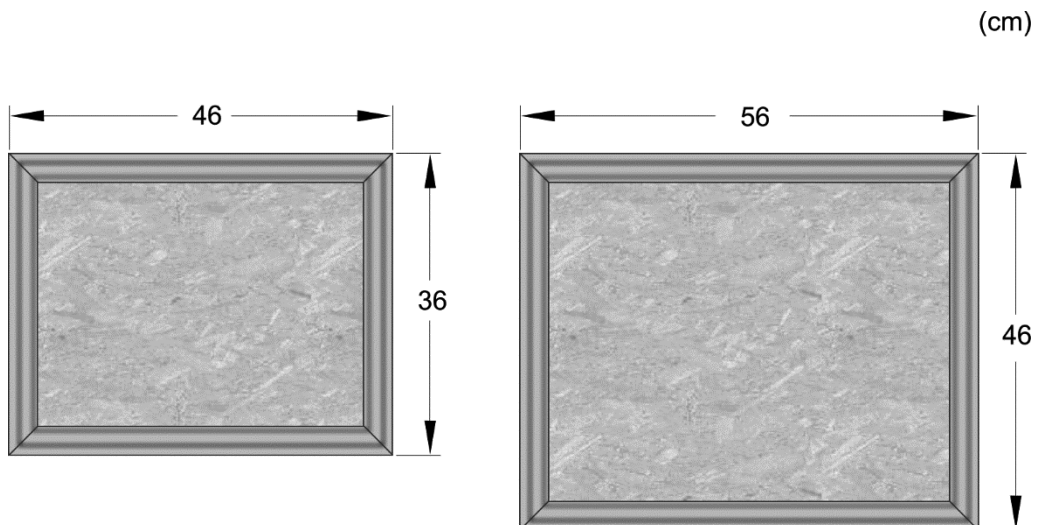
- a) Which of the three models will then represent the decrease in the number of blue whales after the year 1900? Justify your answer. (0/1/0)
- b) How many blue whales will there be in the year 2065 if the yearly percentage change of the number of blue whales continues to be constant? (0/3/0)
21. It holds for a function  $f$  where  $f(x) = kx + m$  that
- $f(x + 2) - f(x) = 3$
  - $f(4) = 2m$
- Find the function  $f$ . (0/0/2)

22. A company manufactures notice boards of different sizes. Each notice board consists of a rectangular plate surrounded by a frame. The frame consists of four parts which are sawn from a 5 cm wide strip of wood. The edges of the parts are sawn at an angle of  $45^\circ$  and the look of the strip of wood only makes it possible to mount the parts in one way. The frame is mounted so that it overlaps the front of the plate with 2 cm. See figure.



The material cost of a notice board depends on the area of the plate and the length of the strip of wood. The price of the plate is in SEK/m<sup>2</sup> and for the strip of wood SEK/m.

The material cost for a notice board that is 36 cm wide and 46 cm long is SEK 59. The material cost for a notice board that is 46 cm wide and 56 cm long is SEK 81. See figure.



Write down a general expression for the total material cost of a notice board that is  $a$  m wide and  $b$  m long.

(0/0/4)

## Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning .....	3
Bedömningsanvisningar .....	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	4
Provsammanställning – Kunskapskrav .....	5
Provsammanställning – Centralt innehåll .....	6
Kravgränser .....	7
Resultatsammanställning.....	7
Bedömningsformulär .....	8
Bedömningsanvisningar .....	9
Delprov B .....	9
Delprov C .....	10
Delprov D .....	12
Bedömda elevlösningar .....	14
Uppgift 9.....	14
Uppgift 13.a.....	14
Uppgift 13.b.....	15
Uppgift 14.....	16
Uppgift 15.....	19
Uppgift 16.....	20
Uppgift 18.....	20
Uppgift 19.a.....	21
Uppgift 20.a.....	22
Uppgift 20.b.....	24
Uppgift 22.....	26
Ur ämnesplanen för matematik .....	30
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c.....	31
Centralt innehåll Matematik kurs 2a .....	32

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 $E_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$	1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, ≠, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, √, $\sqrt[n]{\quad}$ , $f(x)$ , $x$ , $y$ , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , ( ), %, {, ⇒, ⇐, ⇔, VL, HL
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvations-system, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## Provsammanställning – Kunskapskrav

