

Delprov B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11-20. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 22 E-, 22 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 31 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

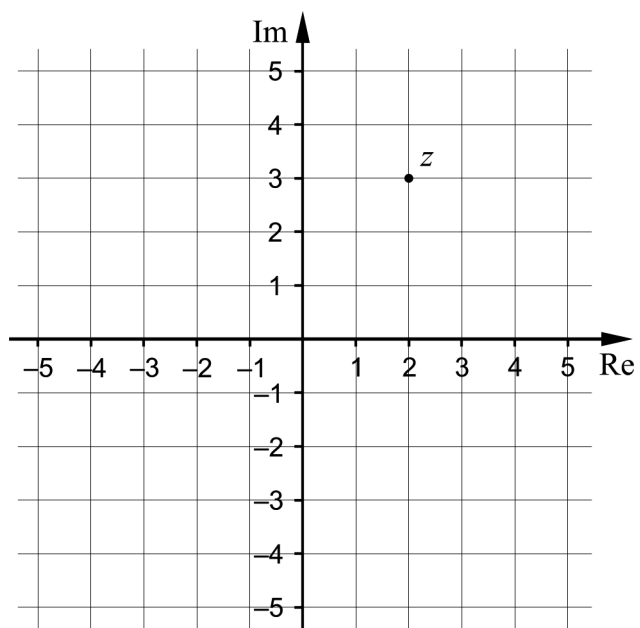
Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. För funktionen f gäller att $f(x) = 5 \sin 4x + 3$

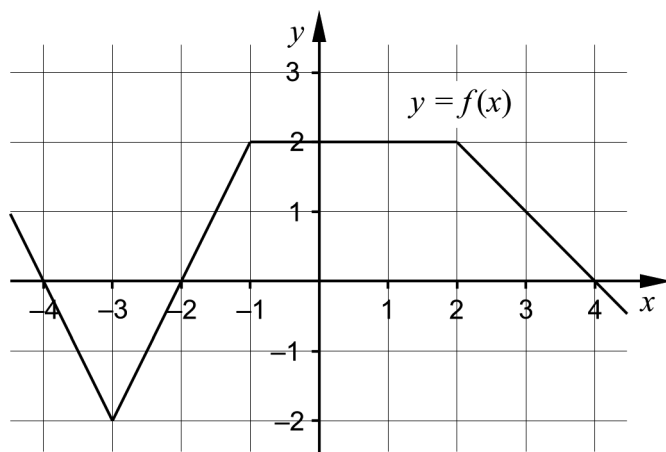
- a) Bestäm det största värde som funktionen kan anta. _____ (1/0/0)
- b) Bestäm $f'(x)$. _____ (1/0/0)

2. I det komplexa talplanet är talet z markerat.



- a) Markera talet \bar{z} i talplanet. (1/0/0)
- b) Bestäm $z \cdot \bar{z}$ _____ (1/0/0)

3. Figuren visar grafen till en funktion f .



Bestäm $\int_{-3}^0 f(x) dx$ _____ (1/0/0)

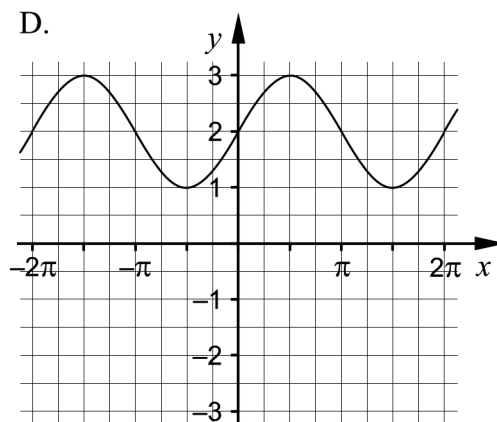
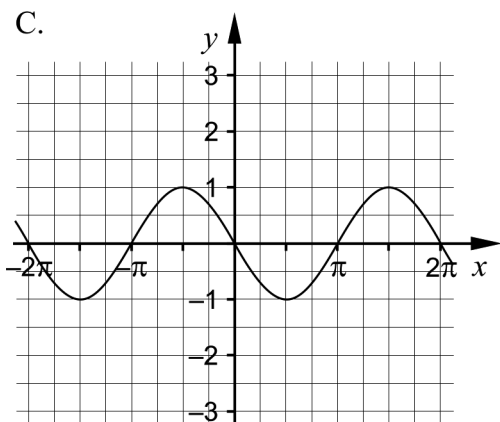
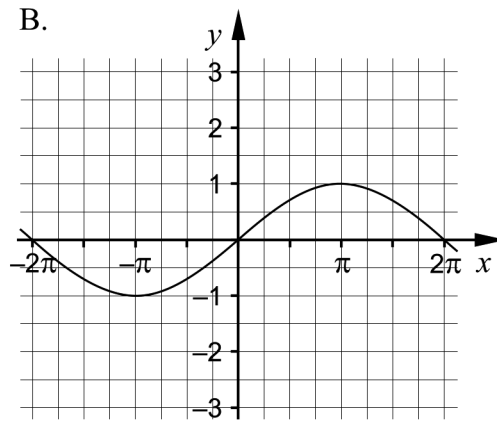
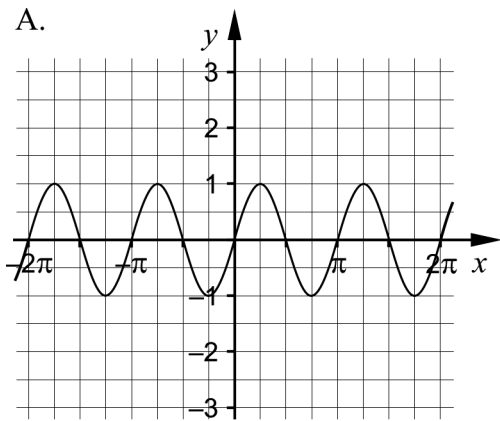
4. För de komplexa talen z och w gäller

