

1. Instruktioner för att genomföra del A

Beskrivning av delen

I exempelprovet handlar del A om sannolikhetslära. Till delen följer separata A4-ark med kort och separata A3-ark med trädidiagram som används vid genomförandet.

Del A finns i två versioner. Genomförandet görs på ett likartat sätt för de båda versionerna. I varje version ska eleverna först spela ett spel med hjälp av kort. Spelet följs sedan av ett antal frågor. Några av frågorna ska en enskild elev svara på och andra är diskussionsfrågor. I båda versionerna har eleverna möjlighet att visa kvaliteter inom alla nivåer i kunskapskraven.

Del A genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprövningar har provtiden per grupp varit cirka 30 minuter.

Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprövningar har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre. Om läraren bedömer att någon elev mår bättre av att provas enskilt går det naturligtvis bra. Det ställer då högre krav på läraren om eleven ska få visa alla de förmågor och kvaliteter som uppgiften avser att pröva.

Utrustning för eleverna

Som stöd vid genomgång av spelreglerna finns förklarande bilder i A4-format som kopieringsunderlag. På bordet bör det finnas pennor som eleverna kan använda.

Tillåtna hjälpmedel i del A är formelblad för matematik 1, linjal samt digitala hjälpmedel. Formelbladet till de nationella proven för matematik 1 finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen.

Lärares förberedelser

- Läs igenom instruktionerna för hur delen ska genomföras och de båda versionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas besvara frågorna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella. Kopiera eventuellt frågorna för att kunna föra anteckningar för varje grupp.
- Kopiera "Information till eleverna". Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda.
- Klipp ut korten för båda versionerna. Dessa är bifogade på separata ark, tre per version. Ett ark räcker för spel med fyra elever. Önskar man fler kort finns de som kopieringsunderlag.
- Kopiera ett trädidiagram för varje grupp. Det finns ett trädidiagram i A3-format till varje version. Dessa är bifogade på separata A3-ark som kopieringsunderlag. Trädidiagrammen finns även i A4-format som kopieringsunderlag.
- Kopiera en uppgiftsspecifik bedömningsmatris eller en förenklad matris för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter eleverna visar under delen kan göras i matrisen.

2. Uppgifter för del A

Version 1 – Sten, sax och påse

- Delen inleds med att eleverna spelar ett spel.
- När spelet har genomförts fördelar och ställer läraren ett lämpligt antal frågor. Eleverna ska besvara frågorna och motivera sina svar.
- De inledande frågorna på s. 8 är grundläggande. De efterföljande frågorna 1–12, på s. 9, varierar i svårighetsgrad.
- Frågorna 1–7 behöver behandlas i given ordning eftersom de naturligt bygger på varandra.
- Frågorna 8–12 är fristående och kan ställas även om alla frågor 1–7 inte behandlats.
- Fråga 1 och 12 är markerade eftersom dessa vid utprövningar ofta gett ”snabba” felsvar och krävt uppmaning till eleverna att fundera igen och t.ex. titta på korten.
- Eleverna kan med fördel använda korten under hela delen.

Spel

Läraren inleder delen med att informera eleverna om hur de ska spela spelet och vad som menas med vinst av en spelomgång. Den förklarande bilden som beskriver spelreglerna finns som kopieringsunderlag.

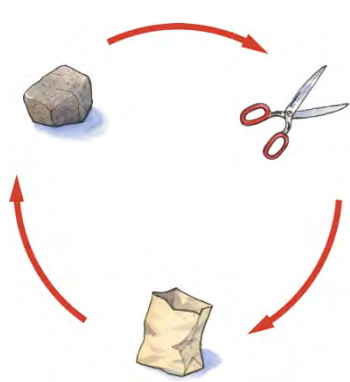
Eleverna spelar spelet under en till två minuter eller minst tre spelomgångar. De spelar två och två, är de tre i en grupp kan de turas om att spela.

SPELREGLER

Sten vinner över sax.
Sax vinner över påse.
Påse vinner över sten.
Lika ger oavgjort.

SPELETS GÅNG

- Spelet spelas i par.
- Varje deltagare får tre kort, ett med sten, ett med sax och ett med påse.
- Deltagaren blandar sina kort och lägger dem på bordet med baksidan upp.
- Första draget: Deltagarna vänder slumpmässigt upp varsitt kort och konstaterar vem som har vunnit eller om draget blev oavgjort enligt spelreglerna. De första korten är nu förbrukade.
- Andra och tredje draget utförs på samma sätt som första draget.
- Efter tre drag är **spelomgången** slut. Flest vunna drag vinner spelomgången.



The diagram illustrates the cyclical nature of the game. It features three icons: a grey rock at the top left, a pair of scissors at the top right, and a yellow paper bag at the bottom center. Three red curved arrows connect them in a clockwise cycle: one from the rock to the scissors, one from the scissors to the bag, and one from the bag back to the rock.

Version 2 – Brasa, trasa och vatten

- Delen inleds med att eleverna spelar ett spel.
- När spelet har genomförts fördelar och ställer läraren ett lämpligt antal frågor. Eleverna ska besvara frågorna och motivera sina svar.
- De inledande frågorna på s. 8 är grundläggande. De efterföljande frågorna 1–12, på s. 9, varierar i svårighetsgrad.
- Frågorna 1–7 behöver behandlas i given ordning eftersom de naturligt bygger på varandra.
- Frågorna 8–12 är fristående och kan ställas även om alla frågor 1–7 inte behandlats.
- Fråga 1 och 12 är markerade eftersom dessa vid utprovningar ofta gett ”snabba” felsvar och krävt uppmaning till eleverna att fundera igen och t.ex. titta på korten.
- Eleverna kan med fördel använda korten under hela delen.

