

<b>Del B</b>	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
<b>Del C</b>	Uppgift 12-16. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 26 E-, 23 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 19 poäng

D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 54 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där "*Endast svar krävs*" behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Del B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Bestäm *alla* primitiva funktioner till  $f(x) = x^2$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Förenkla så långt som möjligt

a)  $\frac{3x + 24}{2x + 16}$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

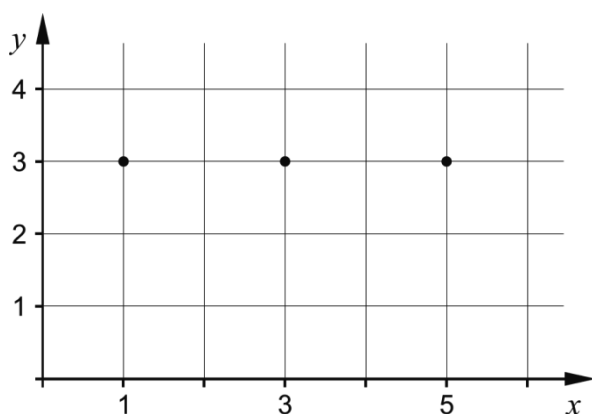
b)  $x(x^8 + 2) + 2x^9 - 2x$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. Hur många termer har den geometriska summan nedan?

$2 + 2 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,1^2 + 2 \cdot 0,1^3 + \dots + 2 \cdot 0,1^{17}$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Funktionen  $f$  är kontinuerlig. Rita i koordinatsystemet nedan en skiss som visar hur grafen till  $f$  kan se ut om det gäller att:

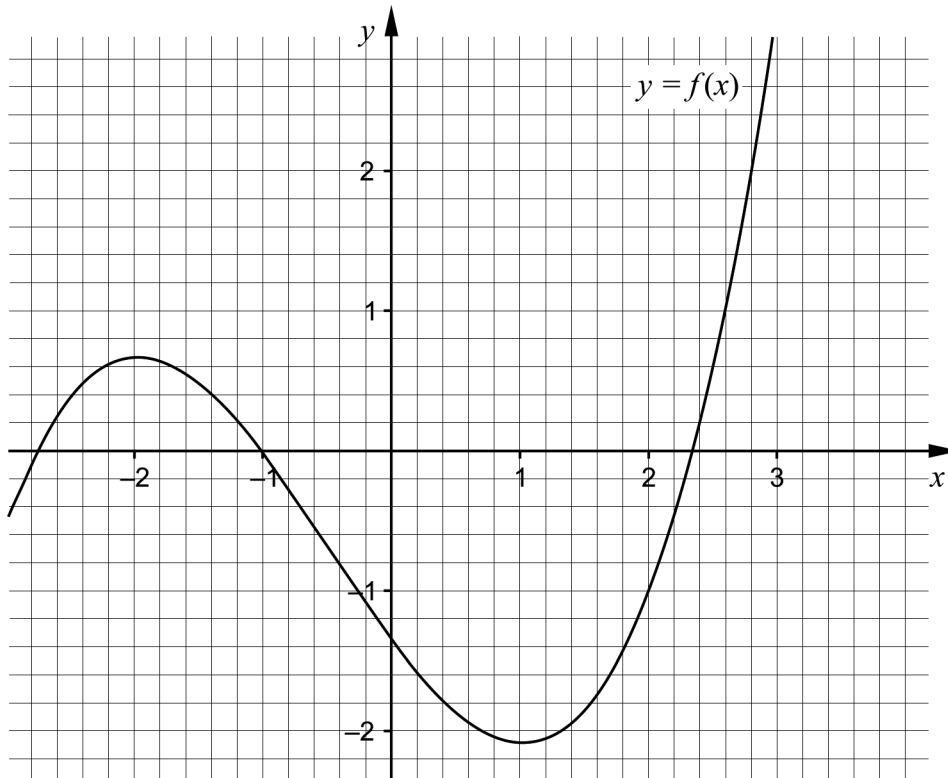
- Grafen går genom de markerade punkterna  $(1, 3)$ ,  $(3, 3)$  och  $(5, 3)$
- $f'(1) > 0$
- $f'(3) < 0$
- $f'(5) > 0$



(1/0/0)

5. I figuren visas grafen till tredjegradsfunktionen  $f$ .  
Lös ekvationen  $f(x) = 2$  grafiskt.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)



