Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

15. **Max 0/0/3**

Godtagbar lösning av problemet med valfri metod, $\left(A = \dfrac{4}{7}\right)$	+1 A_{PL}
med godtagbar motivering till varför gränsvärdet är $\dfrac{A}{4}$, t.ex. ”$\dfrac{A}{x}$ blir litet då x blir jättestort.”	+1 A_R
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, ≈, ∞, →, parenteser, bråkstreck, $\lim\limits_{x \to \infty}$ samt termer såsom gränsvärde och oändligheten etc.	+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $3x^2 - 0{,}88 = 5$	+1 E_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -1{,}4$ och $x_2 = 1{,}4$)	+1 E_{PL}

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder areasatsen korrekt	+ 1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (63 cm^2)	+ 1 E_P

18. **Max 3/2/0**

a)

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ”Därför att arean är lika stor på båda sidor om *y*-axeln.” *eller* ”Därför att kurvan är symmetrisk.” 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang som inkluderar att kurvans symmetriegenskaper relativt *y*-axeln medför att areorna är lika stora, t.ex. ”Därför att den här andragradskurvan är symmetrisk kring *y*-axeln och då blir arean lika stor på båda sidor om *y*-axeln.” 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt beräkning av $\int_0^2 (-0{,}75x^2 + 3)\mathrm{d}x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12 a.e.) +1 E_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, $f(x)$, A, x, $\int \mathrm{d}x$, index samt termer såsom, *x*-koordinat, *y*-koordinat, koordinater, *x*-axel, *y*-axel, punkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, kurva, hörn, maximipunkt, över- och underfunktion, area, sida, längd, rektangel etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $90^2 = 70^2 + 110^2 - 2 \cdot 70 \cdot 110 \cos v$ och bestämmer vinkeln, $v \approx 54{,}7°$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (180 m) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, $\cos v \approx 0{,}578$, $v \approx 54{,}7°$, symbol för vinkel, termer såsom avstånd, sträcka, vinkel, triangel, figur med införda beteckningar, hänvisning till cosinussatsen, sinussatsen, sidovinklar, vinkelsumma i en triangel samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/3/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (2,5 miljarder) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter några stora tal i funktionsuttrycket +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11 miljarder) +1 C_M

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, parenteser, bråkstreck, $N(t)$, $N(0)$, t, $\lim\limits_{t\to\infty}$, figur föreställande graf samt termer såsom funktion, graf, kurva, funktionsvärde, lutning, derivata, gränsvärde etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar funktionen korrekt +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att ekvationen $f'(4) = 2$ ska lösas +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a + b = 6$) +1 C_{PL}

22. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, inleder ett välgrundat generellt resonemang genom att konstatera att positiv derivata innebär att funktionen är (strängt) växande +1 A_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt slutsats (1 lösning) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionens derivata ska undersökas, t.ex. genom att använda att $V''(t) = 0$ och teckna ekvationen $0{,}6t - 2{,}46 = 0$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, där $V'(4{,}1)$, $V'(0)$ och $V'(8)$ undersöks, med godtagbart svar (mellan 1,5 kg/år och 6,5 kg/år) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\int 5{,}73\mathrm{e}^{0{,}0573\cdot t}\,\mathrm{d}t$ kan användas +1 A_B

med godtagbar fortsättning, tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t=0$, t.ex. genom att teckna $100+\int_0^x 5{,}73\mathrm{e}^{0{,}0573\cdot t}\,\mathrm{d}t=100000$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (120 min) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $f(x)$, $f'(x)$, dt, integralbeteckning, termer såsom förändringshastighet, derivata, övre och undre integrationsgräns etc. +1 A_K

Kommentar: Observera att vissa felaktiga lösningar, t.ex.

