Delprov D	Uppgift 22-30. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

22. Hur många grader är 1,4 radianer? *Endast svar krävs* (1/0/0)

23. Tidvatten är ett fenomen som uppstår på grund av månens dragningskraft på havsvattnet. Under ett dygn uppstår det både ebb (lågvatten) och flod (högvatten). De största skillnaderna mellan ebb och flod på jorden finns vid Newfoundland på Kanadas ostkust.

Enligt en förenklad modell kan vattennivån under ett visst dygn vid Newfoundland beskrivas med funktionen

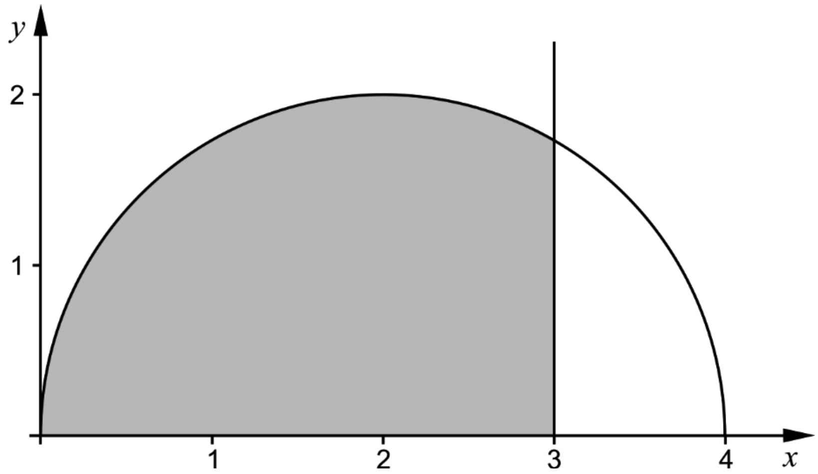
$y = 8{,}0 + 8{,}0\cos 0{,}52x$

där y är vattnets höjd i meter jämfört med lägsta vattennivån och
x är antalet timmar efter klockan 03.00

a) Bestäm höjdskillnaden mellan högsta och lägsta vattennivån enligt modellen ovan. *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Utgå från modellen ovan och bestäm med vilken hastighet vattnets höjd ändras då klockan är 13.00 (1/1/0)

24. I figuren nedan visas ett skuggat område som begränsas av kurvan $y = \sqrt{4x - x^2}$, linjen $x = 3$ och x-axeln.



När det skuggade området roteras runt x-axeln bildas en rotationskropp. Beräkna rotationskroppens volym och svara med minst tre värdesiffror. (2/0/0)

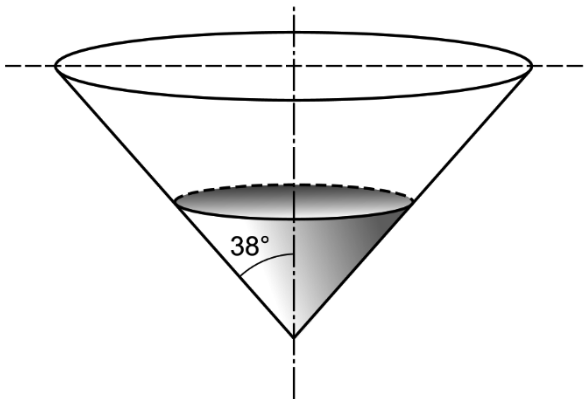
25. Bestäm samtliga rötter till ekvationen $x^3 - 8x = 7{,}6$
Svara med minst tre värdesiffror. *Endast svar krävs* (2/0/0)

26. En vattentank som innehåller 18 500 liter töms med hastigheten $v(t)$ liter/minut, där $v(t) = 890 - 12t$ och t är tiden i minuter från tömningens början.

Hur många liter rinner ut ur tanken under de första 15 minuterna? (0/2/0)

27. Anna har fått i uppgift att lösa följande problem:

En behållare har formen av en rät cirkulär kon, se figur.
Vatten rinner in i behållaren med hastigheten 15 liter/min.
Med vilken hastighet ökar vattennivåns höjd då den är 3,0 dm?

