

## **Kravgränser**

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 54 poäng varav 22 E-, 18 C- och 14 A-poäng.  
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 10 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 8 poäng på A-nivå

- 19.** **Max 0/0/2**  
 Godtagbar ansats, bestämmer riktningskoefficienten,  $k = 3$  +1 A<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 3x + 5$ ) +1 A<sub>PL</sub>

**Delprov D**

- 20.** **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten,  $k = 3$  +1 E<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 3x - 1$ ) +1 E<sub>P</sub>

- 21.** **Max 1/0/0**  
 Godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 9,41$ ) +1 E<sub>P</sub>

- 22.** **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten,  $k = 0,5$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (51) +1 E<sub>PL</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



- 23.** **Max 0/3/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (33 appar från  
 prisklass A och 14 appar från prisklass B) +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



- 24.** **Max 1/2/0**
- a) Korrekt svar ( $y = x - 30$ ) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbart svar (t.ex. ”från 155 till 200 cm”) +1 C<sub>B</sub>
- c) Godtagbart välgrundat resonemang (t.ex. ”Definitionsmängden motsvarar kroppslängder som affären har stavar till.”) +1 C<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- 25.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. visar att den totala förändringsfaktorn för fonden är 1,5 +1 C<sub>M</sub>
- med godtagbar fortsättning, t.ex. gör någon relevant avläsning av antal år för någon av graferna då  $y = 1,5$  +1 C<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Det tar 8 till 14 år innan pengarna är värda 60 000 kronor.”) +1 C<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- 26.** **Max 0/1/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. godtagbart resonemang som leder till slutsatsen att linjerna kan skära varandra om  $a > 1$  +1 C<sub>R</sub>
- med i övrigt godtagbart resonemang med godtagbart svar ( $1 < a < 2$ ) +1 A<sub>R</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A<sub>K</sub>
- Kommentar:* Ett resonemang som baseras på att  $x$ -axeln ingår i första kvadranten godtas. Därmed godtas även intervallet  $1 < a \leq 2$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



27.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, visar insikt om att kvadratens hörn på kurvan har lika stort värde på  $x$ - och  $y$ -koordinaten genom att teckna ekvationen

$$19,25 + 3x - x^2 = x$$

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (5,5 l.e.)

+1 A<sub>PL</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



28.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter lämpliga beteckningar och ställer upp ett uttryck för betongåtgången i en variabel

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (43 cm)

+1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



## Uppgift 18

## Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x - y = 1$$

$$x^2 - y^2 = x + y$$

$$x = 5 \quad y = 4 \quad \leftarrow \text{Testar nu}$$

$$5 - 4 = 1 \quad \text{differensen mellan två tal} = 1$$

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

$$25 - 16 = 9$$

$$9 = 9 \quad = \text{stämmer.}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar att påståendet stämmer för ett specialfall. Detta anses inte vara tillräckligt för att motsvara en godtagbar ansats.

## Uppgift 22

Elevlösning 1 (2 E<sub>PL</sub>)

2 x-steg blir 1 y-steg

1 x-steg blir 0,5 y-steg

98 x-steg blir  $0,5 \cdot 98 = 49$  steg

$$2 + 49 = 51$$

Svar  $y = 51$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på lutningen av den räta linje som går genom punkterna. På rad fyra bestäms den efterfrågade  $y$ -koordinaten utan förklaring. Därmed anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

## Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 C<sub>M</sub>)

$$7x + 22y = 539$$

$$B - A = 15$$

$$x + y = 47$$

Svar han köpte 33 st A och 14 st B

$$7 \cdot 33 = 231$$

$$22 \cdot 14 = 308$$

$$231 + 308 = 539$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar två korrekta villkor för antalet köpta appar. Detta anses nätt och jämnt vara tillräckligt för en godtagbar ansats. Redovisning för beräkning av antalet appar saknas och därmed anses inte lösningen vara godtagbar. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C<sub>M</sub>)

$$7x + 22y = 539$$

$$x + y = 47$$

$$y = 47 - x$$

$$7x + 22(47 - x) = 539$$

$$7x + 1034 - 22x = 539$$

$$7x - 22x = -495$$

$$\frac{-15x}{-15x} = \frac{-495}{-15}$$

$$y = 47 - 33$$

$$y = 14$$

$$33 \cdot 7 = 231$$

$$14 \cdot 22 = 308$$

$$231 + 308 = 539$$

$$x = 33$$

$$y = 14$$

Svar	33A
	14B

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett godtagbart ekvationssystem och en redovisad beräkning av antalet appar. Gällande kommunikation saknas definition av variabler och svaret anses vara ottydligt då det inte framgår vad som beräknats. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

