Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($f'(x) = 12x^3 - 12$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad tangent	+1 E_B
b)	Godtagbart ritad sekant, som skär kurvan i minst två punkter varav en är *Q*	+1 E_B
	Se avsnittet Bedömda elevlösningar.	
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($120°$)	+1 E_B
	Kommentar: Även svar på formen $120° + n \cdot 360°$ är korrekt.	
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($(x+3)^5$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (a^2)	+1 C_P
5.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (Alternativ F: $-10\ e^{-5}$ μg/dygn)	+1 C_B
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar ($x_1 = 3$ och $x_2 = -7$)	+1 C_B

7. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar $(-1{,}5)$ +1 C_B

b) Korrekt svar $(-2{,}5)$ +1 C_B

8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar $\left(\dfrac{49+0{,}69x}{x}\right)$ +1 C_M

b) Korrekt svar $(0{,}69)$ +1 A_M

9. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $a = 2$ och $b = 4$) +1 C_B

10. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (10) +1 C_{PL}

11. **Max 0/1/2**

a) Godtagbart svar (5) +1 C_B

b) Godtagbart svar (9) +1 A_B

Kommentar: Svaret $h(-5)$ ges noll poäng.

c) Godtagbart svar $(-0{,}5)$ +1 A_B

Delprov C

12. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (15) +1 E_P

b) Godtagbar ansats till beskrivning, anger att det rör sig om en sträcka +1 E_B

med godtagbar beskrivning av att det är sträckan i m mellan tidpunkterna 1 s och 2 s som beräknats +1 C_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 3/1/0**

Korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 2$ och $x_2 = -2$	$+1\ E_P$
med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater $(-2, 16)$ och $(2, -16)$	$+1\ E_P$
Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär (maximipunkt $(-2, 16)$ och minimipunkt $(2, -16)$	$+1\ E_P$
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.	$+1\ C_K$

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Den tredje procedurpoängen kan delas ut oavsett om den andra procedurpoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. multiplicerar båda leden med $x(1-x)$	$+1\ C_P$
med godtagbar bestämning av lösningen till den omskrivna ekvationen, $x = 1$	$+1\ C_P$
med uteslutning av falsk rot med korrekt svar (Ekvationen saknar lösning)	$+1\ C_R$

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ansätter $f(x) = x^2 + bx$ och deriverar korrekt	$+1\ C_{PL}$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^2 - 4x$)	$+1\ C_{PL}$

16. **Max 0/1/3**

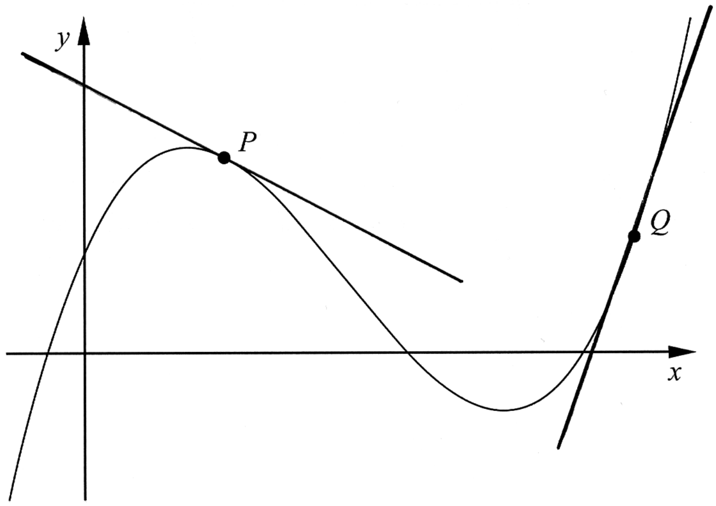
Godtagbar ansats, korrekt bestämning av $f'(a)$, $f'(a) = -\frac{1}{a^2}$	$+1\ C_P$
med godtagbar fortsättning som inkluderar konstruktiv användning av tangeringspunktens koordinater, t.ex. korrekt bestämning av tangentens ekvation $y = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$	$+1\ A_R$
med ett i övrigt godtagbart genomfört bevis	$+1\ A_R$
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.	$+1\ A_K$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

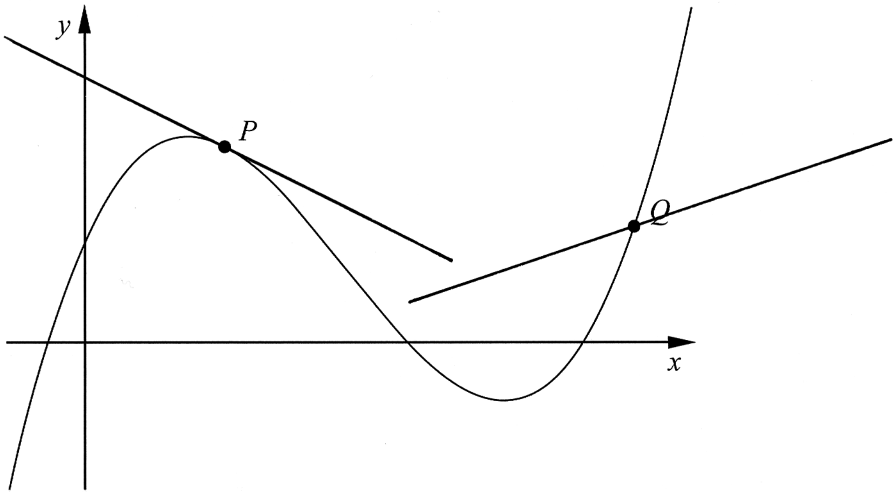
Bedömda elevlösningar

Uppgift 2b

Elevlösning 1 (0 poäng)