Spel

Läraren inleder delen med att informera eleverna om hur de ska spela spelet och vad som menas med vinst av en spelomgång. Den förklarande bilden som beskriver spelreglerna finns som kopieringsunderlag.

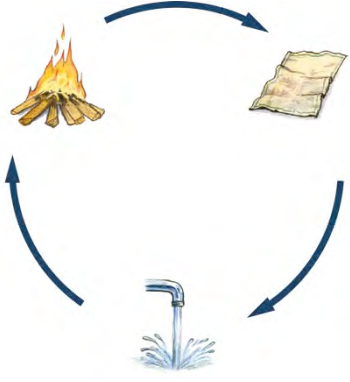
Eleverna spelar spelet under en till två minuter eller minst tre spelomgångar. De spelar två och två, är de tre i en grupp kan de turas om att spela.

SPELREGLER

Brasa vinner över trasa.
 Trasa vinner över vatten.
 Vatten vinner över brasa.
 Lika ger oavgjort.

SPELETS GÅNG

- Spelet spelas i par.
- Varje deltagare får tre kort, ett med brasa, ett med trasa och ett med vatten.
- Deltagaren blandar sina kort och lägger dem på bordet med baksidan upp.
- Första draget: Deltagarna vänder slumpmässigt upp varsitt kort och konstaterar vem som har vunnit eller om draget blev oavgjort enligt spelreglerna. De första korten är nu förbrukade.
- Andra och tredje draget utförs på samma sätt som första draget.
- Efter tre drag är **spelomgången** slut. Flest vunna drag vinner spelomgången.



Frågor till version 1 och version 2

Inledande frågor till kortspel

Efter att eleverna spelat några omgångar fördelas och ställs följande frågor. Eleverna får först besvara sin fråga och övriga elever kan sedan kommentera svaret. Eleverna kan med fördel använda korten för att besvara frågorna.

- Du vinner första draget med kortet ”påse” (”vatten” version 2).
Hur kan spelomgången sluta?
- Det blir oavgjort i första draget, ”sax-sax” (”trasa-trasa” version 2).
Hur kan spelomgången då sluta?
- Hur kan en vinst av en spelomgång se ut?
- Kan en spelomgång ge resultatet 2 vinster och 1 förlust?

Inledande frågor till trädidiagram

Ta fram trädidiagrammet och säg t.ex.; ”Här är ett diagram över en spelomgång. Vad heter ett sådant diagram?” Låt eleverna studera diagrammet en kort stund och sedan besvara varsin fråga. Peka gärna i trädidiagrammet och låt eleverna peka när de svarar på frågorna.

- På de tre inledande grenarna i trädidiagrammet står $\frac{1}{3}$. Vad betyder det?
- I trädidiagrammet finns förgreningar på tre nivåer (I, II, III). Varför?
- Vad innebär den yttersta grenen ”längst till höger” (”längst till vänster” i version 2)?
– Här kan du som lärare peka på den aktuella grenen i trädidiagrammet.
- Vilken eller vilka grenar i diagrammet visar en spelomgång som innehåller, oberoende av ordning, en vinst, en förlust och ett oavgjort drag?

Ytterligare individuella frågor och möjliga diskussionsfrågor till spelet

Låt eleverna besvara de första frågorna individuellt. När en elev besvarat en fråga ges de övriga eleverna möjlighet att kommentera och vidareutveckla svaret. Eventuellt kan några frågor direkt ställas som diskussionsfrågor. Läraren bestämmer utifrån gruppens svar antalet frågor och vilka frågor som behandlas.

Frågorna 1–7 behöver behandlas i given ordning eftersom de naturligt bygger på varandra.

Frågorna 8–12 är fristående och kan ställas även om alla frågor 1–7 inte behandlats.

1. Du vinner första draget. Vilka sannolikheter ger nästa drag (streckade rutan)?
 - Uppmana eleven vid ett snabbt felaktigt svar t.ex. $\frac{1}{3}$, eller efter en längre tystnad, att med hjälp av korten undersöka sannolikheten för vinst i andra draget om det var vinst i det första. Låt eleven efter det utreda sannolikheten för oavgjort och förlust i andra draget.
 - Eventuell stödfråga: Vilka möjliga utfall finns?
 - Låt eleven fylla i sannolikheterna i den streckade rutan i träd-diagrammet.
2. Hur kan man kontrollera att de angivna sannolikheterna i den streckade rutan är rimliga?
3. Du vinner första och andra draget. Vilka sannolikheter ger sista draget (skuggade rutan)?
 - Uppmana eventuellt eleven att med hjälp av korten undersöka sannolikheten.
 - Låt eleven fylla i sannolikheterna i den skuggade rutan i träd-diagrammet.
4. Hur stor är sannolikheten att du vinner alla tre dragen?
5. Hur kan sannolikheten för vinst i en spelomgång skrivas med matematiska symboler?
6. Hur stor är sannolikheten att förlora en spelomgång?
7. Hur stor är sannolikheten för oavgjort resultat i en spelomgång?
8. Varför blir oavgjort det vanligaste resultatet i en spelomgång?
9. Finns det grenar i träd-diagrammet som inte är möjliga i spelet?
10. Du vinner första draget och andra draget blir oavgjort. Hur stor är sannolikheten att spelomgången slutar med vinst-oavgjort-oavgjort?
11. Är detta spel rättvist?
12. Om första draget är en vinst, hur stor är då sannolikheten att spelomgången blir oavgjord?