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 3\_1 och 3\_2 den första respektive andra poängen i uppgift 3.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1		1										
	2a		1										
	2b			1									
	3_1	1											
	3_2	1											
	4	1											
	5a		1										
	5b									1			
	6							1					
	7a_1					1							
	7a_2								1				
	7b									1			
	8a						1						
	8b										1		
C	9_1		1										
	9_2		1										
	10a_1		1										
	10a_2		1										
	10b_1						1						
	10b_2						1						
	11_1			1									
	11_2							1					
	11_3							1					
	12_1						1						
	12_2						1						
	13a											1	
	13b_1							1					
	13b_2								1				
	13c											1	
	14_1												1
	14_2												1
	14_3												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1								1				
	15_2								1				
	16_1				1								
	16_2				1								
	17a				1								
	17b_1				1								
	17b_2				1								
	18_1								1				
	18_2											1	
	19a_1				1								
	19a_2				1								
	19b_1										1		
	19b_2												1
	20a										1		
	20b_1										1		
	20b_2										1		
	20b_3											1	
	21_1											1	
	21_2												1
	22_1												1
	22_2												1
	22_3												1
22_4												1	
<b>Total</b>		<b>3</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4</b>
<b>Σ</b>	<b>55</b>	<b>22</b>				<b>19</b>				<b>14</b>			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Provsammanställning – Centralt innehåll

**Tabell 2** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del- Prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																		
		E	C	A	T1	T2	T3	Taluppfattning, aritmetik och algebra	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	Samband och förändring	F3	F4	P1	P2	P3	P4	
B	1	1	0	0				X															
	2a	1	0	0					X														
	2b	1	0	0					X		X								X				
	3	2	0	0		X					X												
	4	1	0	0														X					
	5a	1	0	0		X																	
	5b	0	0	1								X											
	6	0	1	0			X				X								X		X		
	7a	0	2	0											X		X						
	7b	0	0	1											X		X						
8a	0	1	0		X																		
8b	0	0	1		X		X																
C	9	2	0	0							X												
	10a	2	0	0							X												
	10b	0	2	0							X												
	11	1	2	0											X				X				
	12	0	2	0				X															
	13a	1	0	0							X						X						
	13b	0	2	0							X				X		X						
	13c	0	0	1							X				X		X		X				
	14	0	0	3					X														
D	15	2	0	0					X						X								
	16	2	0	0					X										X				
	17a	1	0	0			X			X									X		X		
	17b	2	0	0							X								X		X		
	18	0	2	0									X										
	19a	2	0	0		X													X		X		
	19b	0	1	1		X													X		X		
	20a	0	1	0											X	X							
	20b	0	3	0							X				X				X		X		
	21	0	0	2					X						X				X				
	22	0	0	4			X				X								X		X		
Total		22	19	14																			



## **Kravgränser**

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 19 C- och 14 A-poäng.  
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

# Bedömningsformulär

Elev: \_\_\_\_\_ Klass: \_\_\_\_\_ Provbetyg: \_\_\_\_\_

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2a												
	2b												
	3_1												
	3_2												
	4												
	5a												
	5b												
	6												
	7a_1												
	7a_2												
	7b												
	8a												
	8b												
C	9_1												
	9_2												
	10a_1												
	10a_2												
	10b_1												
	10b_2												
	11_1												
	11_2												
	11_3												
	12_1												
	12_2												
	13a												
	13b_1												
	13b_2												
13c													
14_1													
14_2													
14_3													

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	17a												
	17b_1												
	17b_2												
	18_1												
	18_2												
	19a_1												
	19a_2												
	19b_1												
	19b_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21_1												
	21_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
22_4													
<b>Total</b>													
<b>Σ</b>													

<b>Total</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4</b>
<b>Σ</b>	<b>55</b>	<b>22</b>			<b>19</b>				<b>14</b>			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

### Delprov B

- 1.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ( $x + 5$ ) +1 E<sub>P</sub>
- 
- 2.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ( $y = x + 2$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar (t.ex.  $y = 4$ ) +1 E<sub>PL</sub>
- 
- 3.** **Max 2/0/0**
- Anger minst tre korrekta alternativ  
med korrekt svar +1 E<sub>B</sub>
- C  $99^0$      D  $\sqrt{5}$      B  $2^{-1}$      E  $10^{\frac{1}{2}}$      F  $2,1^2$  +1 E<sub>B</sub>
- 
- 4.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (Alternativ B:  $x^2 + 6x - 5 = 2$  och E:  $3x + 5x - 10 = 16$ ) +1 E<sub>B</sub>
- 
- 5.** **Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar ( $x = 2^3$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = \frac{1}{2}$ ) +1 A<sub>P</sub>
- 
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (t.ex.  $16514 = 44 \cdot a^{14}$ ) +1 C<sub>M</sub>

