**13.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där ena ledet av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel och en förenkling påbörjas för att visa att VL=HL
*eller*
där båda delarna av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel
*eller*
där hela sambandet ställs upp i två variabler och skrivs om korrekt med konjugatregeln +1 $C_R$

med slutfört resonemang där det visas att Fionas påstående stämmer +1 $C_R$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**14.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex. $\begin{cases} 2 = C \cdot a^2 \\ 54 = C \cdot a^5 \end{cases}$
*och*
eliminerar en variabel på ett korrekt sätt i den fortsatta lösningen +1 $A_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar som är förenklat ($\frac{2}{9}$) +1 $A_P$

**15.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation i en variabel, t.ex.
$(\frac{60}{x} + 1)(x - 2) = 60$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12 m) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $A_K$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

## Instruktioner för bedömning av delprov D

**16.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (104,6°) +1 $E_B$

**17.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar ( $x = 37,4$ ) +1 $E_P$

**18.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $(0,\ 7)$) +1 $E_{PL}$

**19.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($a = -0{,}51$ och $b = 16{,}45$) +1 $E_{P}$

*Kommentar:* Även svaret $y = -0{,}51x + 16{,}45$ ges poäng.

**20.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel *DEF*, 20,16 $cm^2$ +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större) *eller* (4 gånger så stor) +1 $E_{PL}$

*Kommentar:* Godtagbar lösning med svaret ”4 gånger större” anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.

**21.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden +1 $E_{M}$

med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m) +1 $E_{M}$

**22.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma förändringsfaktorn, $2967 = 1411 \cdot a^{12}$ +1 $C_{M}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026) +1 $C_{M}$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $C_{K}$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**23.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder randvinkelsatsen och tecknar ett generellt uttryck för fyrhörningens vinkelsumma +1 $C_{R}$

med slutfört generellt resonemang som visar att sambandet gäller +1 $C_{R}$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**24.** **Max 1/0/2**

a) Godtagbart svar (t.ex. ”tiden”) +1 $E_M$

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer $x$, $x = 1{,}44$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km) +1 $A_M$

**25.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h

*eller*

ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex. $\dfrac{x+400+x+80}{4} = 210$

*eller*

påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt +1 $C_B$

med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h) +1 $C_R$

*Kommentar:* Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**26.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för $a$, $b$ och $c$ och skriver om uttrycket i en variabel, t.ex. $\dfrac{a^2+(a+1)^2+(a+2)^2-2}{3}$ +1 $A_R$

med slutfört resonemang som inkluderar slutsatsen att uttrycket alltid är ett heltal +1 $A_R$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $A_K$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**27.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, bestämmer $y$-koordinaterna för båda punkterna +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a\sqrt{10}$ l.e.) +1 $A_{PL}$

*Kommentar:* Även svaren $3{,}16a$, $a\sqrt{10}$ och $\sqrt{10a^2}$ ges poäng.

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**28.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. anger ett samband mellan *DC* och *BQ* med hjälp av likformighet +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$) +1 $A_{PL}$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 $A_K$

***Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”***

**Uppgift 22**

**Elevlösningsexempel 22.1 (1 $C_M$ och 1 $C_K$)**

$y = C \cdot a^x$

$2967 = 1411\, a^{12}$

$2{,}10\ldots = a^{12}$

$a = 1{,}06$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}06^x$

$1{,}685\ldots = 1{,}06^x$

$\lg 1{,}685\ldots = x \cdot \lg 1{,}06$

$x = 8{,}96$

Svar: från 2018 ca 9 år
alltså 2027

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen ställs en korrekt ekvation upp för att bestämma förändringsfaktorn vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används för få värdesiffror på förändringsfaktorn vilket inte anses godtagbart och kraven för den andra modelleringspoängen anses därmed inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom den allmänna exponentialekvationen är uppställd anses variablerna någorlunda definierade. Trots att likhetstecknet används vid avrundade svar på flera ställen anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges en modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 22.2 (2 $C_M$ och 1 $C_K$)**

2006 : 1411 tigrar     2018 : 2967 tigrar
(0)     (12)

$y = Cx^a$

$2967 = 1411\,x^{12}$

$x^{12} = \frac{2967}{1411}$

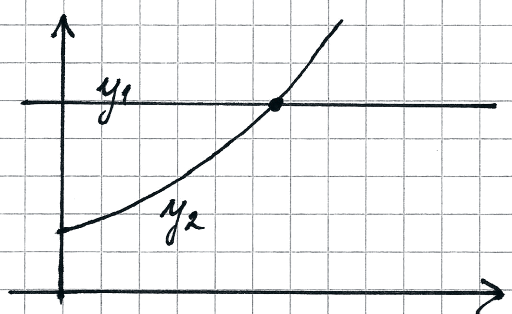
$x = \left(\frac{2967}{1411}\right)^{1/12} \approx 1{,}0639$ (förändringsfaktor)