Elevlösning 2 (0 poäng)



Kommentar: I elevlösning 1 går det inte att med säkerhet se om det är en sekant som är ritad eller om det är en tangent. Är det en sekant så går den inte genom punkten *Q* vilket är ett av villkoren. I elevlösning 2 går sekanten inte genom minst två punkter på kurvan. Det är då oklart om det verkligen är en sekant som är ritad. Elevlösningarna ovan ges därför båda noll poäng för deluppgift b.

Uppgift 12b

Elevlösning 1 (1 E_B)

På en sekund har stenen fallit 15m

Kommentar: Elevlösningen saknar korrekt beskrivning av tidsintervallet men det framgår att det rör sig om en sträcka i meter. Sammantaget ges elevlösningen begreppspoängen på E- nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B)

Hur långt stenen färdats mellan t = 1s och t = 2s

Kommentar: Elevlösningen innehåller en korrekt beskrivning av tidsintervallet men det framgår inte att sträckan mäts i meter. Sammantaget ges elevlösningen begreppspoängen på E- nivå.

Elevlösning 3 (1 E_B och 1 C_B)

Stenen har fallit 15m mellan den
första och andra sekunden

Kommentar: Elevlösningen beskriver att det är fallsträckan i meter som beräknats. Även om tidsangivelsen ”mellan den första och andra sekunden” är otydlig finns ingen annan rimlig tolkning än att eleven menar det korrekta intervallet. Sammantaget motsvarar lösningen både begreppspoängen på E- och på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (2 E_P)

$f(x) = x^3 - 12x$

$f'(x) = 3x^2 - 12$

$3x^2 - 12 = 0$

$3x^2 = 12$

$x^2 = 12/3$

$x = \pm\sqrt{12/3}$

$x = \pm 2$

$f''(x) = 6x$

$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12 > 0$ Minimi

$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$ Maximi

SVAR $\begin{cases} \text{Minimum då } x = 2 \\ \text{Maximum då } x = -2 \end{cases}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt beräkning av derivatans nollställen och verifiering, dock saknas beräkning av y-koordinaterna. Därmed ges elevlösningen den första och den tredje procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösning 2 (3 E_P)

$f(x) = x^3 - 12x$

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$

$3x^2 - 12 = 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 = -16$

$f(-2) = -2^3 - 12 \cdot -2 = -8 + 24 = 16$

$f''(x) = 6x$

$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12$ Min $(2, -16)$

$f''(-2) = 6 \cdot -2 = -12$ Max $(-2, 16)$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater och karaktär, vilket ger tre procedurpoäng på E-nivå. När det gäller kommunikationen är lösningen strukturerad och innehåller de väsentliga delarna. Däremot är skrivsättet "$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$" inte lämpligt, parenteser runt negativa tal saknas, det framgår inte att positiv andraderivata ger minimum och att negativ andraderivata ger maximum. Därmed anses lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 12x$

$f'(x) = 3x^2 - 12$

$3x^2 - 12 = 0$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

x	-3	-2	0	2	3
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	Max	$\searrow$	Min	$\nearrow$

$f(2) = 2^3 - 12\cdot 2 = -16$

$f(-2) = (-2)^3 - 12\cdot(-2) = 16$

Svar: Maximipunkt $(-2, 16)$

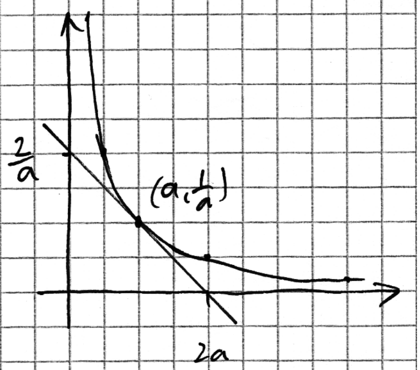
Minimipunkt $(2, -16)$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt när det gäller bestämning av extrempunkternas koordinater och karaktär, vilket ger tre procedurpoäng på E-nivå. När det gäller kommunikationen är lösningen strukturerad, symboler och representationer används korrekt och lösningen innehåller i huvudsak de väsentliga delarna. Eventuellt saknas beräkningar som stödjer teckenschemats utseende. Lösningen anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (0 poäng)