7. **Max 0/2/1**
- a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då  $x$  är mellan  $-3$  och  $4$ ” +1 C<sub>B</sub>  
 med korrekt använda olikhetstecken ( $-3 < x < 4$ ) +1 C<sub>K</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = -2$  och  $x = 4$ ) +1 A<sub>B</sub>

8. **Max 0/1/1**
- a) Korrekt svar ( $12a^3$ ) +1 C<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x - x^{\frac{1}{3}}$ ) +1 A<sub>P</sub>

### Delprov C

9. **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



10. **Max 2/2/0**
- a) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = -2$ ,  $y = 1$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Godtagbar ansats, kommer fram till ett förenklat ekvationssystem, t.ex.  

$$\begin{cases} 9y - 6x + 12 = 0 \\ 7y - 3x - 4 = 0 \end{cases}$$
 +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 8$ ,  $y = 4$ ) +1 C<sub>P</sub>

11. **Max 1/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area,  $2x(8 - x)$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $32 \text{ cm}^2$ ) +1 C<sub>PL</sub>

12. Max 0/2/0

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för  $a$  och  $b$  och utvecklar  $a^2$ ,

$$\frac{(4x^2 + 4x + 1) - 2(2x - 1,5)}{4}$$

+1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x^2 + 1$ )

+1 C<sub>P</sub>

13. Max 1/2/1

a) Godtagbart enkelt resonemang som visar att  $f(0) = -2$  oavsett värde på  $b$  +1 E<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$  för beräkning av funktionens nollställe

+1 C<sub>P</sub>

med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ( $b = \pm 2$ )

+1 C<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



c) Godtagbar lösning med korrekt svar ( $c = \frac{b^2}{2}$  eller  $b = \pm\sqrt{2c}$ )

+1 A<sub>PL</sub>

14. Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt,  $\sqrt{2}a$

+1 A<sub>R</sub>

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är  $a(\sqrt{2} - 1)$  i.e.

+1 A<sub>R</sub>




Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A<sub>K</sub>





*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**Delprov D**

- 15.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. inser att  $k$ -värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 E<sub>R</sub>  
 med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 E<sub>R</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 16.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten  $C$ ,  $C = 2$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex.  $(0, 2)$ ) +1 E<sub>PL</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 17.** **Max 3/0/0**
- a) Korrekt svar ("antal blåtetror") +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt värde på minst en av variablerna +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (31 slöjstjärter och 65 blåtetror) +1 E<sub>M</sub>
- 18.** **Max 0/2/0**
- Korrekt vald logisk symbol,  $\Rightarrow$  +1 C<sub>B</sub>
- Välgrundat resonemang där det framgår att även  $x = -2$  är en lösning till ekvationen  $x^2 = 4$  +1 C<sub>R</sub>
- Kommentar:* Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Resonemangspoängen kan delas ut oavsett om den första begreppsöängen har delats ut eller inte.
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

- 19.** **Max 2/1/1**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för bestämning av  $B$ ,  

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$
+1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11) +1 E<sub>M</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- b) Godtagbar ansats, ställer upp likheten  $0,8365 \cdot \sqrt{8} \cdot (T + 4)^{\frac{3}{2}} = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$  +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $B = 2T + 8$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- 20.** **Max 0/4/0**
- a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. ” $h$  för att  $f$  är en rät linje och  $g$  ökar igen.”) +1 C<sub>M</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation för bestämning av förändringsfaktorn,  $2300 = 239000a^{100}$  +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (112) +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 21.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 A<sub>B</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = 1,5x + 6$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- 22.** **Max 0/0/4**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 A<sub>M</sub>  
 med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m<sup>2</sup> för plattan och 25 kr/m för trälisten +1 A<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar +1 A<sub>M</sub>  
 ( $150ab + 41a + 41b + 0,54$ ) +1 A<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A<sub>K</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

**Bedömda elevlösningar****Uppgift 9.****Elevlösning 9.1 (0 poäng)**

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$x = -3 \pm 2$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-  
ekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

**Uppgift 13.a****Elevlösning 13.a.1 (0 poäng)**

$$f(x) = -0,5x^2 + bx - 2$$

$(0, -2) \rightarrow$  då grafen går igenom  $-2$

så blir  $x = 0$  och  $y = -2$

*Kommentar:* Elevlösningen anses inte uppfylla kraven för resonemangspoäng eftersom reso-  
nemandet saknar koppling till  $b$ . Lösningen ges 0 poäng.



