Kravgränser

Provet består av Del B, Del C, Del D samt en muntlig del och ger totalt 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar Del B, C och D

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart ritad rät linje +1 E_P

b) Korrekt svar ($m = -1$) +1 E_B

Kommentar: Även ett korrekt angivet *m*-värde från en ej korrekt ritad linje godtas.

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($(x-3)\cdot(x+3)$) +1 E_P

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($16 + y^2$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($y = 1{,}5x$) +1 E_B

b) Godtagbart svar ($y = 3$) +1 E_B

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($x_1 = -10$ och $x_2 = 10$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 1$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (A: $\Rightarrow$) +1 C_B

7. **Max 0/1/2**

a) Korrekt svar ($a = 7$) +1 C_B

b) Ett godtagbart angivet värde av $f(b)$, t.ex. $f(b) = 2$ +1 A_B

med godtagbart svar ($f(b) = 2$ och $f(b) \approx 4{,}7$) +1 A_B

Del C

8. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 9,\ x_2 = -1$) +1 E_P

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar*.**

9. **Max 4/0/0**

a) Godtagbar bestämning av linjens *k*-värde +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($y = 5x + 10$) +1 E_M

b) Godtagbar bestämning av antal användare (310 miljoner) +1 E_M

c) Godtagbar kommentar (t.ex. ”Sambandet stämmer inte längre”) +1 E_R

Kommentar: Om en kommentar är baserad på bestämning av antal användare med fel tidsangivelse så kan ändå resonemangspoäng på E-nivå erhållas.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4,\ y = -2$) +1 E_P

11. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till $x^2 - 2x - 15 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5,\ x_2 = -3$) +1 C_P

12. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, visar grafiskt insikt om att funktionerna f och g har samma symmetrilinje och att graferna till f och g har en minimipunkt respektive en maximipunkt

eller

inser att funktionernas skärningspunkter fås om $f(x) = g(x)$ och kommer t.ex. fram till $2x^2 = b - a$ +1 C_B

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekta slutsatser om minst två av fallen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekta slutsatser om alla tre fallen: $a = b$, $a < b$ samt $a > b$. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/1**

a)

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som visar insikt om att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen och att g representerar denna. 1 C_R och 1 A_R

b) Godtagbar lösning av ekvationen med godtagbart svar i intervallet $1{,}5 \le x \le 1{,}7$ +1 C_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/0/3**

E	C	A	
		Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m=0$ *och* som leder till att *en* av gränserna för riktningskoefficienten k bestäms. 1 A_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m=0$ *och* som leder till att *båda* gränserna för riktningskoefficienten k bestäms till $1{,}94 < k < 2$ 2 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, <, >, $\leq$, $\leq$, figur med införda beteckningar termer såsom x-koordinat, y-koordinat, x-led, y-led, rät linje, lutning, riktningskoefficient, skärningspunkt och hänvisning till räta linjens ekvation etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 1$) +1 E_P

16. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar ($x = 6{,}8$) +1 E_P

Bedömda elevlösningar

Uppgift 8

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$
$$x = -4 \pm \sqrt{16+9}$$
$$x = -4 \pm 5$$
$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= -9 \end{aligned}}$$

SVAR: $x_1 = 1 \quad x_2 = -9$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 9c

Elevlösning 1 (1 E_R)

b $y = 5x + 10$

1 jan 2012 = 5år

$5 \cdot 5 + 10 = 35$

35 enligt sambandet

c 35 är väldigt mycket mindre än 950

Mitt samband stämmer alltså inte med uppskattningen

Kommentar: Lösningen visar en kommentar som är baserad på en beräkning, (deluppgift b), av antalet användare där tiden är angiven i antalet år istället för månader. Trots att tidsangivelsen är fel så visar kommentaren i deluppgift c) på förståelse för att sambandet inte längre stämmer och lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

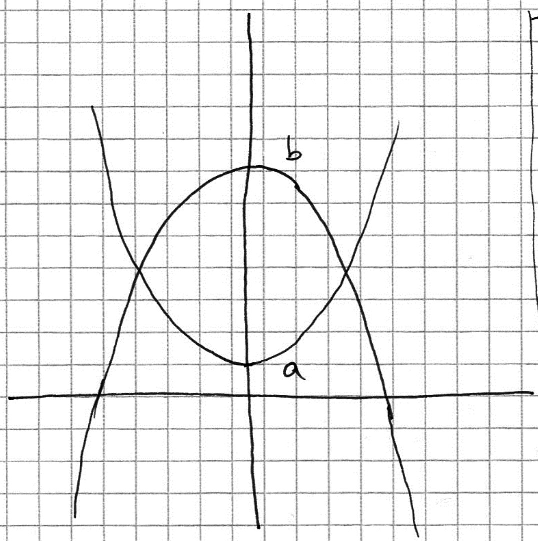
Uppgift 12

Elevlösning 1 (1 C_B)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$

Antalet skärningspunkter beror på hur konstanterna a och b väljs



Om $b > a$ är antalet skärningspunkter $= 2$

Om $b = a$ är antalet skärningspunkter $= 1$

Om $b < a$ är antalet skärningspunkter $= 0$

Kommentar: Elevlösningen visar hur graferna ser ut i fallet $b > a$. Utifrån skissen dras en korrekt slutsats. Slutsatserna i de övriga två fallen är också korrekta men resonemang, i form av skisser, saknas. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng på C-nivå.