2. Instruktioner för bedömning av del A

Bedömningen av elevernas prestationer på del A ska göras med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatrix. Matrisen är uppdelad i två aspekter och tre nivåer. Den ena aspekten är *Metod och genomförande* och den andra aspekten är *Redovisning*.

Utöver den uppgiftsspecifika bedömningsmatrixen finns exempel på bedömda elevsvar. Dessa ska ses som ett servicematerial till läraren, som ett stöd för att sätta sig in i uppgiften och bedömningen innan genomförandet. Man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa svar eller beskrivningar.

Under tiden eleverna genomför delen kan läraren göra noteringar i den uppgiftsspecifika matrixen eller i den förenklade matrixen som finns som kopieringsunderlag.

Bedömningsmatrix, del A

(4/3/3)

| | E | C | A |
|-------------------------------|---|---|---|
| Metod och genomförande | <p>Eleven löser något enkelt problem kring spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p>+E</p> <p>Eleven beskriver något samband mellan spel och träd-diagram.</p> <p>+E</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse med viss hjälp (stödfrågor)</p> <p>eller</p> <p>beräknar sannolikheter i flera steg med hjälp av kort och/eller träd-diagram.</p> <p>+C</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse</p> <p>eller</p> <p>använder nyanserade omdömen om träd-diagrammet t.ex. symmetri, komplementhändelser eller möjliga grenar.</p> <p>+A</p> |
| Redovisning | <p>Eleven för ett enkelt resonemang om samband mellan spel och träd-diagram</p> <p>eller</p> <p>om spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p>+E</p> <p>Eleven uttrycker sig enkelt och delar av det matematiska språket är relevant.</p> <p>+E</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikhetsberäkningar i spelet.</p> <p>+C</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och bidrar med idéer och kommentarer med ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikheter för t.ex. beroende händelser, komplementhändelser eller möjliga spelutfall.</p> <p>+A</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och för diskussionerna framåt med ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A</p> |

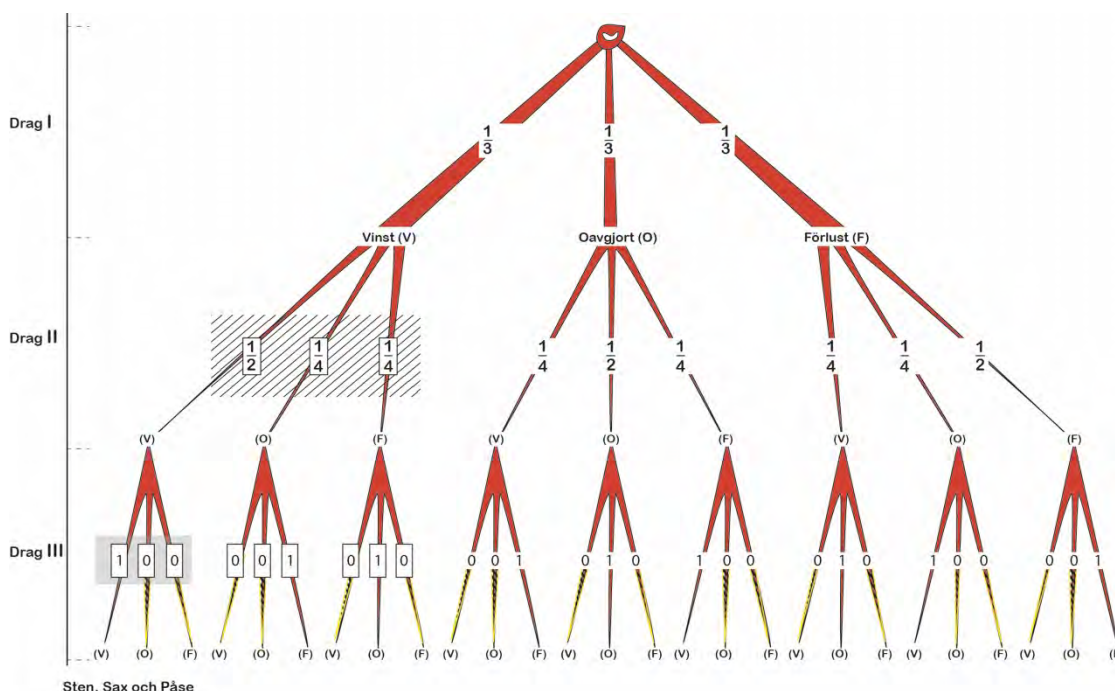
3. Exempel på bedömda elevsvar

På följande sidor visas exempel på godtagbara svar, elevsvar och beskrivningar som framkommit vid utprövningar. Svaren ska ses som ett servicematerial till läraren, som ett stöd för att sätta sig in i uppgiften och bedömningen innan genomförandet. Man kan inte förvänta sig att eleverna använder exakt dessa svar eller beskrivningar.

Elevsvaren har bedömts med hjälp av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Denna bedömning ger möjlighet att se vilken kvalitativ nivå de olika elevsvaren visar. Elevsvaren, som bedöms i respektive elevexemplet, är kursiverade. Eftersom svaren är avskrivna synliggörs t.ex. inte alltid de sekvenser då eleverna pekat i diagrammet när de motiverat sina svar.

Samtliga bedömda elevexempel är skrivna utifrån version 1, Sten, sax och påse.