**Elevlösning 13.a.2 (1 ER)**

$$y = -0,5x^2 + bx - 2 \quad (0, -2)$$

$$-2 = \underbrace{-0,5 \cdot 0^2}_0 + \underbrace{b \cdot 0}_0 - 2$$

$$-2 = -2$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar med ett enkelt resonemang att  $f(0) = -2$  oavsett värde på  $b$  i och med att det framgår att  $b \cdot 0 = 0$ . Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

**Uppgift 13.b****Elevlösning 13.b.1 (1 CP och 1 CR)**

$$-0,5x^2 + bx - 2 = 0$$

$$x^2 - 2bx + 4$$

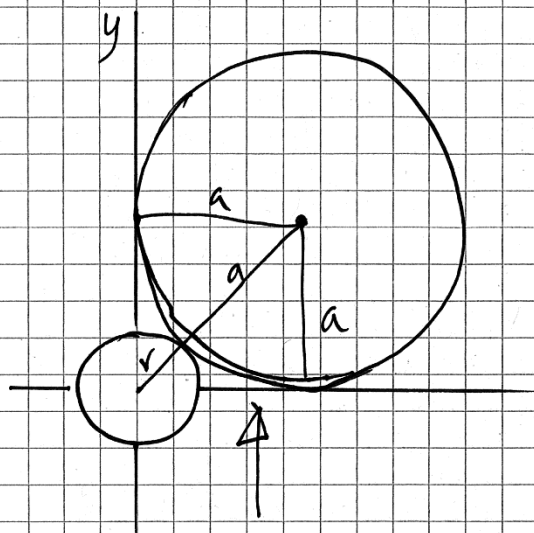
$$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$$

Om  $b^2 - 4 = 0$   
en lösning  
 $b = \pm 2$

Svar:  $b = \pm 2$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med "Om  $b^2 - 4 = 0$  en lösning" och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

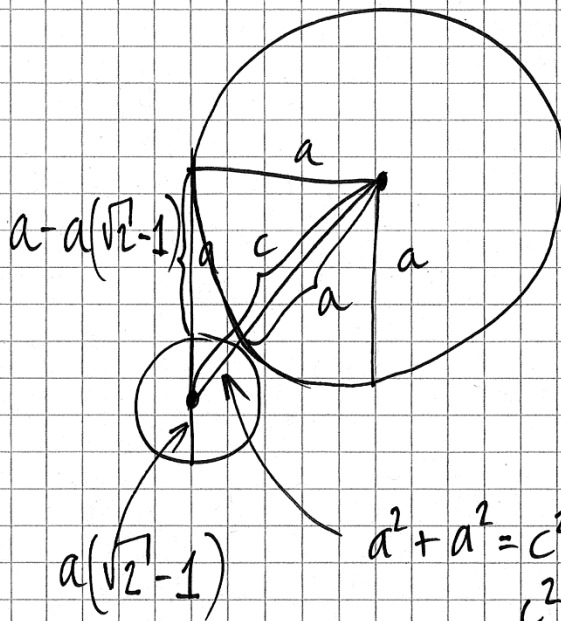
## Uppgift 14.

Elevlösning 14.1 (1 A<sub>R</sub>)

har blivit en rätvinklig triangel  
 med hypotenusan  $r+a$ . Sen Pythagoras-  
 $(r+a)^2 = a^2 + a^2$  sats  
 $r+a = \sqrt{a^2 + a^2}$   
 $r = \sqrt{2a^2} - a$   
 $r = a(\sqrt{2} - 1)$

*Kommentar:* I elevlösningen är påståendet "har blivit en rätvinklig triangel..." otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

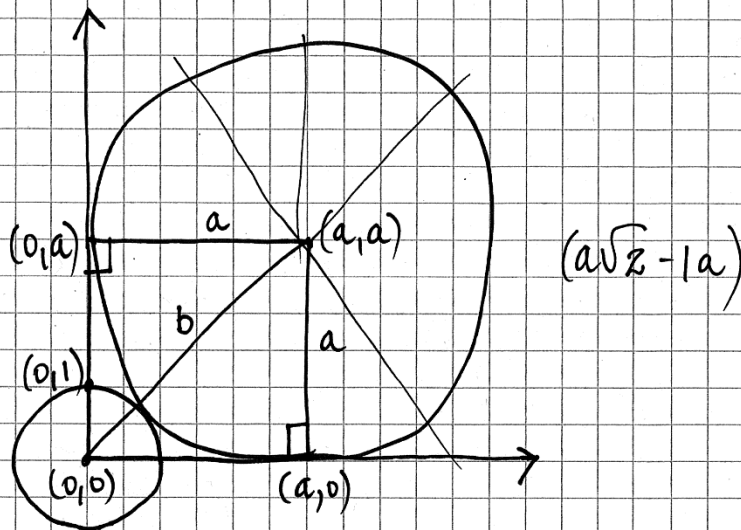
## Elevlösning 14.2 (2 AR)