A: ant appar 7kr  
B: ant appar 22kr

$$\begin{cases} A+B=47 & \textcircled{1} \\ 7A+22B=539 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad A+B-B &= 47-B \\ A &= 47-B \end{aligned}$$

stoppar in det i den andra ekvationen

Test

$$A+14 = 47$$

$$A+14-14 = 47-14$$

$$A=33$$

$$\textcircled{2} \quad 7(47-B)+22B=539$$

$$329-7B+22B=539$$

$$329+15B-329=539-329$$

$$\frac{15B}{15} = \frac{210}{15}$$

$$B=14$$

Svar  $A=33$   
 $B=14$

Levi köpte alltså 33 appar ifrån prisklass A och 14 appar ifrån prisklass B

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå med tydligt definierade variabler. Sammantaget ges lösningen två modellerings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 24c

Elevlösning 1 (1 C<sub>R</sub>)

Definitionsmängden visar hur lång personen är.

Alltså vilken längd personen som köper stavarna är.

*Kommentar:* Elevlösningen ger en nätt och jämnt godtagbar förklaring över definitionsmängden. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 C<sub>M</sub>)

Från 40 000 till 60 000  $\frac{20\,000}{40\,000} = 0,5$

Öka med 50%  $\Rightarrow$  Förändringsf. 1,5

Läser i grafen  $y = 1,5$   $\left\{ \begin{array}{l} 5\% \text{ blir } 8 \text{ år} \\ 3\% \text{ blir } 14 \text{ år} \end{array} \right.$

Svar Hon måste vänta i 8 år eller 14 år

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar beräkning av förändringsfaktorn. Ur grafen avläses två korrekta år för förändringsfaktorn 1,5. Slutsatsen "Hon måste vänta i 8 år eller i 14 år" anses inte godtagbar då svaret ska innehålla ett intervall. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 26

Elevlösning 1 (1 C<sub>R</sub> och 1 A<sub>R</sub>)

$$y = ax - 2$$

$$y = x - 1$$

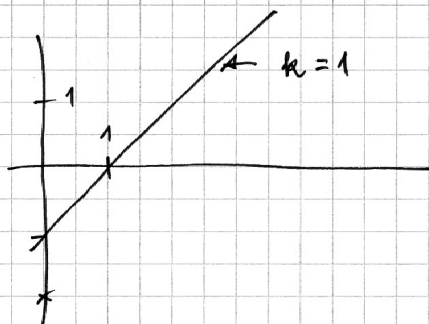
$a$  kan inte vara 1, då  
blir linjerna parallella  
Ingen skärning

För att linjen ska skära  $y = x - 1$  så måste linjen  
vara brantare.

$a$  måste vara större än 1.

Gränsen går om linjen går genom  $x = 1$   
och då är lutning  $a = 2$

$a$  kan alltså variera mellan 1 och 2.



*Kommentar:* Lösningen innehåller ett godtagbart resonemang som leder till en godtagbar slutsats för båda gränserna. Gällande kommunikation så anses förklaringen av intervallgränsen  $a < 2$  bristfällig och ordet "brantare" används utan förklaring. Beträffande matematiska symboler används inte olikhetstecken. Lösningen bedöms därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.



## Uppgift 27

## Elevlösning 1 (0 poäng)

$$0 = 19,25 + 3x - x^2$$

$$0 = \frac{-x^2 + 3x + 19,25}{-1}$$

$$0 = x^2 - 3x - 19,25$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{1,5^2 + 19,25}$$

$$x = 1,5 \pm 4,64$$

$$\begin{cases} x_1 = 6,14 \\ x_2 = -3,14 \end{cases} \leftarrow \text{Nollställena}$$

Symmetrilinjen  $x = 1,5$

Sidan som ligger på x-axeln måste alltså vara från  $x=0$  till strax innan 6,14

## Prövning

- 1) Sätter in punkten (6,6) och ser om den ligger på linjen

$$6 = 19,25 + 3 \cdot 6 - 6^2$$

$$6 = 1,25$$

- 2) Sätter in (5,5)

$$5 = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$5 = 9,25$$

(6,6) för litet (5,5) för stort

- 3) Sätter in (5,5, 5,5)

$$5,5 = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$5,5 = 5,5$$

Den ligger på linjen och kan då vara punkten där kvadraten har sitt hörn. I så fall är kvadratens sida 5,5 enheter

Svar 5,5 enheter (5,5x / 5,5y)

Kommentar: Elevlösningen visar hur kvadratens sidor bestäms med prövning. Detta anses inte vara en godtagbar metod.