$\int_0^x 5{,}73\mathrm{e}^{0{,}0573\cdot t}\,\mathrm{d}t=100000$ också ger svaret 120 minuter.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Uppgift 18a

Elevlösning 1 (0 poäng)

Avståndet mellan 0 och 2 är samma som mellan −2 och 0

Kommentar: Elevlösningen innehåller varken hänvisning till lika stora areor eller till andragradskurvans symmetriegenskaper. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

För att de fyller upp från båda sidor om y-linjen. Det blir samma för det är negativt på en sida och positivt på en sida.

Kommentar: Elevlösningen innehåller varken hänvisning till lika stora areor eller till andragradskurvans symmetriegenskaper. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_R och 2 E_{PL})

a) Det är lika mycket yta under kurvan på båda sidor

b) Rektangel $4 \cdot 5 = 20$

Kurva $\int_{-2}^{2}(-0{,}75x^2+3)\,dx = 8$ (grafräknare)

Arean $= 20 - 8 = 12$

Kommentar: I a)-uppgiften hänvisas till lika stora areor men inte till symmetriegenskaper hos $f(x) = -0{,}75x^2 + 3$ relativt *y*-axeln. Därmed uppfyller lösningen kraven för resonemangspoängen på E-nivå, men inte kraven för resonemangspoängen på C-nivå.

Lösningen till b)-uppgiften är korrekt och utförs med grafräknare. När det gäller kommunikationen för uppgift 18 som helhet, uppfyller denna lösning inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå eftersom ”yta” används istället för ”area”, det framgår inte vilken funktion på grafräknaren som använts vid integralberäkningen och areaenheter saknas.

Elevlösning 2 (1 E_R, 1 C_R, 2 E_{PL} och 1 C_K)

a) Eftersom det är en andragradskurva med maxpunkt på y-axeln kommer arean att vara lika stor på båda sidor om y-axeln.

b) Arean hos rektangeln: $5 \cdot 4 = 20$ a.e.

Arean under kurvan:

$$2\int_0^2 (-0{,}75x^2+3) = 2 \cdot 4 = 8 \text{ a.e.}$$

$$y_1 = -0{,}75x^2+3$$

calc 7: $\int f(x)dx$ ger 8

Arean hos området som söks $20-8$ a.e $= 12$ a.e.

Kommentar: I a)-uppgiften dras en korrekt slutsats baserat på att andragradskurvan har en maximipunkt på *y*-axeln. Det framgår dock inte tydligt av lösningen att en andragradskurva med maximipunkt på *y*-axeln är symmetrisk och att det i sin tur medför att arean blir lika stor på båda sidor om *y*-axeln. Resonemanget bedöms därmed nätt och jämnt uppfylla kravet för resonemangspoängen på C-nivå.

Även b)-uppgiften löses korrekt och här används grafräknaren för att bestämma arean under kurvan. Det visas vilken funktion på grafräknaren som använts för att bestämma integralen. Eftersom $\int_0^2 (-0{,}75x^2+3)\,dx$ bestäms på grafräknaren borde det stå att räknaren ger 4 a.e. och inte 8.a.e.

När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att ”d*x*” saknas i integralen, a)-uppgiften innehåller en otydlighet och påståendet att räknaren ger 8 a.e. är felaktigt. Därmed anses kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfylld. Sammantaget bedöms denna elevlösning ge alla poäng som uppgiften kan ge.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (2 C_{PL})

$90^2 = 70^2 + 110^2 - 2 \cdot 70 \cdot 110 \cdot \cos v$

$\cos v = 0,57\ldots$

$v = \cos^{-1}(0.57) \approx 54,69°$

$w = 180 - 54,69 = 125,3$

$x^2 = 70^2 + 130^2 - 2 \cdot 70 \cdot 130 \cdot \cos 125,3 = 32312,1$

$x = 179,77 \approx \underline{\underline{180\text{ m}}}$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ges därmed två problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation så är beteckningarna *v* och *w* som används inte definierade, hänvisning till cosinussatsen saknas och enheter (grader) saknas på några ställen. Elevlösningen uppfyller därmed inte kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Cosinussatsen i $\triangle ADC$:

$70^2 = 90^2 + 110^2 - 2 \cdot 110 \cdot 90 \cdot \cos C$

$\cos C = \dfrac{90^2 + 110^2 - 70^2}{2 \cdot 110 \cdot 90}$

$C \approx 39,4°$

Cosinussatsen i $\triangle ABC$

där $x = AB$

$x^2 = 90^2 + (110+130)^2 - 2 \cdot 90(110+130) \cdot \cos 39,4$

$x^2 \approx 32317,9$

$x = \sqrt{32317,9} \approx 180\text{ m}$ $\quad$ $\underline{\underline{\text{SVAR: } 180\text{ m}}}$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ges därmed två problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation så saknas figur men hänvisningen till den givna figuren med symboler och beteckningar är så tydlig att lösningen går att följa och förstå. Hänvisning till använda satser är tydlig, användning av symboler är anpassad till syfte och situation samt användning av enheter är korrekt. Elevlösningen uppfyller kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (0 poäng)

a) 2,5 miljarder

b) $N(t) = \dfrac{11}{1+3,4e^{-0,03t}}$

Sätt in $300 = t$

$N(300) = \dfrac{11}{1+3,4e^{-0,03 \cdot 300}} \approx 11$ miljarder

Kommentar: Redovisning saknas helt på a)-uppgiften. Eftersom enbart ett värde beräknas i b)-uppgiften framgår det inte att antalet människor *närmar sig* 11 miljarder. Lösningen till både a)- och b)-uppgiften ges därmed 0 poäng.

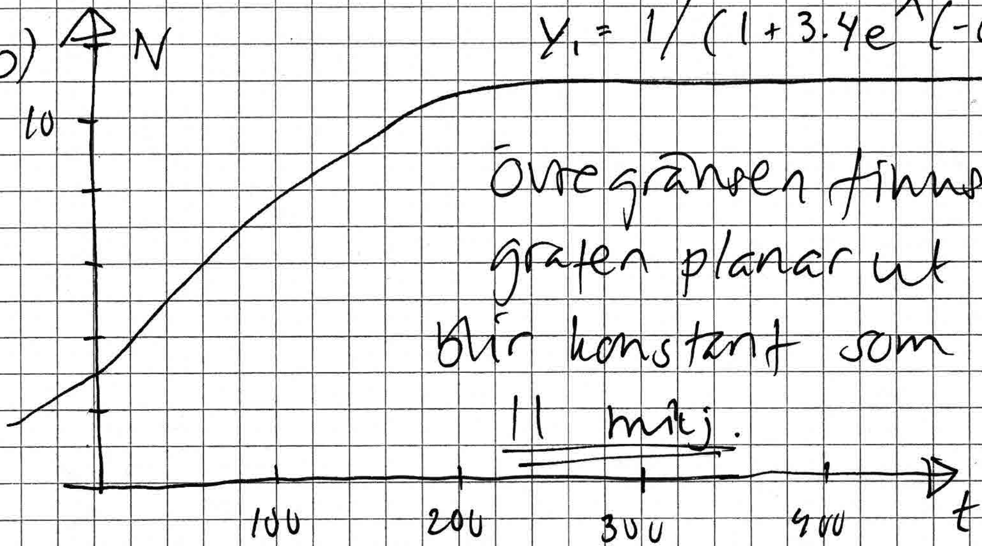
Elevlösning 2 (1 E_M, 2 C_M och 1 C_K)

$$N(t) = \frac{11}{1+3{,}4e^{-0{,}03t}}$$

a) $t = 0$

$$N(0) = \frac{11}{1+3{,}4\cdot e^{0}} = \underline{\underline{2{,}5 \text{ milj.}}}$$

b) $Y_1 = 1/(1+3.4e\text{^}(-0.03x))$



Övregränsen finns där grafen planar ut och blir konstant som är $\underline{\underline{11 \text{ milj.}}}$

