

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

---

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_p$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_p$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

---

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 $E_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

---

### **Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

## **Kravgränser**

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 19 poäng

D: 29 poäng varav 9 poäng på minst C-nivå

C: 38 poäng varav 16 poäng på minst C-nivå

B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå

A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

15.

Max 0/0/1

Godtagbar lösning, där insikt visas om att problemet löses genom direkt avläsning i graf, med korrekt svar ( $-1$ )

+1 A<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



16.

Max 0/2/2

Korrekt tecknad ändringskvot,  $\frac{\frac{A}{(x+h)} - \frac{A}{x}}{h}$

+1 C<sub>B</sub>

med korrekt förenkling av ändringskvoten, t.ex.  $\frac{-Ah}{hx(x+h)}$

+1 C<sub>P</sub>

med korrekt bestämning av derivatan,  $f'(x) = \frac{-A}{x^2}$

+1 A<sub>B</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f(x+h)$ , korrekt användning av symbolen  $\lim_{h \rightarrow 0}$ , bråkstreck och hänvisning till derivatans definition etc.

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



### Del D

17.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till derivatorna i ett och samma koordinatsystem

+1 E<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 0,75$ )

+1 E<sub>PL</sub>

18.

Max 1/1/0

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ( $K'(30) \approx 1700$ )

+1 E<sub>B</sub>

b) Godtagbar tolkning (t.ex. "Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då  $t = 20$  år") +1 C<sub>B</sub>

Källa: Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), <http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



19. Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, t.ex. använder formeln för geometrisk summa +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (17166 kr) +1 E<sub>M</sub>

20. Max 2/4/0

- a) Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. undersöker hur många arbetstimmar som krävs för att montera 40 pallar och 10 byråer +1 E<sub>R</sub>  
 med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (Nej) +1 E<sub>R</sub>

- b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer det system av olikheter som motsvarar kraven +1 C<sub>PL</sub>  

$$\begin{cases} 0,25x + 0,50y \leq 15 \\ 0,40x + y \leq 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

med godtagbar fortsättning, bestämmer vinstfunktionens värde för någon av de aktuella punkterna +1 C<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9100 kr) +1 C<sub>PL</sub>

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, parenteser, tydlig figur, olikhetstecken och termer såsom rät linje, koordinatsystem, olikheter, skärningspunkt etc. +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



21. Max 1/2/1

- a) Godtagbart svar som visar insikt om att villkoret  $F'(x) = f(x)$  inte är uppfyllt, (t.ex. "Nej, för om man deriverar  $F$  får man inte  $f$ .") +1 E<sub>R</sub>

b)

E	C	A
	Troliggör för minst två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ eller visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ .	Troliggör för mer än två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ .
	1 C <sub>R</sub>	2 C <sub>R</sub>
		Visar att påståendet stämmer för <i>alla</i> $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$ .
		2 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**Forts. uppgift 21**

*Kommentar (införd 2013-02-08):* Bedömningsanvisningen ovan utgår från att eleven utreder fallen  $a = 0$  och  $a < 0$  separat och sedan drar separata slutsatser om dessa. Om någon sammanfattning av slutsatserna görs så är den av typen ”Det stämmer ibland” eller ”Det stämmer inte alltid.”

Om eleven istället visar att påståendet ”Grafen till  $f(x) = x^3 + ax$  har tre olika nollställen om konstanten  $a \leq 0$ ” är falskt genom att t.ex. peka på att fallet  $a = 0$  strider mot påståendet, så ges två resonemangspoäng på C- och en resonemangspoäng på A-nivå.