Version 1 – Sten, sax och påse

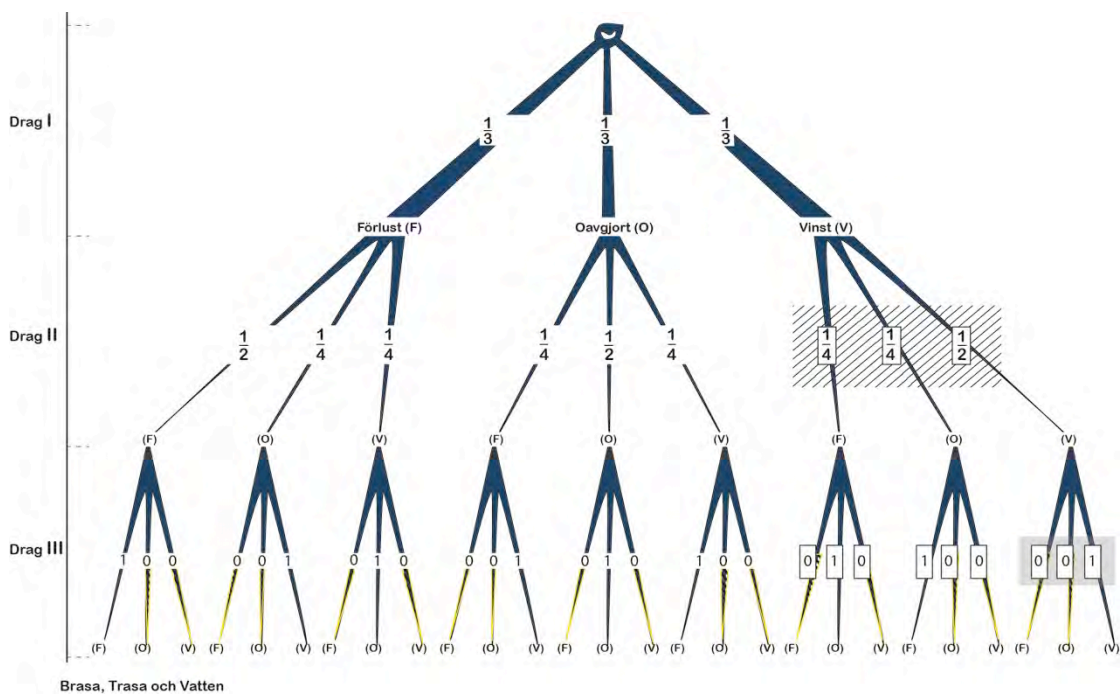


$$P(\text{vinst}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{förlust}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{oavgjort}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Version 2 – Brasa, trasa och vatten



$$P(\text{vinst}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{förlust}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{oavgjort}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Eleve exempel 1

Inledande frågor till kortspel

- Du vinner första draget med kortet ”påse” (”vatten” version 2).
Hur kan spelomgången sluta?
Jag vinner över henne, för om jag vinner på påse måste hon lagt en sten. Antingen vinner jag över henne hela omgången eller så blir det lika. Eleven pekar på korten.
- Kan en spelomgång ge resultatet 2 vinster och 1 förlust?
Nej, det går inte. En annan kamrat går in och förklarar varför.

Inledande frågor till trädidiagram

- På de tre inledande grenarna i trädidiagrammet står $\frac{1}{3}$. Vad betyder det?
För att en påse är ju $\frac{1}{3}$ av alla grenar. Spelet är ju en hel och det är $\frac{3}{3}$ och tar man bort en är det $\frac{1}{3}$.
En annan elev säger att: Jag tänkte att det kanske är sannolikheten att vinna, få oavgjort eller förlora i första draget.
- Vilken eller vilka grenar i diagrammet visar en spelomgång som innehåller, oberoende av ordning, en vinst, en förlust och ett oavgjort drag?
Eleven pekar på en gren och säger: *Måste det vara i just den ordningen?*
Nej, svarar läraren och eleven fortsätter att peka på fler alternativ.

Ytterligare individuella frågor och möjliga diskussionsfrågor till spelet

3. Du vinner första och andra draget. Vilka sannolikheter ger sista draget (skuggade rutan)?
Eleven visar med korten. *Då vinner jag den tredje. Det är 100 % chans att jag vinner.*
4. Hur stor är sannolikheten att du vinner alla tre dragen?
Oj, då måste man räkna. Den sannolikheten är ju inte så stor.
Jo, säger en annan elev, sannolikheten är ju visst stor.
7. Hur stor är sannolikheten för oavgjort resultat?
Det är samma som att få vinst-vinst-vinst. Nej det stämmer inte, det finns fler alternativ.
Först kan man få vinst-förlust-oavgjort eller så blir det så här, eleven pekar på några korrekta grenar i trädidiagrammet.
Eleverna diskuterar tillsammans vilka alternativ som är möjliga, men den elev, vars prestation bedöms i detta exempel bidrar inte till att reda ut sannolikheten för oavgjort resultat.

Bedömning av elevexempel 1

| | E | C | A |
|------------------------|---|---|---|
| Metod och genomförande | <p>Eleven löser något enkelt problem kring spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven beskriver något samband mellan spel och träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse med viss hjälp (stödfrågor)</p> <p><i>eller</i></p> <p>beräknar sannolikheter i flera steg med hjälp av kort och/eller träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse</p> <p><i>eller</i></p> <p>använder nyanserade omdömen om träd-diagrammet t.ex. symmetri, komplementhändelser eller möjliga grenar.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |
| Redovisning | <p>Eleven för ett enkelt resonemang om samband mellan spel och träd-diagram</p> <p><i>eller</i></p> <p>om spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven uttrycker sig enkelt och delar av det matematiska språket är relevant.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikhetsberäkningar i spelet.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och bidrar med idéer och kommentarer med ett relevant matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikheter för t.ex. beroende händelser, komplementhändelser eller möjliga spelutfall.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och för diskussionerna framåt med ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |

Kommentar: Eleven beskriver något samband mellan spelet och träd-diagrammet när den kan peka ut några korrekta grenar som visar oavgjort resultat. Eleven anger chansen att vinna i tredje draget, men gör ingen beräkning för sannolikheten för en beroende händelse.