$$z = 7 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) \text{ och } w = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

a) Bestäm $\left| \frac{z}{w} \right|$ _____ (1/0/0)

b) Bestäm $\arg \left(\frac{z}{w} \right)$ _____ (1/0/0)

5. Figurerna visar graferna till fyra trigonometriska funktioner.



a) Para ihop följande tre funktioner med rätt graf A–D.

$y = \sin(x) + 2$ hör ihop med graf: _____

$y = \sin(2x)$ hör ihop med graf: _____

$y = \sin(x + \pi)$ hör ihop med graf: _____ (0/1/0)

b) En av graferna A–D går inte att para ihop med någon av de tre funktionerna i a).

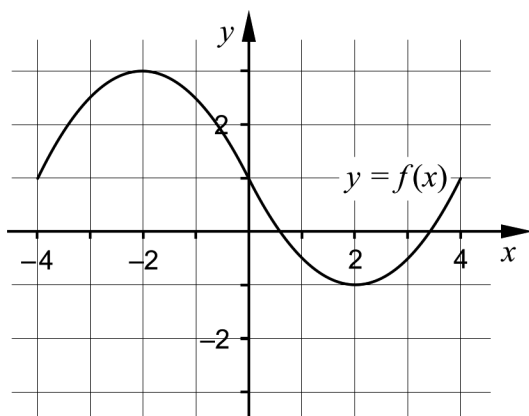
Ange en trigonometrisk funktion som har den grafen.

_____ (0/1/0)

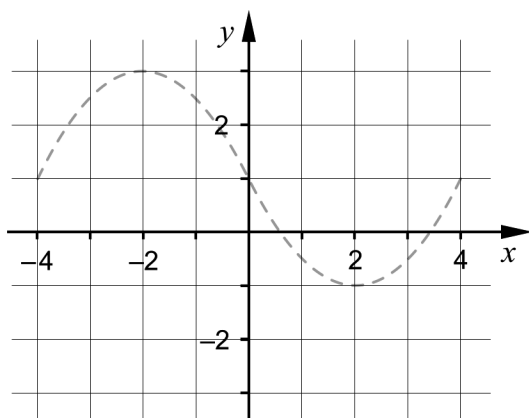
6. Bestäm konstanten a så att polynomet $p(x) = x^5 + 2x^4 - 8x + a$ blir delbart med faktorn $(x - 1)$.

_____ (0/1/0)

7. I koordinatsystemet är kurvan $y = f(x)$ ritad i intervallet $-4 \leq x \leq 4$



Använd koordinatsystemet nedan och skissa kurvan $y = |f(x)|$ i intervallet $-4 \leq x \leq 4$. För att underlätta din skissning är kurvan $y = f(x)$ inritad med en streckad linje.



(0/1/0)

8. $z_1 = \cos 35^\circ + i \sin 35^\circ$ är en rot till ekvationen $z^9 = w$.

Bestäm en annan rot till samma ekvation.

_____ (0/0/1)

9. Ange vilket av alternativen A–H som är det bästa närmevärdet till

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} + 0,01\right) - \sin\frac{\pi}{3}}{0,01}$$

- A. 0
- B. 0,01
- C. 0,5
- D. 1
- E. 2
- F. 10
- G. 50
- H. 100

_____ (0/0/1)

10. Ange en funktion f som har derivatan $f'(x) = 24x(x^2 + 1)^5$

_____ (0/0/1)

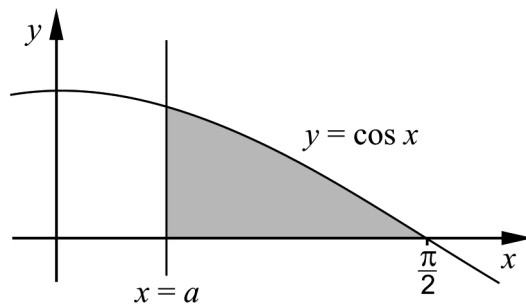
Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Beräkna $\frac{3+5i}{1+i}$. Svara på formen $a+bi$. (2/0/0)