6. Bestäm  $f'(x)$

a)  $f(x) = 3x^4 - 7x + 5$

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

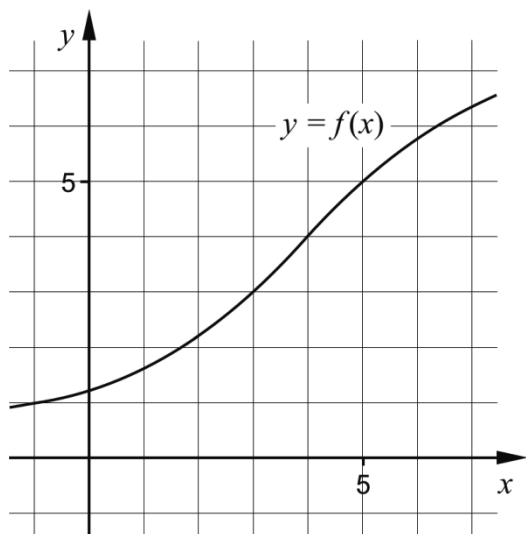
b)  $f(x) = x^k + k$

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $f(x) = \frac{x + 5x^2}{x}$

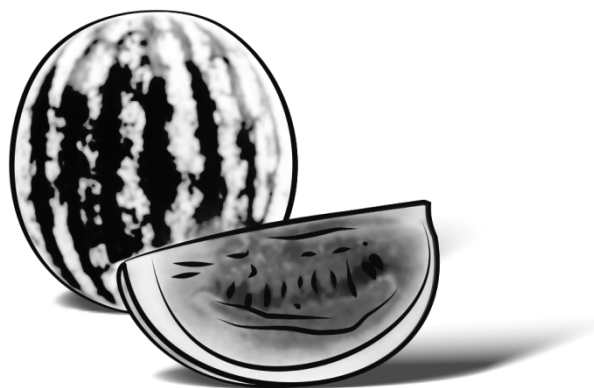
\_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen  $f$ . Bestäm ett närmevärde till  $\int_0^5 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$



\_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. Funktionen  $f$  beskriver hur en växande vattenmelons vikt  $y$  beror av tiden  $t$ , det vill säga  $y = f(t)$ . Vikten  $y$  anges i hg (hektogram) och tiden  $t$  i veckor.



Vad får du veta genom att bestämma  $f'(3)$ ?

Välj ett av alternativen A-E.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

- A. Den vikt i hg som vattenmelonen har vid tiden 3 veckor.
- B. Vattenmelonens viktökning i hg under 3 veckor.
- C. Vattenmelonens genomsnittliga viktökning i hg/vecka under 3 veckor.
- D. Den tid det tar för vattenmelonens vikt att öka till 3 hg.
- E. Vattenmelonens viktökning i hg/vecka vid tiden 3 veckor.

9. a) Ge ett exempel på en polynomfunktion  $f$  av fjärde graden för vilken det gäller att  $f(1) = 4$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b) Det finns flera rationella uttryck som uppfyller följande villkor:

- Uttrycket får värdet 0 då  $x = -1$
- Uttrycket är inte definierat för  $x = 3$
- Uttrycket är inte definierat för  $x = -4$

Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som uppfyller alla tre villkor. \_\_\_\_\_ (0/1/1)

10. I en sjö planterar man in fiskar av en art som inte funnits där tidigare. Fiskpopulationen kan beskrivas med sambandet

$$N(t) = \frac{15000}{3 + 2e^{-0,5 \cdot t}}$$

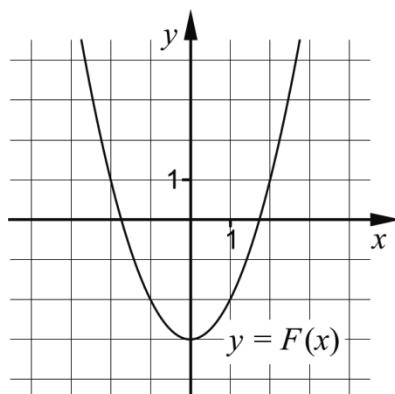
där  $N$  är antalet fiskar och  $t$  är tiden i år efter inplanteringen.



a) Hur många fiskar planterades in i sjön från början? \_\_\_\_\_ (0/1/0)