**22.****Max 1/2/1**

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar ( $95^\circ$ ) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (3,8 %) +1 C<sub>M</sub>

c)

<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
	Utvärderar Karolinas modell med ett enkelt omdöme.  Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur.  1 C <sub>M</sub>	Utvärderar Karolinas modell med ett nyanserat omdöme.  Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur <i>och</i> hur denna brist påverkar modellens egenskaper.  1 C <sub>M</sub> och 1 A <sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

**23.****Max 0/0/3**

- Korrekt tecknad funktion för produkten i två variabler, t.ex.  $D = xy(y - x)$  +1 A<sub>B</sub>
- där en variabel eliminerats korrekt, t.ex.  $D = x(8 - x)(8 - 2x)$  +1 A<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar (6,31 och 1,69) +1 A<sub>PL</sub>

*Kommentar:* Observera att om eleven härlett funktionen  $D = 2x^3 - 24x^2 + 64x$  erhålls maximum då  $x \approx 1,7$  och om eleven härlett funktionen  $D = -2x^3 + 24x^2 - 64x$  erhålls maximum då  $x \approx 6,3$

*Källa:* Tichomirov, V.M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. Providence, R.I.: American Mathematical Society. Sid.37

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



24.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. förklarar att derivatan är en funktion av andra graden som har en extrempunkt då  $x = 4$  +1 A<sub>R</sub>

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (På grund av symmetri hos andragsgradsfunktionen måste  $f'(6) = f'(2) = -1$ ) +1 A<sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f'(6) = -1$  och termer såsom symmetri, andragsgradsfunktion, tredjegradsfunktion, graf, derivata och en tydlig figur med införda beteckningar etc. +1 A<sub>K</sub>

*Kommentar:* Även en algebraisk ansats som utgår från de givna villkoren och en generell tredjegradsfunktion (t.ex.  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ) och som leder till sambanden  $24a + 2b = 0$  och  $12a + 4b + c = -1$  ges den första poängen.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



25.

Max 0/1/3

E	C	A	
	Anger någon relevant egenskap hos minst en av modellerna (summan eller integralen) som förklaring till skillnaden, t.ex. antyder att skillnaden har att göra med att mormor bara sätter in pengar ibland <i>eller</i> att hon inte sätter in pengar hela tiden.	Kopplar skillnaden till att de två modellerna (summan och integralen) baseras på en diskret respektive en kontinuerlig funktion, men ger ingen godtagbar förklaring till varför summan är större än integralen <i>eller</i> diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar.	Diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar <i>och</i> förklarar varför summan blir större än integralen genom att t.ex. hänvisa till en figur som visar hela tidsperioden där det framgår att arean under kurvan (integralen) är mindre än den sammanlagda arean av de sex staplarna (summan).
	1 C <sub>R</sub>	1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>	1 C <sub>R</sub> och 2 A <sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara integralbeteckningar, likhetstecken och termer såsom funktionsvärde, diskret och kontinuerlig funktion, area, summa och en tydlig figur över hela tidsperioden etc. +1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



## Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A<sub>PL</sub>)

$$F(5) - F(-2) = -2 - (-1) = -1 \quad \underline{\text{SVAR: } -1}$$

*Kommentar:* I elevlösningen visas insikt om att problemet löses genom avläsning i graf, även om det inte framgår varför avläsning i grafen skett. Elevlösningen motsvarar en problemlösningsspoäng på A-nivå.

## Uppgift 16

Elevlösning 1 (1 C<sub>B</sub>, 1 C<sub>P</sub>, 1 A<sub>B</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{A}{x+h} - \frac{A}{x}}{h} = \frac{Ax - A(x+h)}{x(x+h)h}$$

$$= \frac{Ax - Ax - Ah}{hx(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-Ah}{hx^2 + h^2x}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-A}{x^2 + hx} = \frac{-A}{x^2} //$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps- och en procedurpoäng på C-nivå samt en begrepps-poäng på A-nivå. Under förenklingen av ändringskvoten tappas "lim" bort på första och andra raden, men vid själva gränsvärdesbestämningen på sista raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen uppfyller därmed nått och jämnt kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 18b

Elevlösning 1 (1 C<sub>B</sub>)

Kanadagässen ökar med en hastighet av 800 gäss/år efter 20 år.