$$\sqrt{2a^2} = \sqrt{c^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

$$c - a = \sqrt{2} \cdot a - a \text{ faktoriseras}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av  $c - a$ . Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 14.3 (2 A<sub>R</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

$$a^2$$

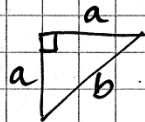
För att komma åt  $b$  använder jag Pythagoras kvadraten har  $90^\circ$  vinklar (4st)

$$(a^2 + b^2 = c^2)$$

$$a^2 + a^2 = b^2$$

$$2a^2 = b^2$$

$$b^2 = 2a^2$$



Stora cirkelns radie är  $a$  vilket betyder att lilla cirkelns radie är  $b - a$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{2a^2}$$

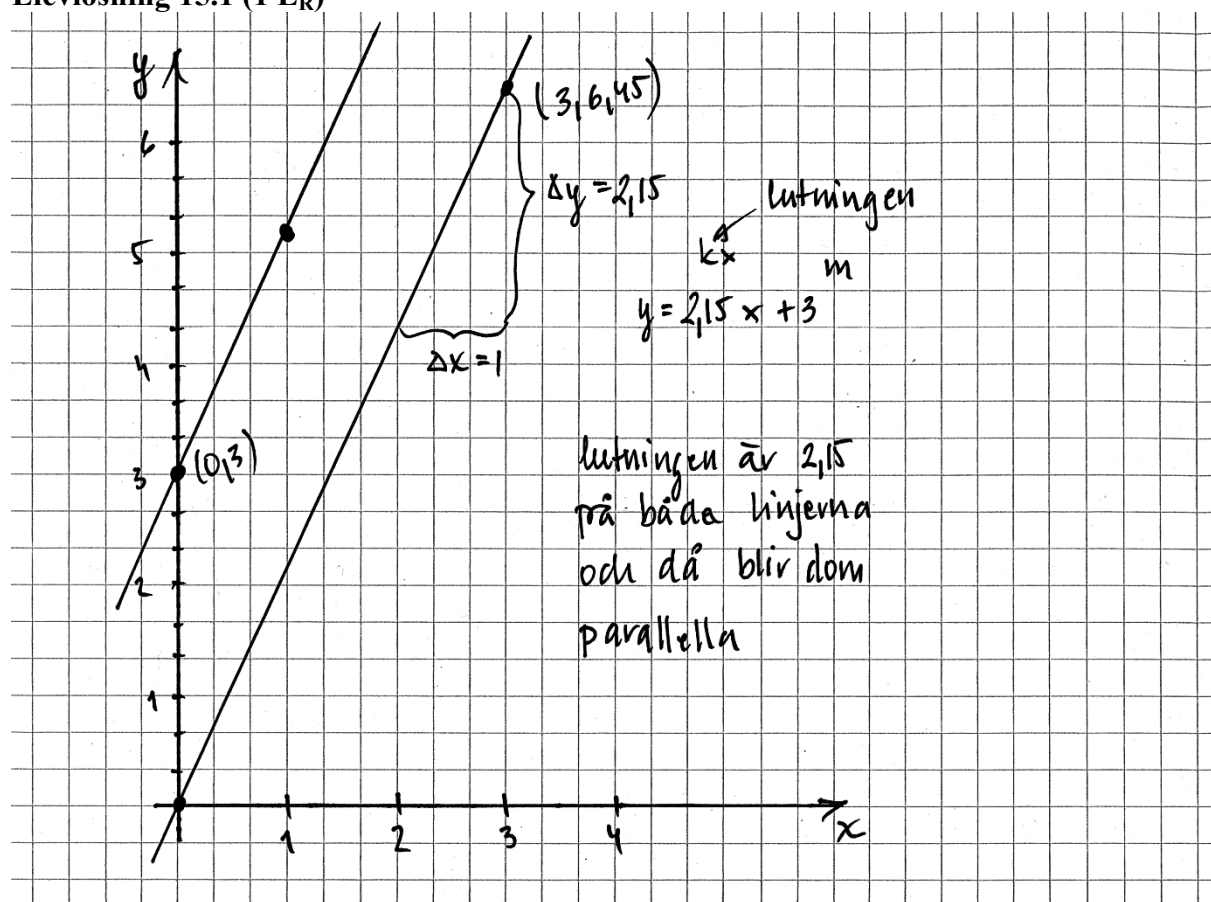
$$b = \sqrt{2} a$$

$$(\sqrt{2} \cdot a - a) = a(\sqrt{2} - 1) \text{ le}$$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