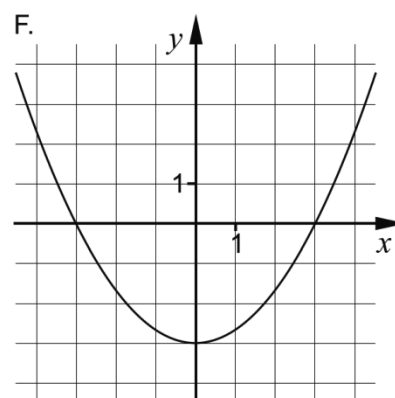
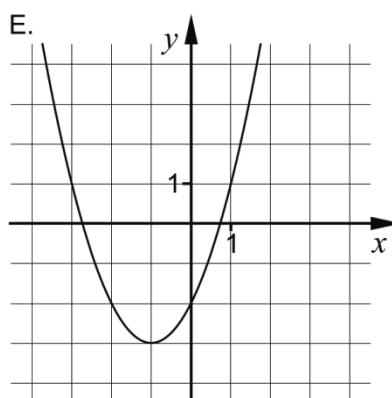
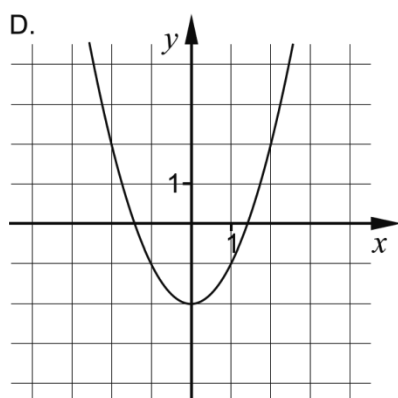
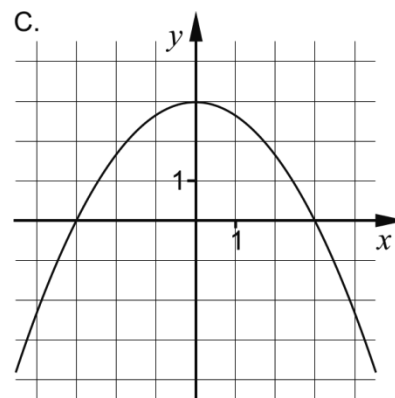
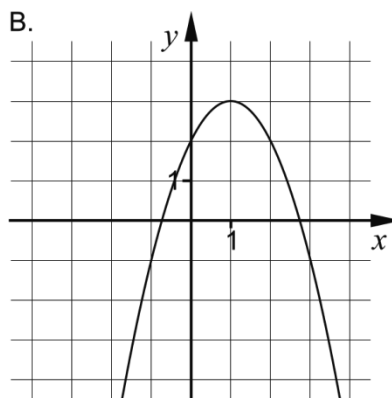
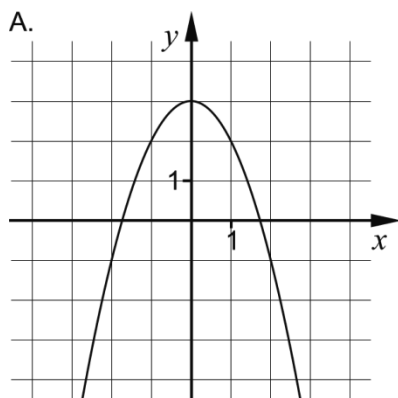
b) På grund av olika miljöfaktorer kan antalet fiskar inte bli hur stort som helst. Bestäm den övre gränsen för antalet fiskar med hjälp av sambandet. \_\_\_\_\_ (0/0/1)

11. Funktionen  $f$  har en primitiv funktion  $F$ . Grafen till  $F$  visas i figuren nedan.



a) Vilken av graferna A-F visar en annan primitiv funktion till  $f$ ?

\_\_\_\_\_ (0/1/0)



En annan funktion  $g$  har en primitiv funktion  $G$ . En av graferna A-F visar den primitiva funktionen  $G$ .

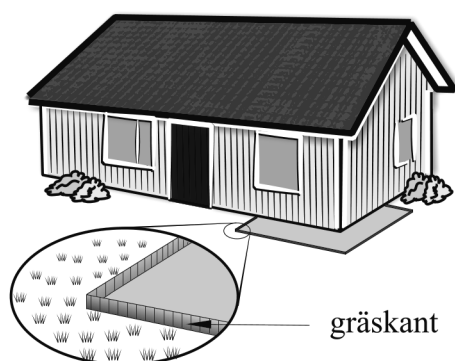
b) Vilken av graferna A-F visar  $G$  om  $\int_0^1 g(x)dx = 3$ ?