*Kommentar:* Tolkningen att det är en hastighet i antal kanadagäss/år som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen "efter 20 år" är otydlig eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då  $t > 20$ . Lösningen motsvarar därmed nått och jämnt en begrepps-poäng på C-nivå.



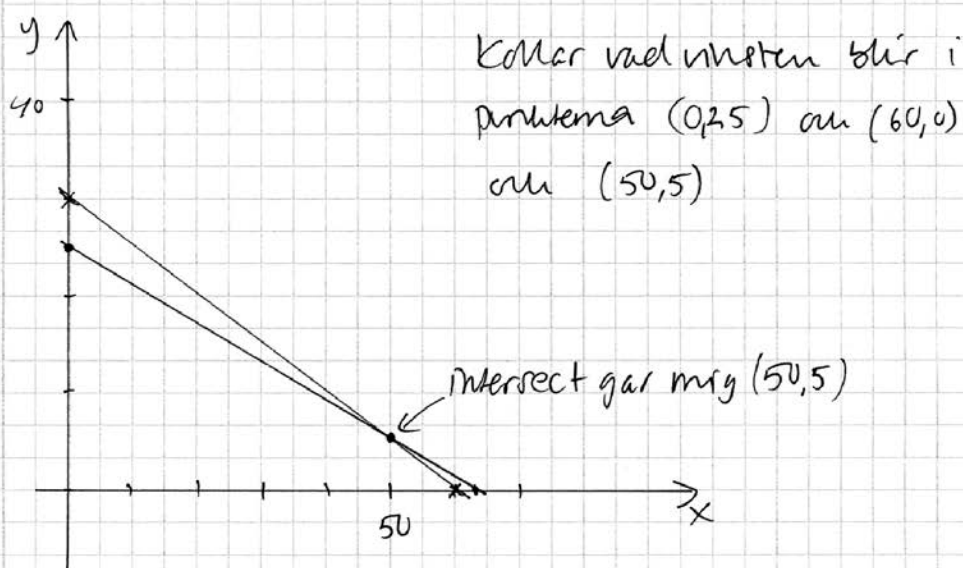
## Uppgift 20b

## Elevlösning 1 (3 CPL och 1 CK)

$$\begin{array}{l}
 b) \quad x = \text{pallar} \quad y = \text{byråer} \\
 0,25x + 0,50y = 15 \\
 0,40x + 1,00y = 25 \\
 x > 0 \\
 y > 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{ekvationer}$$

$$y = 30 - 0,5x$$

$$y = 25 - 0,40x$$



x	y	Vinst
0	25	$0 \cdot 150 + 25 \cdot 320 = 8000 \text{ kr}$
60	0	$60 \cdot 150 + 0 \cdot 320 = 9000 \text{ kr}$
50	5	$50 \cdot 150 + 5 \cdot 320 = 9150 \text{ kr}$ <u>Maxvinsten</u>

*Kommentar:* Elevlösningen visar hur grafräknare används på ett godtagbart sätt för att lösa uppgiften, vilket motsvarar tre problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller den skriftliga kommunikativa förmågan används inte olikhetstecken i de inledande sambanden och olikheterna kallas för ekvationer. Dessutom framgår inte med tydlighet i figuren vilket område som anses vara aktuellt. Redovisningen av vinstberäkningarna och hur grafräknaren använts för att bestämma skärningspunkten är någorlunda tydlig. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt motsvara en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 21b