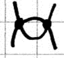
Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a \qquad g(x) = -x^2 + b$

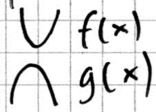
f(x) har en minimipunkt (x^2 är positiv)

g(x) har en maximipunkt (x^2 är negativ)

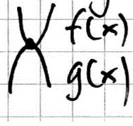
om a < maximipunkt g(x) har graferna 2 skärningspunkter
detsamma gäller om b > minimipunkt f(x)



om a > maximipunkt g(x) har graferna inga skärnings-
punkter. Detsamma gäller om b < minimipunkt f(x)



om a = maximipunkt g(x) eller om b = minimipunkt f(x)
har graferna 1 skärningspunkt

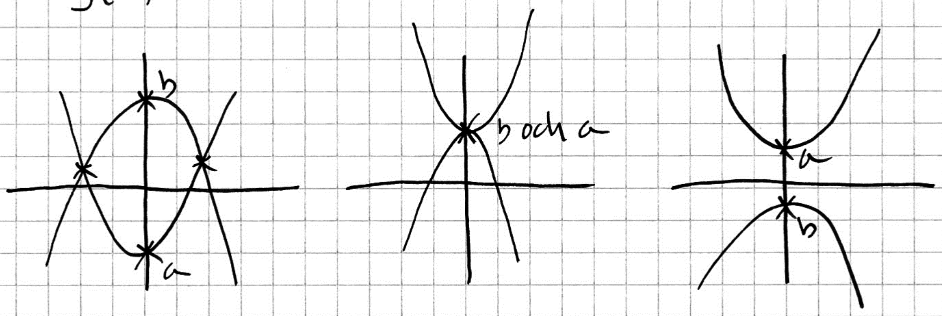


Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Lösningen visar även att grafen till *f* har en minimipunkt och att grafen till *g* har en maximipunkt. Sammantaget motsvarar lösningen samtliga möjliga poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$



Är $b > a$ finns två skärningspunkter
Är $b = a$ finns en skärningspunkt (där a och b ligger)
Är $a > b$ finns ej någon skärningspunkt.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Av skisserna framgår att funktionerna har samma symmetrilinje i alla tre fallen samt att *a* är minsta värde för *f* och att *b* är största värde för *g*. Lösningen som helhet uppfyller kravet på var och en av de tre möjliga poängen.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (0 poäng)

a) $3 \cdot 2^x = 9$ $\quad x = 1{,}5 \quad 2 \cdot 1{,}5 = 3$

x	y	
0	3	
1	6	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
2	12	$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
3	18	$3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$

b) $3 \cdot 2^{1{,}5} = 9$

Kommentar: Lösningen visar på felaktig hantering av potenser som leder till ett korrekt svar. Sammantaget bedöms lösningen ge noll poäng för båda deluppgifterna.

Elevlösning 2 (1 C_R och 1 C_P)

a) $y = g(x)$ har en punkt när $x = 3$ så är $y = 8$
men då måste ekvationen se ut så här $2^3 = 8$
och om $x = 2$ så är $y = 4$ då måste $2^2 = 4$
Jag ska lösa $3 \cdot 2^x = 9$ $3 \cdot 4 = 12$ stämmer ej
$3 \cdot 3 = 9$ stämmer

b) Om grafen är 3 så är $x = 1,6$
$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$ $3 \cdot 2^{1,6} = 9$ Svar 1,6

Kommentar: Lösningen visar insikt om att det är grafen till funktionen $g(x)$ som ska användas för att lösa ekvationen. I deluppgift b) dras indirekt slutsatsen att ”grafen” motsvarar funktionen $g(x) = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge en resonemangspoäng på C-nivå för deluppgift a) och en procedurpoäng på C-nivå för deluppgift b).

Elevlösning 3 (1 C_R, 1 A_R och 1 C_P)

f(x)

x	y
0	1
1	3
2	9

g(x)

x	y
0	1
1	2
2	4
3	8

$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$

g(x) måste vara 2^x som vi behöver

$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$

b) $3 \cdot 3 = 9$ $\rightarrow$ $y = g(x) = 3$ så är $x = 1,6$
$2^x = 2^{1,6} = 3$
$3 \cdot 3 = 9$
$3 \cdot 2^{1,6} = 9$ Svar $x = 1,6$

Kommentar: Genom värdetabeller för de båda graferna verifieras att funktionen $g(x)$ motsvaras av $g(x) = 2^x$. Vidare visar resonemanget att grafen till funktionen $g(x)$ behövs för att lösa $3 = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge full poäng för båda deluppgifterna.