$y = Ca^x$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$

ritar med räknaren :     $y_1 = 5000$

$y_2 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$




räknaren ger skärningspunkten

$x \approx 8{,}425$

$y = 5000$

$2006 + 12 + 8{,}425 = 2026{,}42$

Det vill säga år 2026 blir det 5000 st.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom de allmänna potens- och exponentialekvationerna är uppställda anses variablerna någorlunda definierade. Trots att *x* används som både förändringsfaktor och tidsvariabel anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

### Uppgift 23

#### Elevlösningsexempel 23.1 (1 $C_R$)

$$360 - C = A + B + (360 - 2C)$$

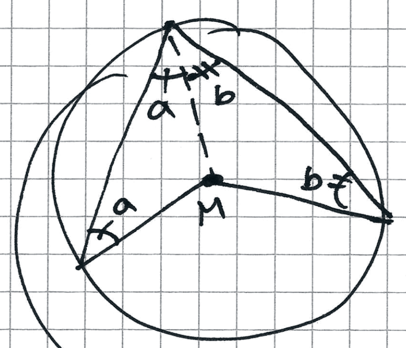
$$360 - C = A + B - 2C + 360$$

$$+2c \quad -360$$

$$C = A + B$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen används fyrhörningens vinkelsumma och randvinkelsatsen på ett korrekt sätt vilket anses motsvara en godtagbar ansats. Eftersom de uppställda sambanden inte motiveras utifrån varken figur eller hänvisning till geometriska satser anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

#### Elevlösningsexempel 23.2 (2 $C_R$)




Om man drar ett streck från M till R bildas 2st likbenade trianglar där c består av a+b.

$a+b=c$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen genomförs ett godtagbart resonemang där den tydliga figuren nätt och jämnt anses vara en tillräcklig motivering till varför de två trianglarna är likbenta. Lösningen ges nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

**Uppgift 25**

**Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)**

Medelvärde = 210

Median = 200

Variationbredd = 80

$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} = 210$ $\qquad x_1+x_2 \overset{\overset{200}{\downarrow}}{+} x_3+x_4$

$x_4 = x_1+80$

$x_1 = 210 - 40 - 10 - 10 \qquad x_2 = 210 - 30 \qquad x_3 = 210 + 10 + 20 \qquad x_4 = 210 + 40$

$x_1 = 170 \quad x_2 = 180 \quad x_3 = 240 \quad x_4 = 250$

Svar: Den med högst timlön har 250 kr/h

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen tolkas alla tre villkoren korrekt men villkoret för medianen används sedan inte i prövningen. Därmed anses inte kraven för ansatspoäng vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

**Elevlösningsexempel 25.2 (1 $C_B$)**

- 4p
- $\frac{x}{4} = 210$
- $\frac{2x}{2} = 200$  x 200 200 x
- Största - minsta = 80 kr skillnad
- $\frac{180 + 200 + 200 + 260}{4} = 210$
- 260 - 180 = 80 kr  • $\frac{200+200}{2} = 200$

högsta

Svar: 180 200 200 260 kr/h

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen påbörjas en prövning där alla tre villkor tolkas korrekt. Trots att *x* representerar såväl totalsumman som lägsta och högsta timlönen anses kraven för ansatspoäng vara uppfyllda. Eftersom det inte redovisas att svaret 260 kr/h är den enda möjliga lösningen anses resonemanget inte vara slutfört. Lösningen ges en begreppspoäng på C-nivå.

**Uppgift 26**

**Elevlösningsexempel 26.1 (0 poäng)**

$$\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2+2^2+3^2-2}{3} = \frac{1+4+9-2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2+8^2+9^2-2}{3} = \frac{49+64+81-2}{3} = 64$$

Svar. $\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3} = b^2$

(om a, b och c är tre följande heltal :-) )

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

**Elevlösningsexempel 26.2 (2 AR)**

$$\frac{(a-1)^2+a^2+(a+1)^2-2}{3}$$

↑ förkorta och förenkla

$$\frac{a^2-\cancel{2a}+1+a^2+a^2+\cancel{1}+\cancel{2a}-\cancel{2}}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3}=a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid $=a^2$

eftersom $a$ = heltal

så är $a^2$ = heltal

Svar: ~~ff~~, alltid ett heltal.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett slutfört resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts *a* implicit till *b* vilket leder till att *a* används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 26.3 (2 AR och 1 AK)**

$$\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3}$$

$$\frac{a^2+(a+1)^2+(a+2)^2-2}{3} = \frac{a^2+a^2+2a+1+a^2+4a+4-2}{3} =$$

$$= \frac{3a^2+6a+3}{3} = \frac{\cancel{3}(a^2+2a+1)}{\cancel{3}} = (a+1)^2 \Rightarrow \text{alltid heltal!!!}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett slutfört resonemang. Slutsatsen ”$(a+1)^2 \Rightarrow$ alltid heltal” är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