## Elevlösning 1 (1 CR)

$$f(x) = x^3 + ax \quad a \leq 0$$

$$\text{Testar } a = -5$$

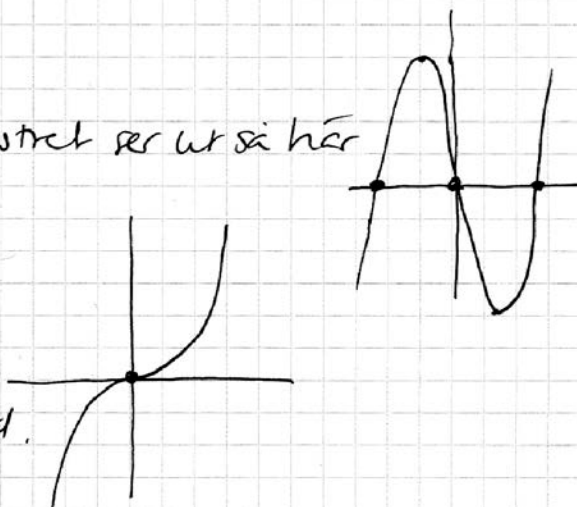
$$f(x) = x^3 - 5x \text{ på grafönstret ser ut så här}$$

Den har tre nollställen

$$\text{Testar } a = 0$$

$$f(x) = x^3 \text{ har ett nollställe}$$

SVAR: Det stämmer inte alltid.



*Kommentar:* I elevlösningen undersöks antalet nollställen då  $a = -5$  och då  $a = 0$  med grafräknare. Om elevlösningen innehållit en undersökning av ytterligare ett specialfall, t.ex.  $a = -10$ , skulle lösningens kvalitet ha motsvarat två resonemangspoäng på C-nivå. Lösningen ges nu en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösning 2 (2 CR och 1 AR)

$$f(x) = x^3 + ax$$

$$\text{Nollställen då } f(x) = 0$$

$$a \leq 0$$

$$\boxed{a = 0}$$

$$x^3 = 0$$

$$x = 0$$

Ett nollställe

$$\boxed{a < 0}$$

$$x^3 + ax = 0$$

$$x(x^2 + a) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad || \quad x^2 + a = 0$$

$$\uparrow \quad x^2 = -a$$

$$\text{ett} \quad x = \pm \sqrt{-a}$$

nollställe Blir 2 nollställen

om  $a < 0$

Om  $a = 0$  fås ett  
och om  $a < 0$  fås tre nollställen. Det är  
sant om  $a < 0$ .

*Kommentar:* Elevlösningen uppvisar en korrekt, generell undersökning. Lösningen ges samtliga resonemangspoäng.

## Uppgift 22c

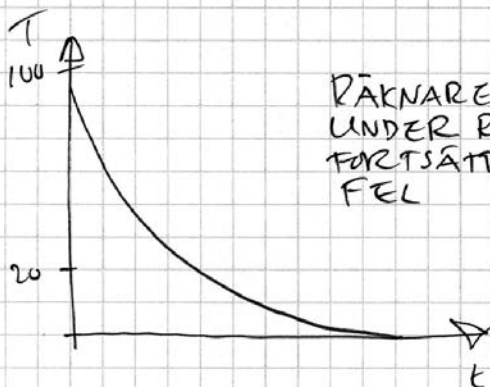
Elevlösning 1 (1 C<sub>M</sub>)

$$c) T(t) = 95e^{-0,039t}$$



Det märks inte i modellen  
att det är 20° i rummet

*Kommentar:* I elevlösningen framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen, men inte på vilket sätt detta påverkar modellens egenskaper. Elevlösningen ges därmed en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C<sub>M</sub> och 1 A<sub>M</sub>)

RÄKNAREN VISAR ATT GRAFEN GÅR  
UNDER RUMSTEMPERATUREN OCH  
FORTSÄTTER ATT MINSKA. DET ÄR  
FEL

Elevlösning 3 (1 C<sub>M</sub> och 1 A<sub>M</sub>)

Modellen blir fel för grafen går under  
20°-nivån och närmar sig noll. Kaffet  
kan ju aldrig bli kallare än rummet.