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara lösningar till både a)- och b)-uppgiften och ges en modelleringspoäng på E-nivå och två modelleringspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är grafen inte helt korrekt ritad, den borde närma sig 11 miljarder snabbare än vad som framgår i figuren. Påståendet att ”grafen planar ut och blir konstant” är inte korrekt, även om det ser ut så i grafräknarfönstret. Svaret anges i ”milj.” vilket är tvetydigt. För övrigt är lösningen till uppgift a) och b) möjlig att följa och förstå och visar på en godtagbar symbolhantering. Sammantaget bedöms därmed kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_M, 2 C_M och 1 C_K)

20

$N(t) = \frac{11}{1+3{,}4e^{-0{,}03t}}$

$t = 0$ 1950

a) $N(0) = \frac{11}{1+3{,}4 \cdot e^{0}} = \frac{11}{1+3{,}4} = 2{,}5$

2,5 miljarder

b) $N(t) = 11 \cdot \frac{1}{1+3{,}4e^{-0{,}03t}}$ går emot 1

Desto större t desto mindre blir $3{,}4 \cdot e^{-0{,}03t}$

$N = 11$

Den övre gränsen är 11 miljarder!

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara lösningar till både a)- och b)-uppgiften och ges en modelleringspoäng på E-nivå och två modelleringspoäng på C-nivå. Symbolhantering och matematisk terminologi är godtagbar och lösningen är möjlig att följa och förstå och därmed ges elevlösningen även en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (0 poäng)

Om $f(x) = 2x+4$ är $f'(x) = 2$ dvs > 0 för alla x

$2x+4 = 0$

$x = -2$

alltså finns bara en reell lösning då $f'(x) > 0$

Kommentar: Eftersom slutsatsen baseras på ett specialfall och inte en generell behandling ges elevlösningen noll poäng.

Elevlösning 2 (1 A_R)

Om grafen aldrig har negativ
lutning (= $f'(x) > 0$) så kan den
bara skära x-axeln ($f(x) = 0$) max en
gång, eftersom efter den skurit
x-axeln så kommer värdet bara
att öka (grafen går uppåt).

Kommentar: I elevlösningen dras slutsatsen att grafen skär *x*-axeln en gång men att detta i sin tur innebär att ekvationen $f(x) = 0$ har en reell lösning anges inte. Elevlösningen bedöms därmed uppfylla kraven för den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_R)

$f'(x) > 0$ för alla x

$\downarrow$

Om $f'(x) > 0$ så är $f(x)$ bara växande.
$\Rightarrow$ Alltså inga max- eller minpunkter.
Ingen terrasspunkt heller. Då finns det
en reell lösning för $f(x) = 0$ och det är där
funktionen skär x-axeln.

Kommentar: I elevlösningen ges ett resonemang som leder fram till den korrekta slutsatsen att ekvationen har en reell lösning. Informationen ”alltså inga max- eller minpunker. Ingen terrasspunkt heller” är inte nödvändig för att resonemanget ska anses vara fullständigt men tydliggör resonemanget. Lösningen bedöms uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

$V(t) = 0{,}10t^3 - 1{,}23t^2 + 6{,}51t + 3{,}72$

$V'(t) = 0{,}30t^2 - 2{,}46t + 6{,}51$

t	$V'(t)$
0	$= 0{,}30 \cdot 0^2 - 2{,}46 \cdot 0 + 6{,}51 = 6{,}51$
1	$= 0{,}30 \cdot 1^2 - 2{,}46 \cdot 1 + 6{,}51 = 4{,}35$
2	$= 0{,}30 \cdot 2^2 - 2{,}46 \cdot 2 + 6{,}51 = 2{,}79$
3	$= 0{,}30 \cdot 3^2 - 2{,}46 \cdot 3 + 6{,}51 = 1{,}83$
4	$= 0{,}30 \cdot 4^2 - 2{,}46 \cdot 4 + 6{,}51 = 1{,}47$
5	$= 0{,}30 \cdot 5^2 - 2{,}46 \cdot 5 + 6{,}51 = 1{,}71$
6	$= 0{,}30 \cdot 6^2 - 2{,}46 \cdot 6 + 6{,}51 = 2{,}55$
7	$= 0{,}30 \cdot 7^2 - 2{,}46 \cdot 7 + 6{,}51 = 3{,}99$
8	$= 0{,}30 \cdot 8^2 - 2{,}46 \cdot 8 + 6{,}51 = 6{,}03$