Eftersom kurvans funktion är $y = \frac{1}{x}$ kommer tangenten till kurvan vid punkten $(a, \frac{1}{a})$ alltid att skära y-axeln vid $2 \cdot 1/a$ och x-axeln vid $2a$



$y = 1/x$

$$A = \frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ A.E.}$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller korrekt angiven skärning med *x*- och *y*-axeln, men redovisning för dessa saknas. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$ Tangentens ekvation $y = kx + m$

Tang. punkt $(1,1)$
$k = y'(1) = -1$
$1 = -1 \cdot 1 + m$
$m = 2$, $y = -1 \cdot x + 2$
$x = 0$ ger ~~ba~~ höjd : 2
$y = 0$ ger bas : 2
$A = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$

Tang. punkt $(0.5, 2)$
$k = y'(0.5) = -4$
$2 = -4 \cdot 0,5 + m$
$m = 4$, $y = -4x + 4$
$x = 0$ ger höjd : 4
$y = 0$ ger bas : 1
$A = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2$

Tang. punkt $(2, 0.5)$
$k = y'(2) = -0,25$
$0.5 = -0,25 \cdot 2 + m$
$m = 1$, $y = -0,25x + 1$
$x = 0$ ger höjd : 1
$y = 0$ ger bas : 4
$A = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$

Arean blir alltså 2

Kommentar: Eftersom slutsatsen baseras på specialfall och inte en generell behandling, ges elevlösningen noll poäng.

Elevlösning 3 (1 C_P och 2 A_R)

$f(x) = \frac{1}{x}$

$= -\frac{1}{x^2}$

$f'(a) = -\frac{1}{a^2}$

$y = kx + m$

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2} \cdot a + m$

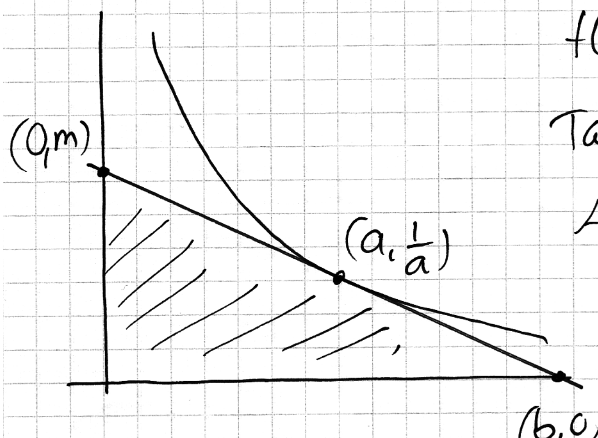
$m = \frac{2}{a}$

x-axeln : $0 = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$ $\quad x = \frac{2}{a} \cdot a^2 = 2a$

$\frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = 2$ Arean är alltid 2 areaenheter

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ger därför en procedurpoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå. Lösningen är inte välstrukturerad. Symbolhanteringen är bristfällig på andra raden där symbolen $f'(x)$ saknas. Det framgår inte heller med tydlighet hur basen och höjden i triangeln bestäms. Därmed bedöms inte lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 C_P, 2 A_R och 1 A_K)



$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Tangentens lutning $f'(a) = \frac{-1}{a^2} = k$

$A = \frac{b \cdot m}{2}$

$k = \frac{m - 1/a}{0 - a} = -\frac{1}{a^2}$

$m - 1/a = 1/a \Rightarrow m = 2/a$

$k = \frac{\frac{1}{a} - 0}{a - b} = -\frac{1}{a^2}$

$-a^2 \cdot \frac{1}{a} = a - b$

$b - a = a \Rightarrow b = 2a$

$A = \frac{b \cdot m}{2} = \frac{2a \cdot 2/a}{2} = 2$

Dvs. arean är alltid 2.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen alla de poäng som uppgiften kan ge, inklusive kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 C_P, 2 A_R och 1 A_K)

Tangeringspunkten $= (a, \frac{1}{a})$

lutningen $y' = -x^{-2}$ och $y'(a) = -a^{-2}$

Tangentens funktion $y - y_1 = k(x - x_1)$

$y - \frac{1}{a} = -a^{-2}(x-a)$

$y - \frac{1}{a} = -a^{-2}x + a^{-1}$

$y = -a^{-2}x + \frac{1}{a} + \frac{1}{a}$

$\underline{\underline{y = -a^{-2}x + \frac{2}{a}}}$

Triangelns höjd $y = -a^{-2} \cdot 0 + \frac{2}{a} = \underline{\underline{\frac{2}{a}}}$

Trinangelns bas $0 = -a^{-2} \cdot x + \frac{2}{a}$

$a^{-2}x = \frac{2}{a}$

$a^{-1}x = 2$

$\frac{1}{a} \cdot x = 2$

$\underline{\underline{x = 2a}}$

Triangelns area $\frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = \frac{\frac{2a \cdot 2}{a}}{2} = \frac{\frac{4a}{a}}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$

Triangelns area är alltid 2.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. Trots att termen ”tangentens funktion” används uppfyller lösningen kraven för samtliga poäng som uppgiften kan ge.