Elevlösning 4 (1 C<sub>M</sub> och 1 A<sub>M</sub>)

$$T(60) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 60} \approx 9,15$$

$$T(120) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 120} \approx 0,88$$

$$T(200) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 200} = 0,04$$

Temperaturen borde närma sig  
20°c vilket den inte gör

*Kommentar:* I elevlösning 2, 3 och 4 framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen och även på vilket sätt detta påverkar modellen ("grafen går under rumstemperaturen och fortsätter att minska", "grafen går under 20°-nivån och närmar sig noll" respektive "Temperaturen borde närma sig 20° vilket den inte gör"). Elevlösningarna ges två modelleringspoäng, en på C-nivå och en på A-nivå.

## Uppgift 23

## Elevlösning 1 (1 AB och 2 APL)

$$x + y = 8 \quad y = 8 - x$$

$$\text{Talens differens } x - (8 - x)$$

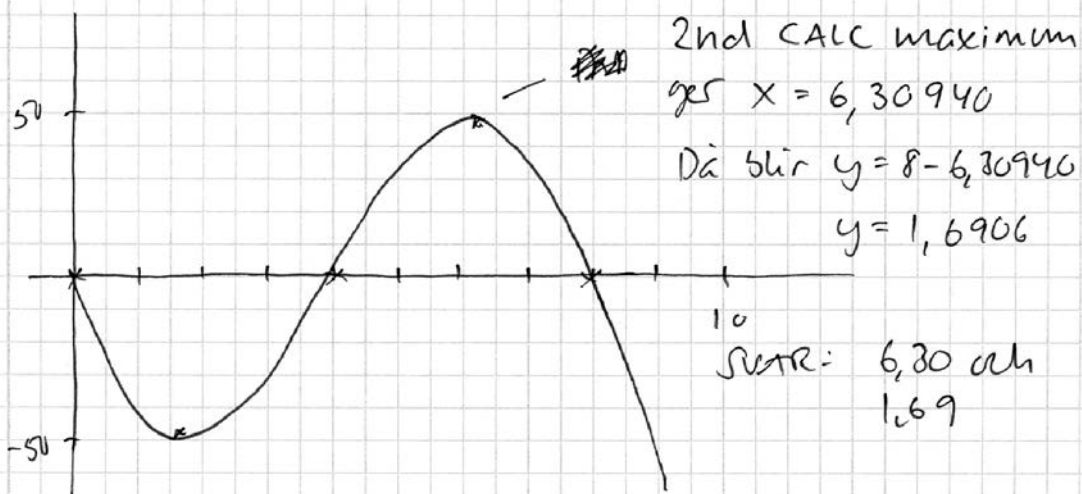
$$\text{Talens produkt } x(8 - x)$$