Eleve exempel 2

Inledande frågor till kortspel

- Du vinner första draget med kortet ”påse” (”vatten” version 2).
Hur kan spelomgången sluta?
En annan elev svarar: Jag vinner över henne, för om jag vinner på påse måste hon lagt en sten. Antingen vinner jag över henne hela omgången eller så blir det lika.
Den elev, vars prestation bedöms i detta exempel lägger till att:
Det är det andra draget som avgör hur det blir. Om hon vinner det första och det andra då är det klart att hon vinner det sista för då har hon de kort som tar det andra. Men om det blir oavgjort i det andra förlorar hon det sista och då blir det oavgjort totalt i omgången. Vinner man det första draget kan man inte förlora.
- Det blir oavgjort i första draget, ”sax-sax” (”trasa-trasa” version 2).
Hur kan spelomgången då sluta?
Eleven visar med korten och säger: *Antingen så vinner jag det andra draget och då blir det oavgjort i omgången för då förlorar jag det sista draget. Eller så blir det oavgjort i alla tre dragen.*

Inledande frågor till trädidiagram

- I trädidiagrammet finns förgreningar på tre nivåer (I, II, III). Varför?
Det är ju tre drag i spelet.

Ytterligare individuella frågor och möjliga diskussionsfrågor till spelet

1. Du vinner första draget. Vilka sannolikheter ger nästa drag (streckade rutan)?
Då måste man först och främst plocka bort ett kort. Den här har två möjligheter att vinna, då blir det oavgjort.
Var det jag som vann?, frågar en elev. Den är 50 % nej, den är 100 %. Nej, kolla här.
Läraren går in och ställer frågan igen, samt frågar också: Vilka möjliga utfall finns?
Fyra möjliga utfall, säger en annan elev.
Den elev, vars prestation bedöms i detta exempel säger då:
Antingen förlorar jag eller så vinner jag eller så blir det oavgjort. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$. Det är $\frac{1}{3}$ i alla tre.
Nej, säger en annan elev. Det stämmer inte riktigt. Det finns ju fyra möjliga utfall.
Alltså blir det $\frac{2}{4}$ att man vinner, $\frac{1}{4}$ för oavgjort och $\frac{1}{4}$ för förlust.
4. Hur stor är sannolikheten att du vinner alla tre dragen?
Det är väl då man ska ta gånger; $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot 1$ alltså $\frac{2}{12}$.
Varför räknade du sådär?, frågar en annan elev.
Det har vi ju lärt oss. Man ska ta gånger på en gren för att få sannolikheten.
En annan elev i gruppen har tidigare svarat korrekt på fråga 3.

9. Finns det grenar i träd-diagrammet som inte är möjliga i spelet?
Ja, förlust-förlust-vinst går ej eller vinst-vinst-förlust går inte, eller oavgjort-vinst-vinst går inte eller oavgjort-förlust-förlust går inte. Oavgjort-oavgjort-vinst går inte.
11. Är detta spel rättvist?
Ja, från början är det rättvist. Man har samma förutsättningar att vinna det första draget, men efter det första draget är det ju inte rättvist, då beror det ju på om man vann det första draget eller inte.

Bedömning av elevexempel 2

| | E | C | A |
|------------------------|--|---|---|
| Metod och genomförande | <p>Eleven löser något enkelt problem kring spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven beskriver något samband mellan spel och träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse med viss hjälp (stödförågor)</p> <p>eller</p> <p>beräknar sannolikheter i flera steg med hjälp av kort och/eller träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse</p> <p>eller</p> <p>använder nyanserade omdömen om träd-diagrammet t.ex. symmetri, komplementhändelser eller möjliga grenar.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |
| Redovisning | <p>Eleven för ett enkelt resonemang om samband mellan spel och träd-diagram</p> <p>eller</p> <p>om spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven uttrycker sig enkelt och delar av det matematiska språket är relevant.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikhetsberäkningar i spelet.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och bidrar med idéer och kommentarer med ett relevant matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikheter för t.ex. beroende händelser, komplementhändelser eller möjliga spelutfall.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och för diskussionerna framåt med ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |

Eleve exempel 3

Inledande frågor till kortspel

- Hur kan en vinst av en spelomgång se ut?
Vänta lite, säger eleven och tar fram korten. *Alltså om jag vunnit första omgången så kommer jag antingen att vinna, förlora eller få oavgjort i andra. Om det är lika i något drag kommer hela omgången sluta lika och om jag förlorar andra så blir det oavgjort i tredje. För vinst kan det aldrig bli lika i någon omgång.*
- Kan en spelomgång ge resultatet 2 vinster och 1 förlust?
Ja, svarar två elever snabbt, *nej vänta*, säger den elev, vars prestation bedöms i detta exempel. *Nej det kan det inte. Det kommer att bli 3 vinster. Blir en lika, blir hela matchen lika.*

Inledande frågor till trädidiagram

- Vad innebär den yttersta grenen ”längst till höger” (”längst till vänster” i version 2)?
Att man har förlorat samtliga drag, tre förluster på raken.
- Vilken eller vilka grenar i diagrammet visar en spelomgång som innehåller, oberoende av ordning, en vinst, en förlust och ett oavgjort drag?
Det borde finnas tre möjliga, säger en elev.
Eller det borde finnas fler, säger den elev, vars prestation bedöms i detta exempel. Det finns en först här, sen två alternativ där. Det blir två på varje sån här gren, så det borde vara 6 stycken.