Viktens ändringshastighet kan vara

$1{,}47 \leq V'(t) \leq 6{,}51$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att derivatans största och minsta värde ska undersökas. Lösningen visar hur ett närliggande värde till derivatans minimum erhålls med hjälp av heltalsprövning. Denna prövning utesluter dock inte att det finns andra extremvärden till derivatan i det aktuella intervallet. Därmed finns ingen grund för slutsatsen att $1{,}47 \leq V'(t) \leq 6{,}51$*. Sammantaget ges elevlösningen första problemlösningspoängen på A-nivå.

* Däremot, om prövningen varit mer systematisk kring $t = 4$, minimum då $t = 4{,}1$ styrkts genom diskussion om symmetriegenskaper hos andragradsfunktionen V' och lösningen i övrigt varit godtagbar skulle två problemlösningspoäng på A-nivå kunna erhållas.

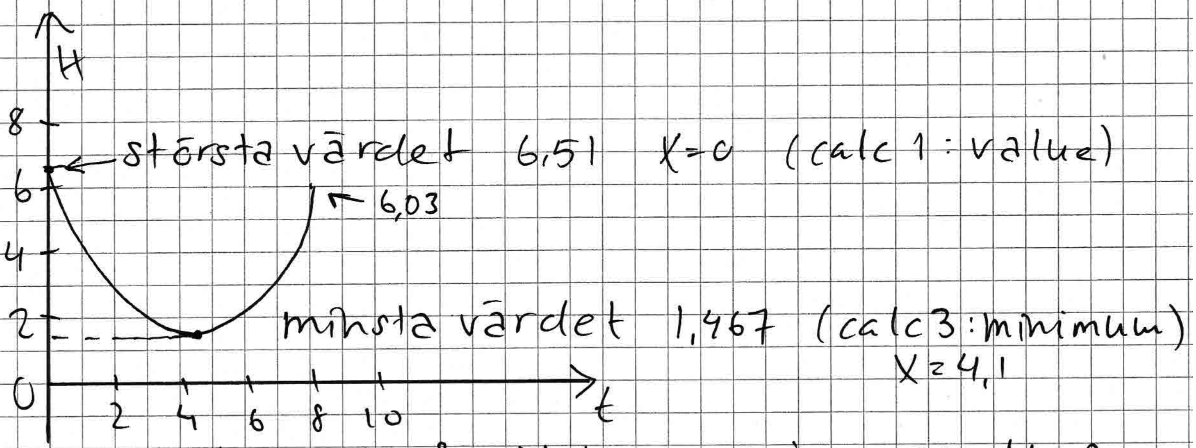
Elevlösning 2 (2 A_{PL})

$U(t) = 0{,}10t^3 - 1{,}23t^2 + 6{,}51t + 3{,}72$

Hastigheten på vikten är

$H(t) = 0{,}30t^2 - 2{,}46t + 6{,}51$

På räknaren ritar jag grafen H(t)



Hastigheten på vikten varierar mellan 1,467 kg/år och 6,51 kg/år

Kommentar: I elevlösningen visas hur ändringshastigheten undersöks på grafräknaren. Grafen är begränsad till det aktuella intervallet och visar insikt om vilka tre värden som ska undersökas. Det största och minsta värdet har bestämts med hjälp av grafräknaren. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 A_B)