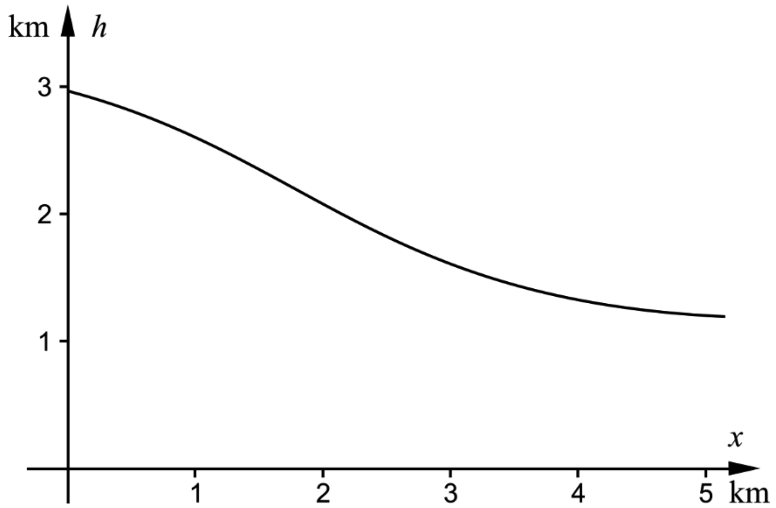


Anna kommer fram till sambandet $V = 0{,}64h^3$, där V är volymen i liter och h är vattennivåns höjd i dm. Sedan vet hon inte hur hon ska fortsätta.

a) Hjälp Anna att fullfölja lösningen. (0/2/0)

b) Visa hur Anna kan ha gjort för att komma fram till sambandet $V = 0{,}64h^3$ (0/3/0)

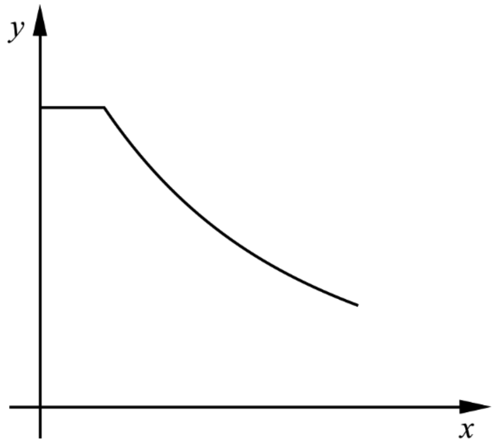
28. Ett företag ska bygga en stuga i en backe i Alperna och vill veta backens lutning. Enligt en förenklad modell kan backens form beskrivas med sambandet $h(x) = 4{,}1 - \dfrac{5 + 3\mathrm{e}^x}{6 + \mathrm{e}^x}$ där $h(x)$ är höjden i km över havet och x är sträckan i km i horisontell riktning.



Företaget ska bygga stugan på den del av backen som ligger på höjden 1,4 km över havet. Bestäm vilken lutning backen har där stugan ska byggas. Svara med minst två värdesiffror. (0/2/0)

29. En trigonometrisk kurva har en maximipunkt i $\left(\dfrac{2\pi}{3}, 5\right)$ och en minimipunkt i $\left(\dfrac{5\pi}{3}, 1\right)$. Kurvan har inga extrempunkter mellan dessa två punkter.
Bestäm en ekvation för kurvan. (0/0/3)

30. Jakob åker till stugan för att klippa sin rosenhäck. Batteriet till hans sladdlösa häcktrimmer är helt urladdat och behöver laddas upp.



Under den första timmen då batteriet laddas håller sig laddningsströmmen konstant på 1,5 ampere. Enligt en förenklad modell ändras laddningsströmmen därefter med hastigheten $\frac{dy}{dx} = -0,468e^{-0,36(x-1)}$ där y är laddningsströmmen i ampere och x är tiden i timmar från det att häcktrimmern börjar laddas. Batteriet anses fulladdat då laddningsströmmen sjunkit till 0,40 ampere.

Bestäm hur lång tid det tar från det att batteriet börjar laddas till dess att det är fulladdat. (0/1/2)