$$\text{Deras gemensamma produkt } (2x - 8)(8x - x^2)$$

$$y = -2x^3 + 16x^2 - 64x + 8x^2$$

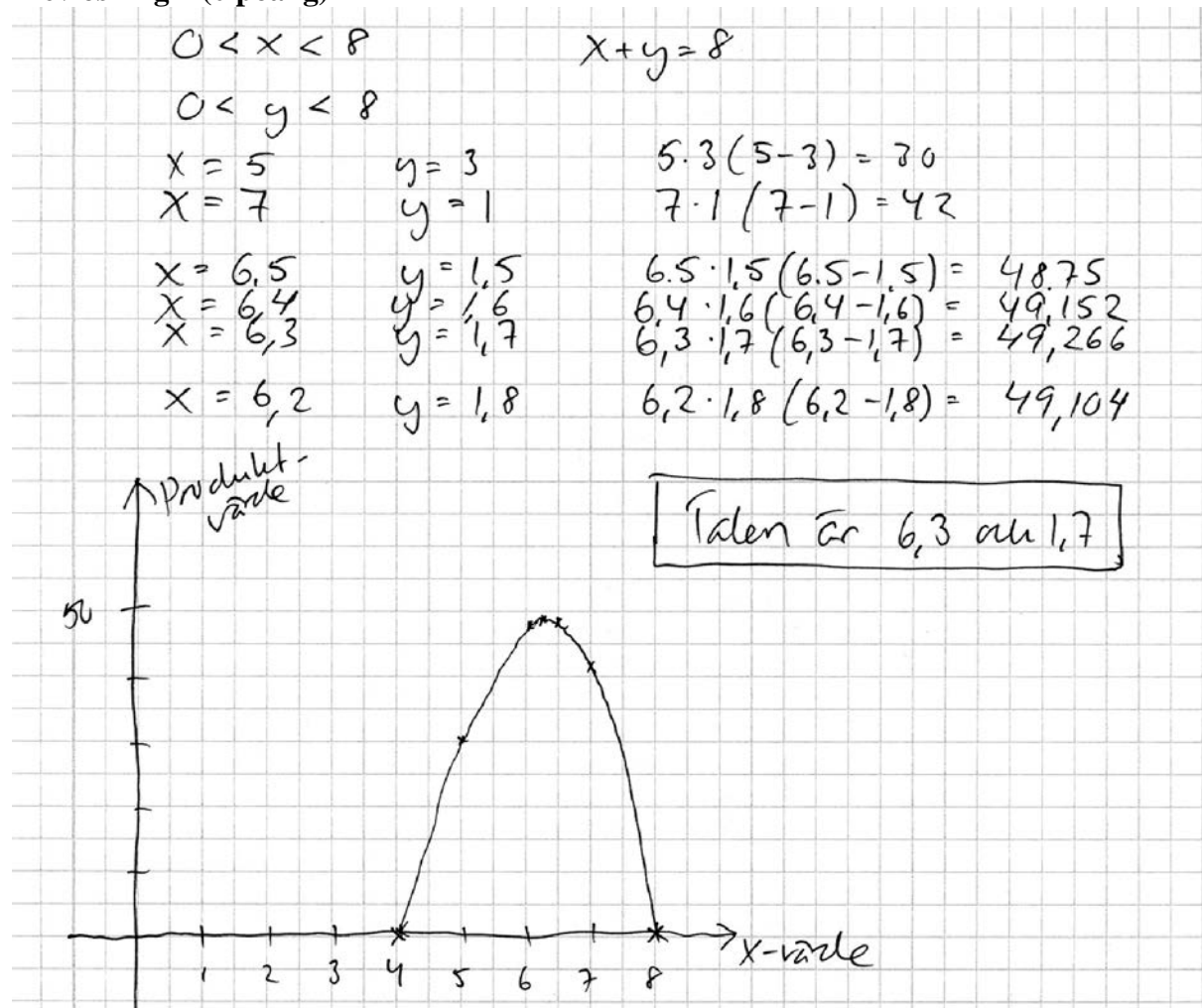
$$y = -2x^3 + 24x^2 - 64x$$

Ritar på grafräknaren



*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt härledning av ett uttryck för produkten. Lösningen visar även hur grafräknaren används på ett godtagbart sätt för bestämning och verifiering av maximum. Sammantaget motsvarar lösningen en begreppsöing och två problemlösningsöing på A-nivå.

## Elevlösning 2 (0 poäng)

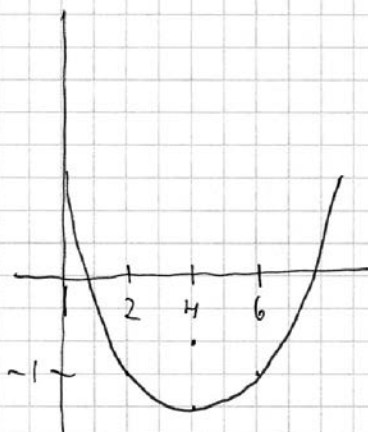


*Kommentar:* Elevlösningen visar hur ett korrekt resultat uppnås med hjälp av prövning. Prövningen styrker inte att maximum verkligen hittats och är ineffektiv i detta sammanhang. En uppgift av detta slag ska, på A-nivå, kunna lösas med mer effektiva metoder som bygger på användning av symbolisk algebra (i detta fall ett funktionsuttryck). Sammantaget ges lösningen inga problemlösningspoäng på A-nivå.

## Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A<sub>R</sub>)

$f'(x)$  måste vara en andragsrädare och  
 $f''(x)$  måste vara en rät linje



$$f'(6) = f'(2)$$

eftersom symmetrilinjen  
går i  $x=4$

$f'(6)$  är alltså lika med  
-1

$$\text{SVAR: } f'(6) = -1$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang som leder till ett korrekt svar. Att  $f''(4) = 0$  betyder att derivatafunktionen har en extrempunkt då  $x = 4$  förklaras inte och inte heller kopplingen mellan extrempunkten och symmetrilinjen. Att andraderivatan är en rät linje är inte relevant. På grund av dessa otydligheter uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A<sub>R</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$f''$  är 0 i punkten  $x=4$ . Detta är ett maximum eller minimum till andragsrädsfunktionen  $f'$ . Andragsrädsfunktioner är symmetriska med symmetrilinje där extrempunkten finns. Därför är  $f'(2)$  lika med  $f'(6)$ , dvs -1.

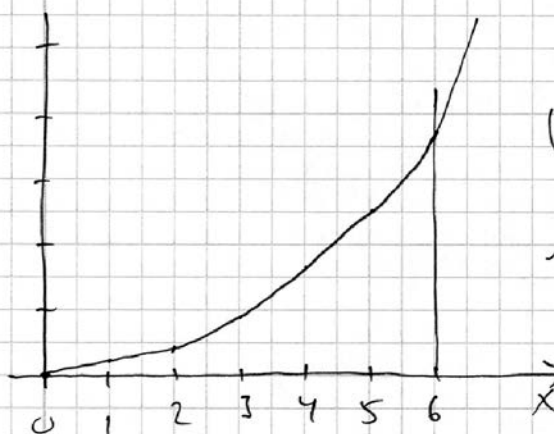
*Kommentar:* I elevlösningen förklaras både vad  $f''(4) = 0$  betyder och att extrempunkten ligger på symmetrilinjen. Redovisningen skulle ha varit ännu enklare att följa och förstå om den innehållit en skiss med derivatafunktionen, symmetrilinjen och punkterna  $(2, -1)$  och  $(6, -1)$  markerade. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, men nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 25

## Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\int_0^6 100x^2 dx = \left[ \frac{100x^3}{3} \right]_0^6 = \frac{100 \cdot 6^3}{3} - 0 = 7200$$

Mormor lägger  $100 \cdot 0^2 + 100 \cdot 1^2 + 100 \cdot 2^2 + 100 \cdot 3^2 + 100 \cdot 4^2 + 100 \cdot 6^2 \neq 100 \cdot 5^2 = 9100$



Integrater ger ett för litet värde eftersom funktionen inte visar hur mycket Mario har i burken. Den visar bara

hans mormor lägger till. Och om funktioner inte visar det vi vill ha, så är det inte nödvändigt att integralen gör det heller.

*Kommentar:* Elevlösningen visar korrekta beräkningar men ingen relevant egenskap som kan kopplas till skillnaden anges. Sammantaget ger denna lösning 0 poäng.

## Elevlösning 2 (1 CR)

Eftersom man bara får in pengar en gång per år stämmer det inte.

*Kommentar:* Elevlösningen antyder att skillnaden kan ha att göra med att mormors summa är en diskret funktion, vilket nätt och jämnt motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösning 3 (1 CR och 1 AR)

Om man använder integralen för att bestämma hur mycket pengar som finns i burken efter 6 år får man fel värde eftersom  $y = 100x^2$  är en kontinuerlig funktion dvs man förutsätter att mormor sätter in pengar hela tiden medan hon i själva verket bara sätter in pengar en gång om året.

*Kommentar:* I elevlösningen kopplas skillnaden till att det rör sig om en kontinuerlig och en diskret funktion. Dock ges ingen förklaring till varför summan är större än integralen. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.