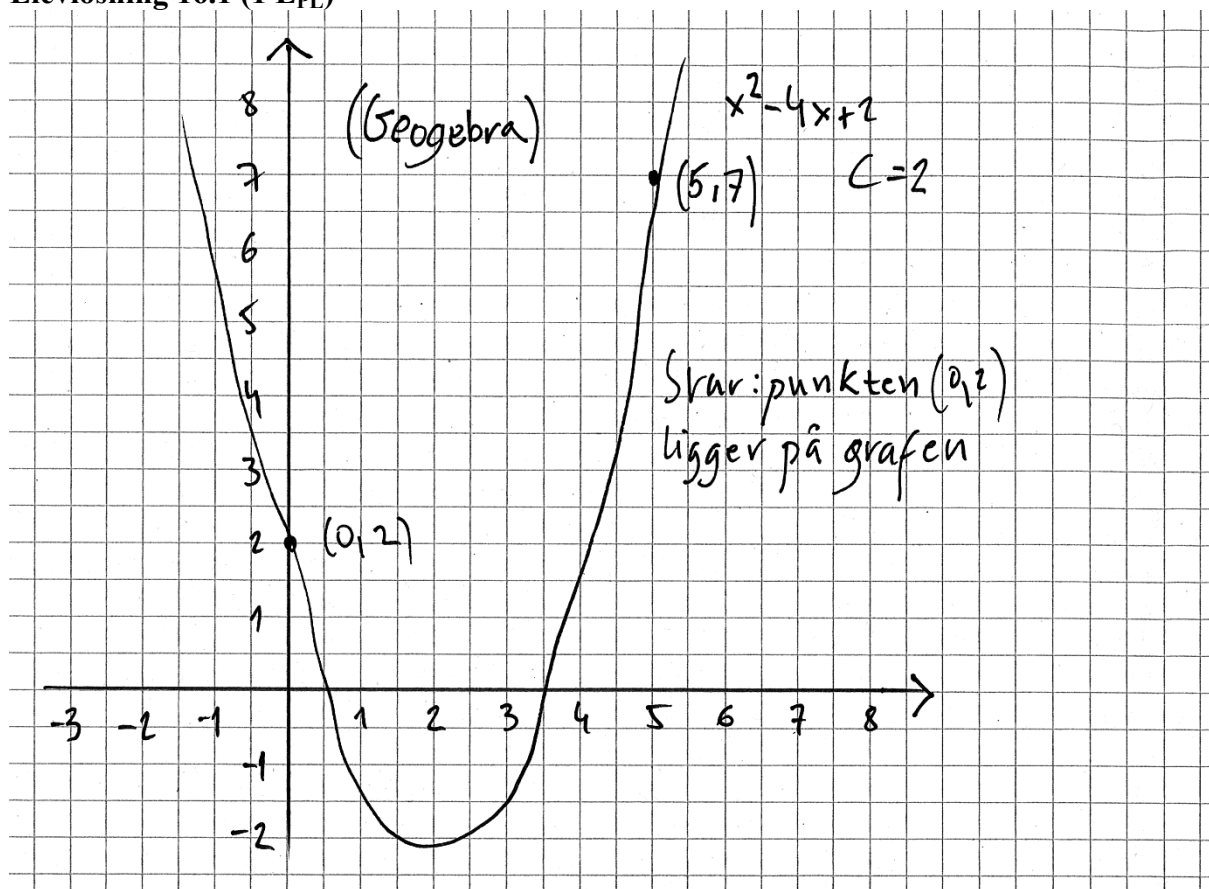
## Uppgift 15.