## Elevlösning 2 (2 APL)

$$x = 19,25 + 3x - x^2$$

$$x^2 - 2x - 19,25 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 19,25}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{20,25}$$

$$x = 1 \pm 4,5$$

$$x_1 = 5,5 \quad x_2 = -3,5$$

5,5 ersätter x

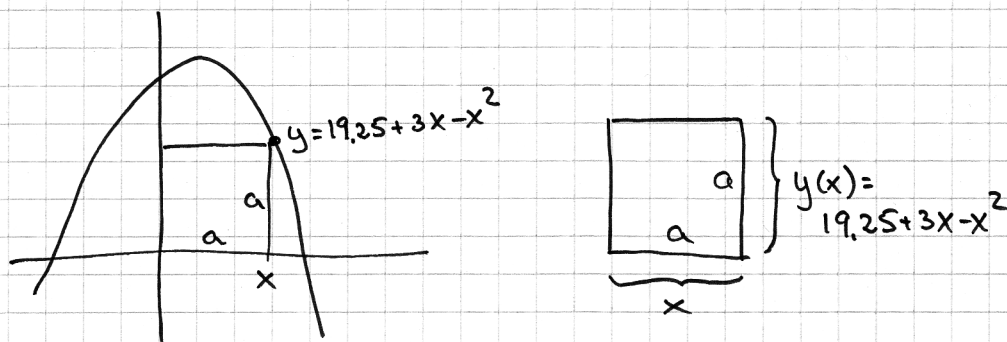
$$y = 19,25 + 3x - x^2$$

$$y = 19,25 + 3 \cdot 5,5 - 5,5^2$$

$$y = 5,5$$

Svar Kvadratens sida är 5,5

*Kommentar:* Elevlösningen visar en bestämning av kvadratens sida. Trots att förklaringar saknas anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A<sub>PL</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$19,25 + 3x - x^2 = x$$

$$\frac{19,25 + 3x - x^2}{-1} = \frac{x}{-1}$$

$$x^2 - 2x - 19,25 = 0$$

**CALC** zero på grafräknaren

$$x_1 = 5,5 \quad x_2 = \text{negativ}$$

Svar Kvadratens sida blir 5,5 enheter

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är förklaringen till varför kvadratens sidor kan betecknas med  $x$  respektive funktionsvärdet  $y(x)$  otydlig men tillsammans med figuren anses lösningen ändå lätt att följa och förstå. Därmed uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 28

Elevlösning 1 (2 A<sub>M</sub>)

$$12500 = x \cdot x \cdot 4 + (8 \cdot x \cdot 4) \cdot 2 + ((x-8) \cdot 8 \cdot 4) \cdot 2$$

$$12500 = 4x^2 + 64x + 64x - 512$$

$$12500 = 4x^2 + 128x - 512$$

$$13012 = 4x^2 + 128x$$

$$4x^2 + 128x - 13012 = 0$$

$$x^2 + 32x - 3253 = 0$$

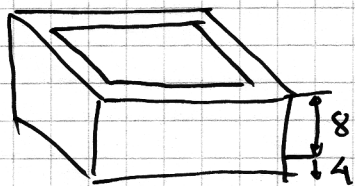
$$x = -16 \pm \sqrt{16^2 + 3253}$$

$$x = -16 \pm 59,24$$

$$x = 43,2$$

Svar 43 cm

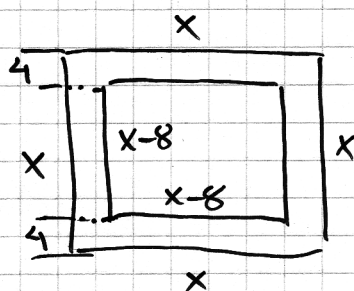
*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation saknas definition av variabeln i ekvation samt förklaring över hur ekvationen uppkommit. Därmed uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$8+4=12$$

Fågelbadets volym:  $x \cdot x \cdot 12 = 12x^2$

Volymen på hålet



$$V = (x-8)(x-8) \cdot 8$$

$$V = (x^2 - 8x - 8x + 64) \cdot 8$$

$$V = 8x^2 - 128x + 512$$

Volymen på betongen blir  
fågelbadet minus hålet

$$12x^2 - (8x^2 - 128x + 512)$$

$$4x^2 + 128x - 512$$

$$4x^2 + 128x - 512 = 12500$$

$$4x^2 + 128x - 13012 = 0 \quad \text{Calc, Zero på grafräknaren}$$

$$x_1 = 43,2$$

$x_2 = \text{neg}$  (Det syns på räknaren o en sträcka kan inte vara minus)

Svar Maxlängden blir 43,2 cm

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns en tydlig figur med definierad variabel och lösningen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen därmed samtliga poäng på A-nivå.