100 från början (per gram)

hastighet $5{,}73e^{0{,}0573t}$ bakt./min

$$\int_0^t 5{,}73e^{0{,}0573t} = 100\,000$$

$$= \left[\frac{5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}}{0{,}0573}\right]_0^t = \left[100e^{0{,}0573t}\right]_0^t$$

$$= 100e^{0{,}0573t} - 100e^{0} = 100e^{0{,}0573t} - 100$$

$$= 10\,000 + 100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$100100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$1001 = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln 1001 = \ln e^{0{,}0573t}$$

$$0{,}0573t = \frac{\ln 1001}{\ln e}$$

$$t \approx 121 \text{ min}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att $\int 5{,}73e^{0{,}0573 \cdot t}\, dt$ ska beräknas, men tar ingen hänsyn till antalet bakterier då $t = 0$. Elevlösningen ges därmed en begreppspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_B och 1 A_{PL})

$5{,}73\,e^{0{,}0573t}$

Gör om från $f'(x)$ till $f(x)$

$f(x) = \dfrac{5{,}73\,e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$ (100 bakterier från början. $C = 100$)

$f(x) = 100\,e^{0{,}0573t} + 100 = 100000$

$99900 = 100\,e^{0{,}0573t}$

$\dfrac{99900}{100} = e^{0{,}0573t}$

$\ln(999) = 0{,}0573t$

$\dfrac{\ln(999)}{0{,}0573} = t$

$t \approx 120{,}5$ min

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \dfrac{5{,}73\mathrm{e}^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C.$ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. Elevlösningen ges därmed en begreppspoäng och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 A_B och 2 A_{PL})

$y = C \cdot a^t$

t = antal år
$C = 100$ = startmängd
a = förändringsfaktor

$v = \frac{\text{antal bakterier}}{\text{min}}$

$v(t) = N'(t) \rightarrow V(t) = 5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}$ eftersom funktionen har en hastighet bakterier/g/min

primitiv till $v(t) = N'(t)$ $\rightarrow N(t) = \frac{5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$

N = antal bakterier

$N(t) = 100 \cdot e^{0{,}0573t} + C$

$e^{0{,}0573} = a$ = förändringsfaktorn

$N(t) = 100 \cdot 1{,}05897^t + C$

$N(0) = 100$ alltså måste $C = 0$

$100\,000 = 100 \cdot 1{,}05897^t$

$1000 = 1{,}05897^t$

$t = 120{,}55 \approx 120$ min

Svar: 120 min tar det innan det finns 100 000 st bakterier/g i laken.

Kommentar: Elevlösningen visar en metod för att bestämma tiden. När det gäller kommunikation så anses inte elevlösningen vara lätt att följa och förstå. Det beror främst på byte av funktionsbeteckning i inledningen, att ”C” används med två olika betydelser och att det inte visas hur slutekvationen löses. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng och två problemlösnings-poäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_B, 1 A_{PL} och 1 A_K)

Om $f(t) = 5{,}73\,e^{0{,}0573t}$ beskriver hur antalet bakterier förändras per gram så kommer dess primitiva funktion $F(t)$ att beskriva antalet bakterier som finns per gram.

$$F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$$

Vid tillagning, då $t=0$, finns det 100 bakterier/g lax
Alltså är $F(0) = 100$.

$$100 = \frac{5{,}73\,e^{-0{,}0573\cdot 0}}{0{,}0573} + C \Rightarrow C = 100 - \frac{5{,}73e}{0{,}0573} = 100 - 100e$$

$$C = 100 - 100e \Rightarrow F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + 100 - 100e =$$

$$= 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e$$

Om gränsen är 100000 bakterier så kommer $F(t) = 100000$ när det blir farligt att äta laxen.

$$F(t) = 100000 = 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e \Rightarrow 1000 = e^{0{,}0573t} + 1 - e$$

$$999 + e = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln(999+e) = 0{,}0573t \Rightarrow t = \frac{\ln(999+e)}{0{,}0573} \approx 121\text{ min}$$

Svar: Det tar c:a 121 min innan laxen gör en matförgiftad.

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \dfrac{5{,}73\mathrm{e}^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C.$ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. Kommunikationsmässigt är elevlösningen lätt att följa och förstå eftersom funktionsbeteckningar är tydligt definierade, resonemangen kring bestämning av primitiv funktion och konstanten C är utskrivna och symboler används korrekt, med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen en begrepps-poäng, en problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.