Ytterligare individuella frågor och möjliga diskussionsfrågor till spelet

1. Du vinner första draget. Vilka sannolikheter ger nästa drag (streckade rutan)?
En elev svarar: Är det inte 33 % chans?
En annan elev säger: Nej, det finns fyra olika möjligheter. De två korten är borta.
Det är vinst så, förlust så, lika så, förlust så. Det är 50 % chans till förlust, 25 % till lika och 25 % till vinst. Alltså, $\frac{1}{4}$ vinst, $\frac{2}{4}$ förlust, $\frac{1}{4}$ oavgjort.
Den elev, vars prestation bedöms i detta exempel säger:
Jag skulle säga tvärtom, jag skulle säga 50 % för vinst och 25 % på de andra. Antingen förlorar du nästa eller oavgjort eller vinst eller vinst. Det är två möjliga vinst, en förlust och en oavgjort. Alltså, $\frac{1}{4}$ förlust, $\frac{1}{4}$ oavgjort och $\frac{2}{4}$ vinst. Förstår ni hur jag tänker?
3. Du vinner första och andra draget. Vilka sannolikheter ger sista draget (skuggade rutan)?
Du måste vinna. Sannolikheten blir 1.
6. Hur stor är sannolikheten att förlora en spelomgång?
Förlora alla dragen?, frågar en elev. Ja, svarar läraren. Då kan vi räkna på det, säger eleven.
Vänta, säger den elev, vars prestation bedöms i detta exempel. *Den är ju exakt lika stor som att vinna en spelomgång. För vinner en person förlorar ju den som den spelar emot. Det är ju*
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

7. Hur stor är sannolikheten för oavgjort resultat?
Det är ju samma som att få vinst-vinst-vinst. Nej det stämmer inte, eftersom det finns fler alternativ. Först kan man få vinst-förlust-oavgjort eller förlust-vinst-oavgjort eller oavgjort-oavgjort-oavgjort.
 Eleverna diskuterar vilka alternativ som är möjliga.
12. Om första draget är en vinst, hur stor är då sannolikheten att spelomgången blir oavgjord?
 En elev svarar: Det är antingen den här grenen eller den här grenen. Är det inte $\frac{1}{2}$?
 Den elev, vars prestation bedöms i detta exempel säger då: *Om jag vinner den första kan jag ju inte förlora. Vinst-oavgjort-förlust, eller vinst-förlust-oavgjort. Det måste vara $\frac{1}{2}$ för man har $\frac{1}{2}$ chans att vinna allt.*

Bedömning av elevexempel 3

| | E | C | A |
|------------------------|---|---|---|
| Metod och genomförande | <p>Eleven löser något enkelt problem kring spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven beskriver något samband mellan spel och träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse med viss hjälp (stödfrågor) eller beräknar sannolikheter i flera steg med hjälp av kort och/eller träd-diagram.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven beräknar sannolikheten för beroende händelse eller använder nyanserade omdömen om träd-diagrammet t.ex. symmetri, komplementhändelser eller möjliga grenar.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |
| Redovisning | <p>Eleven för ett enkelt resonemang om samband mellan spel och träd-diagram eller om spelresultatet med hjälp av kort.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> <p>Eleven uttrycker sig enkelt och delar av det matematiska språket är relevant.</p> <p style="text-align: center;">+E</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikhetsberäkningar i spelet.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och bidrar med idéer och kommentarer med ett relevant matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+C</p> | <p>Eleven för resonemang kring sannolikheter för t.ex. beroende händelser, komplementhändelser eller möjliga spelutfall.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och för diskussionerna framåt med ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p style="text-align: center;">+A</p> |