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

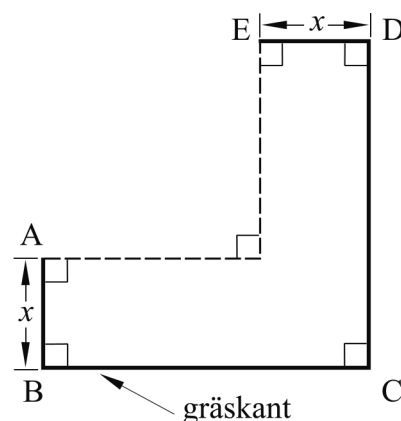
**Del C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Beräkna  $\int_1^2 3x^2 dx$  algebraiskt. (2/0/0)

13. En trädgårdsmästare ska göra en blomrabatt runt hörnet på ett hus. Längs sidorna som inte angränsar mot huset kommer hon att sätta gräskant, se figur 1. Hon vill utforma rabatten så att sidorna BC och CD är lika långa, se figur 2.



figur 1



figur 2

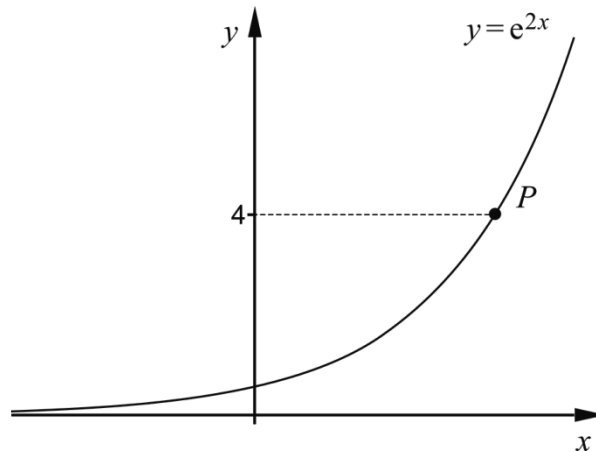
I trädgårdsmästarens förråd finns en rulle med 6 m gräskant och hon tänker använda hela rullen. Arealen för blomrabatten blir då

$$A(x) = 6x - 3x^2$$

där  $x$  är blomrabattens bredd i meter, se figur 2.

- Trädgårdsmästaren vill att blomrabatten ska ha så stor area som möjligt. Beräkna med hjälp av derivata bredden  $x$  så att arean blir maximal. (2/0/0)
  - Vilka värden kan arean  $A$  anta i detta sammanhang? (1/2/0)
  - Visa att arean för blomrabatten i figur 2 kan beskrivas av  $A(x) = 6x - 3x^2$  om trädgårdsmästaren använder 6 m gräskant. (0/1/2)
14. Beräkna  $\frac{(x+8)^6 - (x+8)^5}{(x+8)^5}$  då  $x = 2,7$   
Svara exakt. (0/2/0)

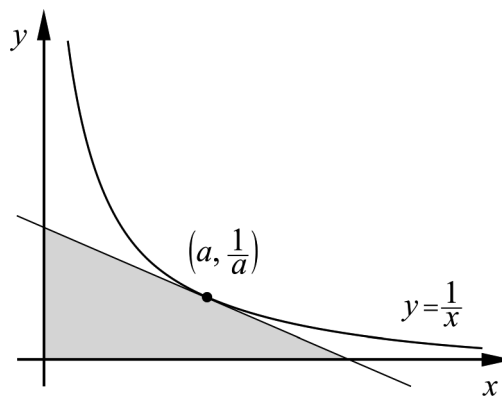
15. Kurvan  $y = e^{2x}$  är ritad i figuren nedan. Punkten  $P$  har  $y$ -koordinaten 4



Bestäm kurvans lutning i punkten  $P$ .  
Svara exakt och på så enkel form som möjligt.

(0/3/0)

16. Bevisa att den triangel som innesluts av de positiva koordinataxlarna och en tangent till kurvan  $y = \frac{1}{x}$  har arean 2 areaenheter oavsett var tangenten tangerar kurvan.



Utgå från att tangeringspunkten har koordinaterna  $\left(a, \frac{1}{a}\right)$

(0/1/3)