12. Lös ekvationen $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2/1/0)

13. Visa att $\frac{1-\cos^2 x}{\sin x \cos x} = \tan x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

14. Det skuggade området i figuren begränsas av kurvan $y = \cos x$,
 x -axeln och linjen $x = a$, där $0 < a < \frac{\pi}{2}$



Bestäm a så att områdets area blir $\frac{1}{2}$ a.e. (2/1/0)

15. Intäkten vid försäljning av en vara ges av
 $I(p) = 2000p \cdot e^{-0,05p}$
 där I är intäkten i kr/dag och p är varans pris i kr.

Avgör om det finns något pris p som ger maximal intäkt och ange i så fall detta pris. (0/3/0)

16. Parham arbetar med differentialekvationen $y'' + 8y = 6y'$. Han kommer fram till att $y = 4e^{2x}$ är en lösning till ekvationen och visar resultatet för Aida. Aida studerar ekvationen och säger att det inte kan stämma. Hon menar att siffrorna 4 och 2 råkat byta plats i Parhams lösning, för lösningen ska vara $y = 2e^{4x}$ enligt Aida.

Undersök om någon av dem har fel.

(0/2/0)

17. Kurvan $y = h - x^2$, där h är en positiv konstant, begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett område i första kvadranten.

Bestäm h så att områdets area blir $\frac{16}{3}$ a.e.

(0/1/1)

18. Visa att $\sin 345^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

(0/0/2)

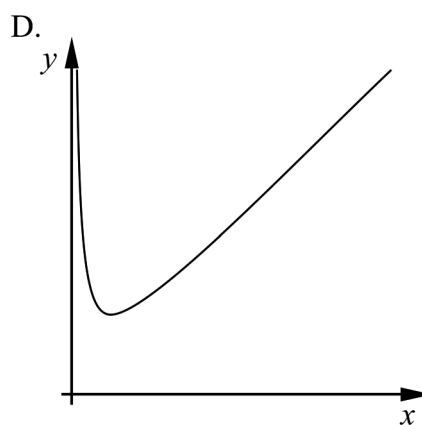
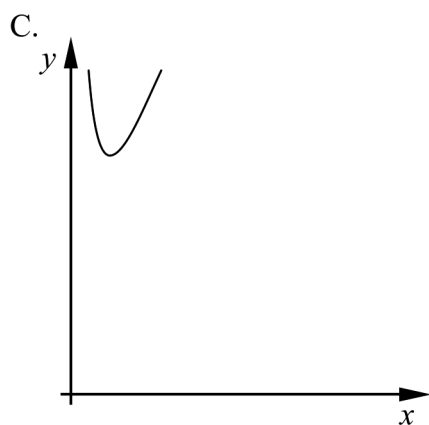
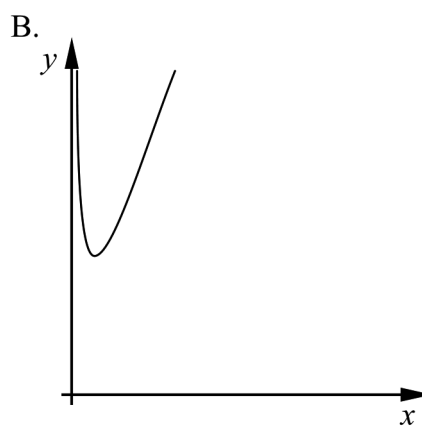
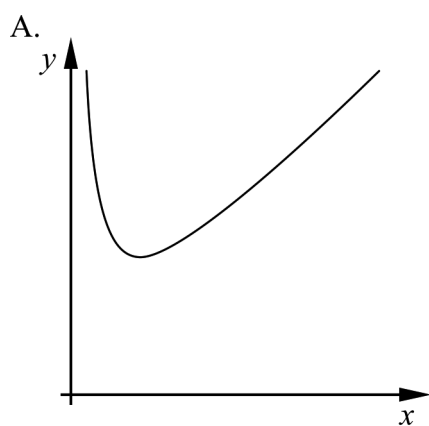
19. Bestäm det minsta värde som funktionen $y = e^{\sin x \cos x}$ kan anta. Svare exakt.

(0/0/2)

20. Funktionerna f_1 , f_2 , f_3 och f_4 är definierade enligt följande:

$f_1(x) = \frac{1}{x} + x$	$f_2(x) = \frac{1}{x} + 3x$
$f_3(x) = \frac{1}{3x} + x$	$f_4(x) = \frac{1}{3x} + 3x$

Figurerna nedan visar funktionernas grafer A–D för $x > 0$
Alla grafer är ritade i koordinatsystem med samma skala.



Para ihop varje funktion $f_1 - f_4$ med rätt graf A–D. Motivera ditt svar.

(0/0/2)