Uppgift 14

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y = 2x - 3$ har k-värde 2 d.v.s.
den korsar x 50 på y 97
$(-3 + 2 \cdot 50 = 97)$ då får jag fram
att k-värdet måste vara större
än $k = 1{,}94$

$$\frac{97}{50} = \frac{9{,}7}{5} = 1{,}94$$

Alltså är ekvationen på L $y > 1{,}94x$

Kommentar: Ett resonemang om varför *k*-värdet ska vara större än 1,94 saknas och därmed uppfylls inte kravet för den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)

$y = 2x - 3$

$y = 2 \cdot 50 - 3$

$y = 97$

$y = kx$

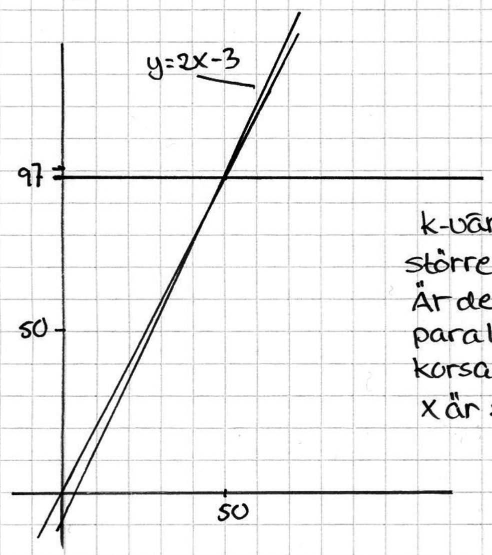
$97 = k \cdot 50$

$k = \frac{97}{50} = \frac{2 \cdot 97}{100} = \frac{194}{100} = 1{,}94$

$k = 1{,}94$

Ekvationer som är möjliga är $y = k \cdot x$

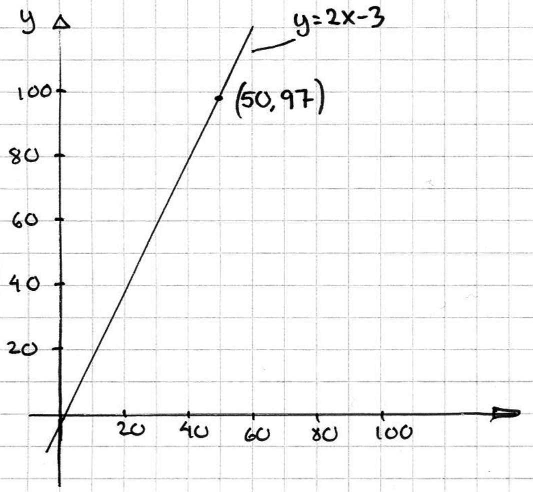
där $1.94 < x < 2$



k-värdet får inte vara större eller samma.
Är de samma blir linjen parallell och är den större korsas aldrig linjerna när x är större än 50

Kommentar: Lösningen visar beräkningar av k-värdet för linje L då linjen går genom punkten (50, 97) och tillsammans med figuren anses det motsvara ett godtagbart resonemang för att $k > 1{,}94$. I figuren visas även insikt om att $m = 0$ för linje L. Dessutom ges ett resonemang om varför $k < 2$. Lösningen är bristfällig gällande kommunikation då förklaringar genomgående saknas. Dessutom används variabeln x felaktigt istället för k i uttrycket $1{,}94 < x < 2$. Därmed uppfylls inte kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_R och 1 A_K)



Linjen L har en ekvation enligt formen
y=kx+m då den är en rät linje.
⇓
L=kx+m då L går genom origo är m-värdet 0.

L=kx+0

Linjen L skär linjen y=2x-3 efter punkten (50,97)
Linjen L's k-värde måste alltså vara så stort att
L inte skär linjen innan punkten (50,97) men
mindre än 2 (y's k-värde) för annars skär de
varandra på den negativa sidan i koordinatsystemmet
$k<2$

$k > \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{97}{50} = \frac{194}{100} = 1,94$

De möjliga ekvationerna för L är
$L = kx+m$ där $2 > k > 1,94$ och $m=0$

Kommentar: Lösningen visar en tydlig figur för linjen $y = 2x - 3$ med markering av punkten (50, 97). I lösningen förklaras varför linje L har ekvationen $y = kx$ och ett korrekt intervall anges utifrån en godtagbar motivering. Trots att ett resonemang om fallet $k = 2$ saknas bedöms lösningen uppfylla kravet för båda resonemangspoängen. Lösningen är lätt att följa och förstå och det matematiska språket godtagbart trots att uttrycken ”efter punkten (50, 97)” och ”innan punkten (50, 97)” är något otydliga. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.