## Elevlösning 15.1 (1 ER)



*Kommentar:* I elevlösningen visas insikt om att  $k$ -värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

## Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 E<sub>PL</sub>)

*Kommentar:* Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten  $C = 2$  eller för bestämning av punkten  $(0, 2)$ . Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

## Uppgift 18.

Elevlösning 18.1 (1 C<sub>R</sub>)

Julia borde satt ut " $\leftarrow$ "

$x = 2$  behöver inte vara det enda svaret till  $x^2 = 4$ .  $-2, -2$  blir också 4.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en felaktigt vald symbol. Av resonemanget framgår det att även  $x = -2$  är en lösning till  $x^2 = 4$ . Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 19.a

Elevlösning 19.a.1 (1 E<sub>M</sub>)

Eftersom Beauforttalet 12 är för  
32,7 måste det vara mindre

$$0,8365 \cdot 11^{3/2} \approx 30$$

Därför är Beauforttalet till  
29 m/s (11)

*Kommentar:* Elevlösningen visar en prövning där det inte redovisas varför Beauforttalet 10 utesluts. Detta anses nätt och jämnt motsvara en godtagbar ansats och lösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.2 (2 E<sub>M</sub>)

$$0,8356 \cdot 11^{3/2} = 30 \text{ m/s}$$

$$0,8356 \cdot 10^{3/2} = 26 \text{ m/s}$$

Svar: Beauforttalet är ca 11.

(Jag visste att talet inte kunde vara  
mer än 12, men inte så mycket mindre  
än 12 eftersom  $0,8356 \cdot 12^{3/2} = 34,7$ ).

*Kommentar:* Elevlösningen visar en prövning genom att beräkna vindhastigheten för två värden på B. Frasen "talet inte kunde vara mer än 12, men inte så mycket mindre" anses nätt och jämnt motsvara ett enkelt omdöme om resultatets rimlighet trots att motivering saknas till varför Beauforttalet är 11 och inte 10. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.3 (2 E<sub>M</sub>)

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{29}{0,8365} = 34,67$$

$$34,67 = B^{\frac{3}{2}}$$

$$29 = 0,8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

skrev in ekvationen på räknaren.

Fick då svaret  $x = 10,63$

Svar: Beauforttalet är 11

*Kommentar:* I elevlösningen har ekvationen lösts med digitalt hjälpmedel. Trots att det inte redovisas hur det digitala hjälpmedlet har använts anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för en godtagbar lösning och ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

## Uppgift 20.a

## Elevlösning 20.a.1 (0 poäng)

H, eftersom att den inte fortsätter öka/minska utan stannar på samma nivå efter hundår.

*Kommentar:* Motiveringen anses inte vara godtagbar eftersom det inte framgår hur funktionerna  $f$  och  $g$  har uteslutits eller hur  $h$  har identifierats som en exponentialfunktion. Elevlösningen ges 0 poäng.



## Elevlösning 20.a.2 (1 CM)

h Grav: Grafen h visar hur det minskar även om hur lång tid det tar tills de dött ut helt och hållet.

h visar väl egentligen hur de har minskat men  $F_0$  visar mer hur mycket vidare minskas om man fortsätter jaga på samma sätt och dödar lika många varje år.

Medan g visar hur vidare tillslut skulle börja öka igen om man slutade jaga.

Så h representerar minskningen bäst.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en nätt och jämnt godtagbar motivering till varför funktionerna  $f$  och  $g$  utesluts. Lösningen ges en modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 20.b

Elevlösning 20.b.1 (1 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$y = C \cdot a^x$$

$C = 239\,000$   
 startvärde  
 efter 100 år 2300  
 valar kvar

$$2300 = 239000 \cdot a^{100}$$

$$a^{100} = \frac{23}{2390}$$

$$a = \sqrt[100]{\frac{23}{2390}}$$

$$a \approx 0,95$$

$$y = 239000 \cdot 0,95^{165}$$

$$y \approx 50$$

Svar: 50 \$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Eftersom  $a$  avrundas till för få siffror, blir svaret felaktigt. Gällande kommunikation förklaras inte varför antalet år ska vara 165 i ekvationen  $y = 239000 \cdot 0,95^{165}$ , i övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå och kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses uppfyllda. Elevlösningen ges första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 20.b.2 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

om förändringsfaktor är  $x$

$$2300 = 239000 \cdot x^{100} \quad (x > 0)$$

$$x^{100} = \frac{23}{2390}$$

$$x \approx 0,955$$

$$2065 - 1900 = 165 \text{ år}$$

$$n = 239000 \cdot 0,955^{165} \approx 120 \text{ st}$$

Svar: 120 blåvatar finns kvar år 2065.

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. En avrundning i förändringsfaktorn till tre värdesiffror ger ett svar som avviker från svaret i bedömningsanvisningen men anses godtagbart. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.