Bild av spelregler – version 1

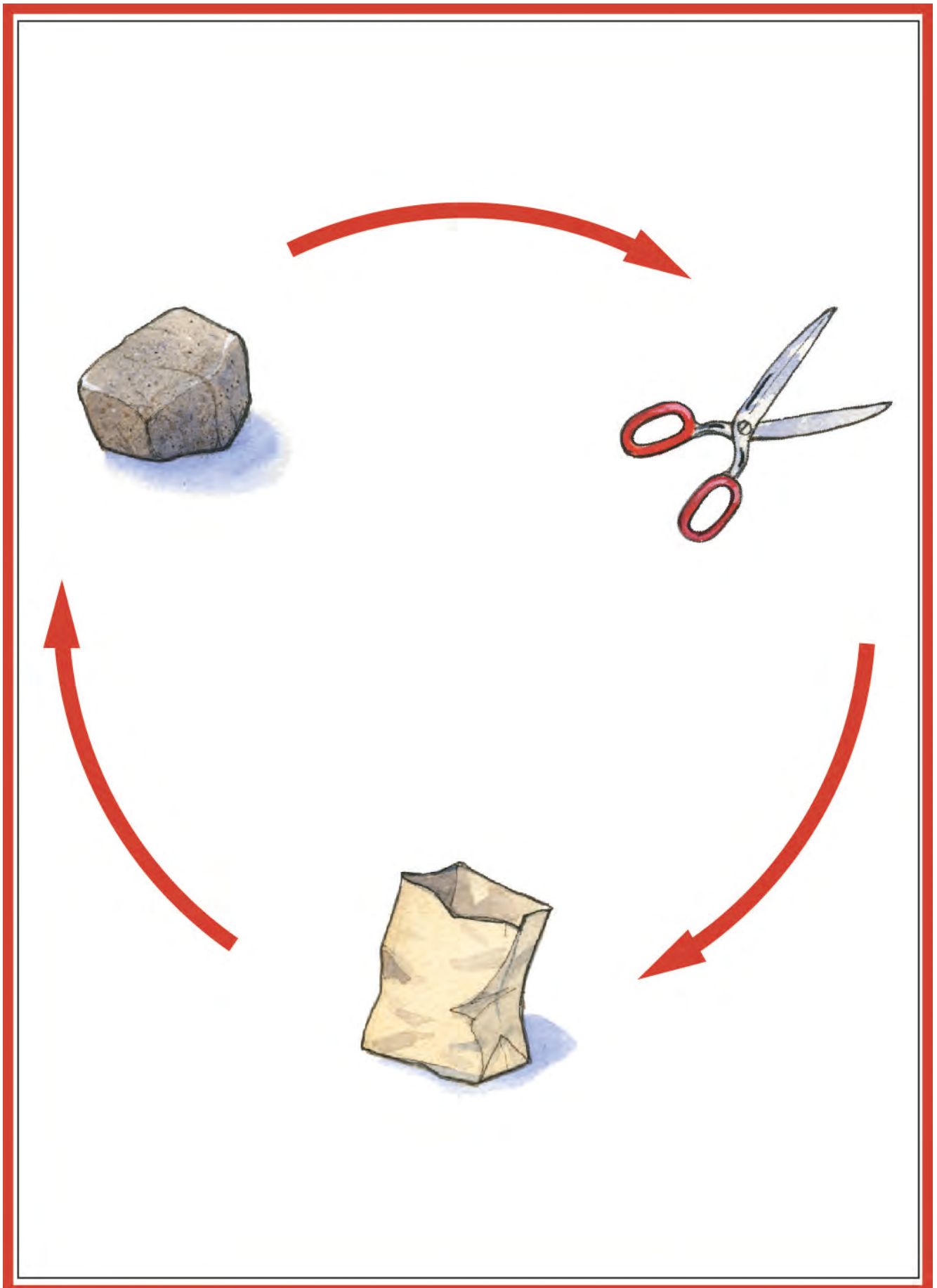
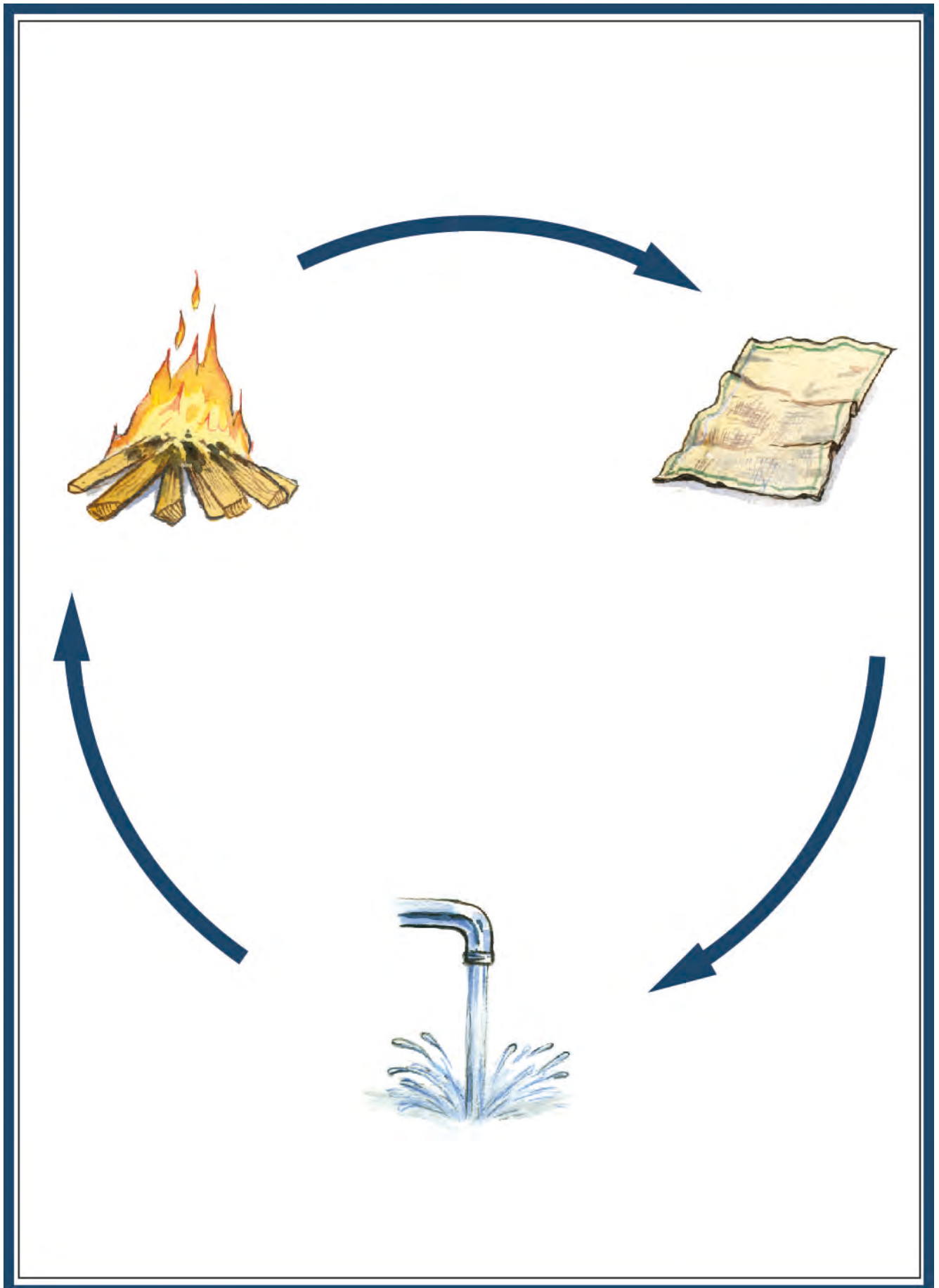