**Uppgift 27**

**Elevlösningsexempel 27.1 (1 APL)**

$$f(x) = \frac{x^2}{a}$$

Punkt 1: $f(a) = \frac{a^2}{a}$ $\quad f(a) = a$

Punkt 2: $f(2a) = \frac{(2a)^2}{a}$

$$f(2a) = \frac{4a^2}{a}$$

$$f(2a) = 4a$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms funktionsvärdena för de två givna $x$-koordinaterna. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

**Uppgift 28**

**Elevlösningsexempel 28.1 (0 poäng)**

$$\frac{BP}{PC} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$$

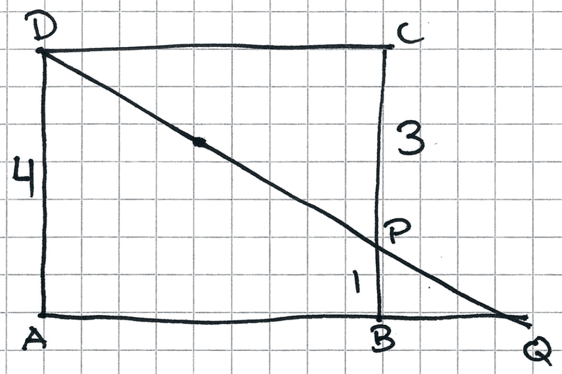
$$\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1} \quad \frac{AB}{BQ} = 3$$

$$AQ = 3BQ + BQ = 4BQ \quad 3BQ = AB$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{3BQ}{4BQ} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen görs antagandet att $\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1}$ men detta styrks inte genom någon hänvisning till likformighet. Detta anses inte motsvara kraven för en godtagbar ansats och lösningen ges noll poäng.

**Elevlösningsexempel 28.2 (1 $A_{PL}$)**




BPQ och DAQ är likformiga

$a = 1$

$$\frac{BP}{DA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BQ}{AQ} = \frac{1}{4}$$

$$BQ = \frac{AQ}{4}$$

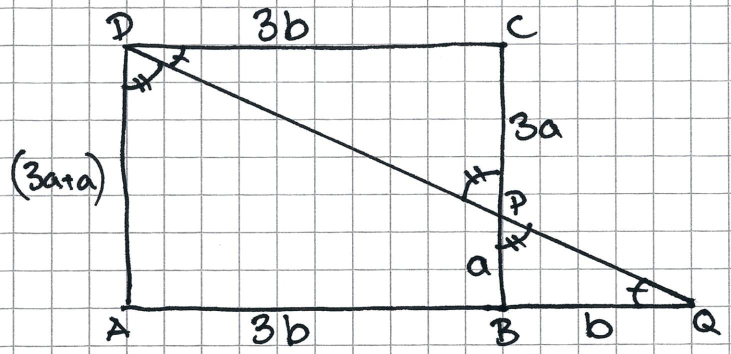
$$AB = AQ - BQ = AQ - \frac{AQ}{4} = \frac{3AQ}{4}$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{\frac{3AQ}{4}}{AQ} = \frac{3}{4}$$

Svar: $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen tecknas ett korrekt likformighetsförhållande vilket motsvarar en godtagbar ansats. Eftersom uppgiften är löst utifrån specialfallet $a = 1$ anses inte lösningen godtagbar och kraven för den andra problemlösningspoängen anses inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men eftersom likformigheten inte motiveras anses lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 28.3 (2 $A_{PL}$ och 1 $A_K$)**




$$\frac{a}{3a} = \frac{BQ}{DC}$$

Nu kan vi se att DCP och DAQ är likformiga gäller att:

$$\frac{AD}{CP} = \frac{AQ}{DC} = \frac{DQ}{DP}$$

$$\frac{4a}{3a} = \frac{4b}{3b} = \frac{DQ}{DP} = \frac{4}{3}$$

$AB = 3b$

$AQ = 3b + b$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{3b}{4b} = \frac{3}{4}$$

Svar: $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är likformigheten motiverad utifrån bilden och symboler för sträckor och vinklar används på ett tydligt och korrekt sätt. Lösningen är mestadels lätt att följa och förstå men den är något otydlig när *b* introduceras. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.