## Uppgift 22.

Elevlösning 22.1 (1 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$36 \times 46 = 59 \text{ kr}$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$36 \times 46 \rightarrow \text{plattan} = 30 \cdot 40 \text{ cm} \rightarrow 0,12 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (31 \cdot 2) + (41 \cdot 2) = 144 \text{ cm (längd)} = 1,44 \text{ m}$$

$$\text{pris i kr för plattan } x/\text{m}^2$$

$$\text{pris i kr för ramen } y/\text{m}$$

$$0,12x + 1,44y = 59$$

$$46 \times 56 = 81 \text{ kr} \quad (-3 \text{ cm på varje sida pga. ramen})$$

$$46 \times 56 \rightarrow \text{plattan} \rightarrow 40 \times 50 \text{ cm} \rightarrow 0,2 \text{ m}^2$$

$$\text{ramen} = (41 \cdot 2) + (51 \cdot 2) = 184 \text{ cm (längd)} = 1,84 \text{ m}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 0,2x + 1,84y = 81 \\ 0,12x + 1,44y = 59 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,2x + 1,84y = 81 \quad \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = 405 - 9,2y$$

ins i  $\textcircled{2}$

$$(405 - 9,2y) \cdot 0,12 + 1,44y = 59$$

$$48,6 - 1,104y + 1,44y = 59$$

$$0,336y = 10,4$$

$$y = 30,9523\dots$$

ins i  $\textcircled{1}$

Fortsättning på nästa sida.

$$0,2x + 1,84(30,9523...) = 81$$

$$0,2x = 24,0476$$

$$x = 120,2380...$$

$$\text{plattan} = 120 \text{ kr/m}^2$$

$$\text{ramen} = 31 \text{ kr/m}$$

avla med bredden  $a$  m och längden  $b$  m

$$\text{plattan} = ((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 \text{ kr}$$

$$\text{ramen} = ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr}$$

totalt pris =

$$((a - 0,06) \cdot (b - 0,06)) \cdot 120 + ((2a - 0,1) \cdot (2b - 0,1)) \cdot 31 \text{ kr} =$$

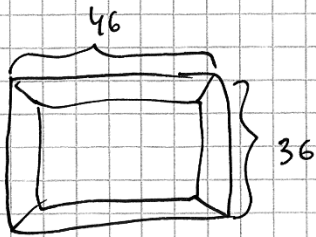
$$= (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036) \cdot 120 +$$

$$+ (4ab - 0,2a - 0,2b + 0,01) \cdot 31 =$$

$$= 120ab - 7,2a - 7,2b + 0,432 + 124ab - 6,2a$$

$$- 6,2b + 0,31 = \underline{\underline{244ab - 13,4a - 13,4b + 0,742 \text{ kr}}}$$

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modellerspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 22.2 (3 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram:  $40 \times 30$

Area =  $1200 \text{ cm}^2$

$$1200 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$164 \text{ cm} = 1,64 \text{ m}$$

$x$  = pris/ $\text{m}^2$  för plattan

$x$  = pris/m för listen

$$0,12 y + 1,64 x = 59 \text{ kr}$$

genom att använda samma

på den stora kuben för jäg

fram: längd på list:  $2,04 \text{ m}$

area på platta:  $0,2 \text{ m}^2$

$$0,2 y + 2,04 x = 81 \text{ kr}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ 0,2 y + 2,04 x = 81 \end{cases}$$

$$0,12 y \cdot -0,6 = -0,12 y$$

$$\begin{cases} 0,12 y + 1,64 x = 59 \\ -0,12 y - 1,224 x = -48,6 \end{cases}$$

Additions formeln

$$0,12 y - 0,12 y + 1,64 x - 1,224 x = 59 - 48,6$$

$$0,416 x = 10,4$$

$x = 25 \text{ kr/m}$  för list

Fortsättning på nästa sida.

$$0,12y + 1,64 \cdot 25 = 59$$

$$y = 150 \text{ kr/m}^2 \text{ för platta}$$

$$25 \cdot 2(a+b) + (a-0,06)(b-0,06) \cdot 150 =$$

$\frac{\text{pris}}{\text{längd}}$   
( $u$ )
 $\frac{\text{pris}}{\text{area}}$   
(platta)

$$50a + 50b + (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036)150$$

$$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0,54$$

$$41a + 41b + 150ab + 0,54 = \text{pris}$$

där  $a$  är bredden i m och

$b$  är längden i m

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

## Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklades såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklades användes matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

### Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

### Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.



## Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

### Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget D** Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

### Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget B** Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

### Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

## Centralt innehåll Matematik kurs 2a

*Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:*

### Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T1** Metoder för beräkningar vid budgetering.
- T2** Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
- T3** Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena.
- T4** Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T5** Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T6** Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
- T8** Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

### Geometri

- G1** Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
- G2** Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

### Samband och förändring

- F1** Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
- F2** Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
- F4** Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

### Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P2** Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.