## Elevlösning 4 (1 CR och 1 AR)

Integralen är debara som arean under grafen då man inte har någon area under x-axeln som i det här fallet. Då Mario är ett år skulle det ha funnits  $\int_0^1 100x^2 dx = \left[ \frac{100x^3}{3} \right]_0^1 = 33 \text{ kr}$

Men på Marios födelsedag lägger hans mamma i 100 kr.



E enligt diagrammet syns det att integralen bara blir 33 kr efter ett år, men att där finns 100 kr i burken.

Eftersom arean övertar upp till 100-strecket visar faktiskt antal pengar i burken. På samma sätt måste man hela tiden lägga till en viss area som finns övertar grafen för att få fram hur mycket som finns i burken vilket gör att integralen får ett för litet värde.

*Kommentar:* Elevlösningen visar medvetenhet om att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Resonemanget om integral- och stapelarea rör bara det första året och det är därför oklart varför integralen verkligen är mindre än summan över hela tidsperioden. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

## Elevlösning 5 (1 CR och 2 AR)



Det integralen beräknar  
 □ + ▨ Det Mario egentligen får.

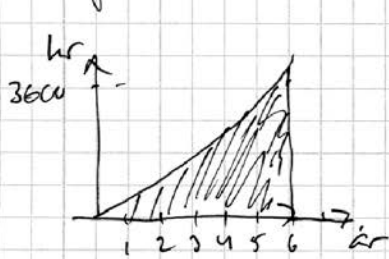
Alltså blir integralen mindre

*Kommentar:* Lösningen innehåller en tydlig figur med 6 staplar som visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Det framgår av lösningen att integralen har mindre värde än stapelsumman. Lösningen saknar dock förklaringar och är därmed, trots den tydliga figuren, kommunikationsmässigt knapphändig. Kommunikationspoäng på A-nivå erhålls därmed inte.



## Elevlösning 6 (1 CR, 2 AR och 1 AK)

$\int_0^6 100x^2 dx$  är arean under grafen för funktionen  $100x^2$

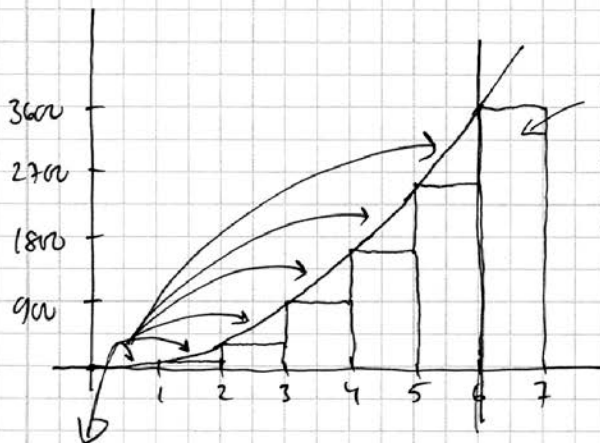


$$\int_0^6 100x^2 dx = \left[ \frac{100}{3} x^3 \right]_0^6 = \frac{100}{3} \cdot 6^3 - \frac{100}{3} \cdot 0^3 = 7200 \text{ hr}$$

Det mer eller mindre egentligen satta in är

$$100 \cdot 0^2 + 100 \cdot 1^2 + 100 \cdot 2^2 + 100 \cdot 3^2 + 100 \cdot 4^2 + 100 \cdot 5^2 + 100 \cdot 6^2 = 9100 \text{ hr}$$

Detta kan illustreras



Dessa puggar får han på sin 6 års dag och därför har han dem också

Och det är därför

$$\int_0^6 100x^2 dx \text{ inte stämmer}$$

○ för den räknar bara fram till 6 år

Man ser att sista stapeln har större area än de små "trianglarna" under kurvan

*Kommentar:* Elevlösningen är lätt att följa och förstå och visar med en tillräckligt tydlig figur att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av sex staplar. Det framgår av figuren och förklaringarna att integralen har mindre värde än stapelsumman. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.