Bild av spelregler – version 2



Kort – version 1

| | | | |
|------|---|------|---|
| Påse |  | Påse |  |
| Sax |  | Sax |  |
| Sten |  | Sten |  |
| Påse |  | Påse |  |
| Sax |  | Sax |  |
| Sten |  | Sten |  |

Kort – version 2













| | | | |
|--------|---|--------|---|
| Vatten |  | Vatten |  |
| Trasa |  | Trasa |  |
| Brasa |  | Brasa |  |
| Vatten |  | Vatten |  |
| Trasa |  | Trasa |  |
| Brasa |  | Brasa |  |

Diagram – version 1

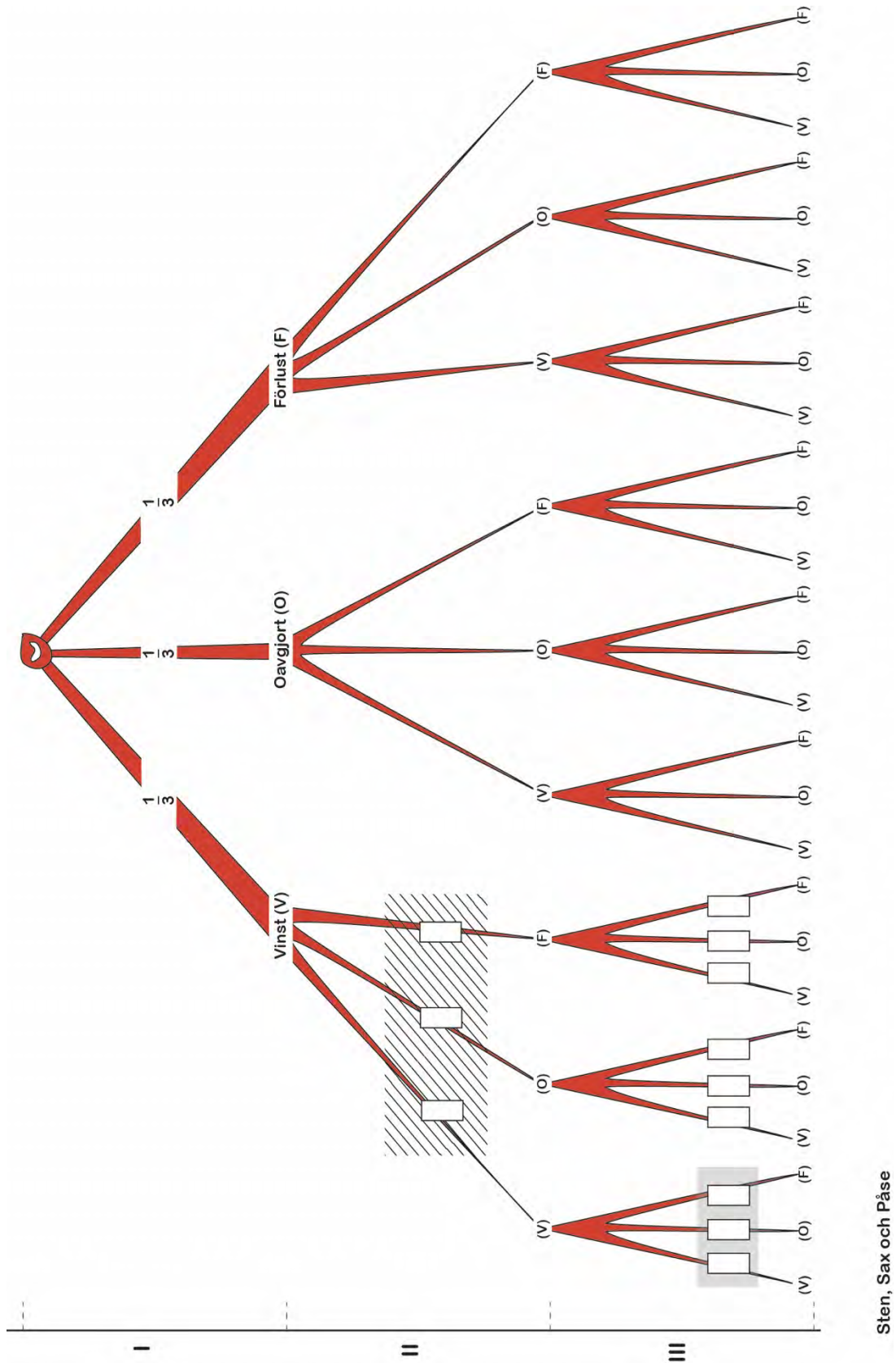


Diagram – version 2

