

<b>Part B</b>	Problems 1-9 which only require answers.
<b>Part C</b>	Problems 10-16 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes for Part B and Part C together.
<b>Resources</b>	Formula sheet and ruler.

### Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 59 points consisting of 21 E-, 20 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades

E: 14 points

D: 23 points of which 7 points on at least C-level

C: 30 points of which 12 points on at least C-level

B: 39 points of which 6 points on A-level

A: 46 points of which 10 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

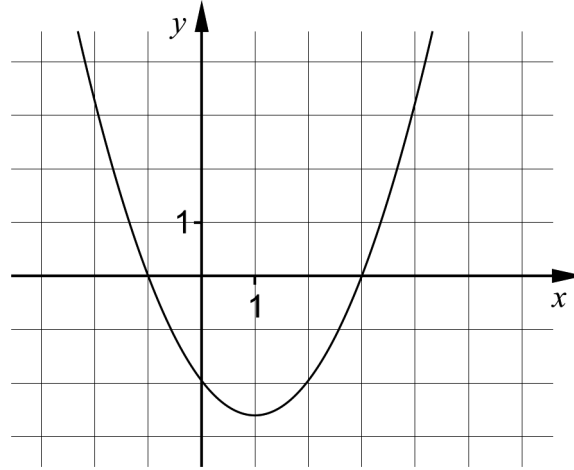
Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

Educational programme: \_\_\_\_\_

**Part B:** Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. The figure shows the graph of a quadratic function.



- a) State the zeroes of the function. \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- b) State the equation of the symmetry line of the graph. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. On Cocos the Clown's webpage you can read how much it would cost to hire her for a kid's birthday party. She charges a fee of SEK 200 for her preparations and then SEK 10 per minute during the performance.

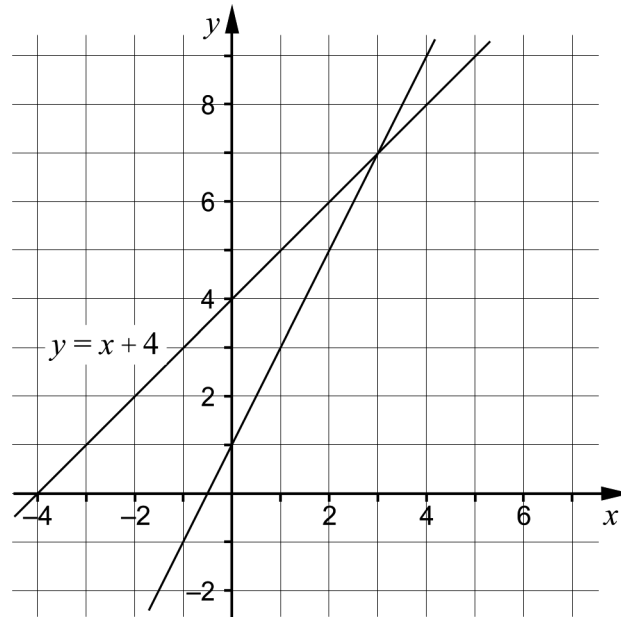


Let  $y$  be the total cost in SEK and  $x$  the time in minutes.

Write down a function on the form  $y = kx + m$  which describes how the total cost depends on the length of Cocos the Clown's performance.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. A linear system consists of two equations. The lines of the equations are drawn in the coordinate system. One of the lines has the equation  $y = x + 4$



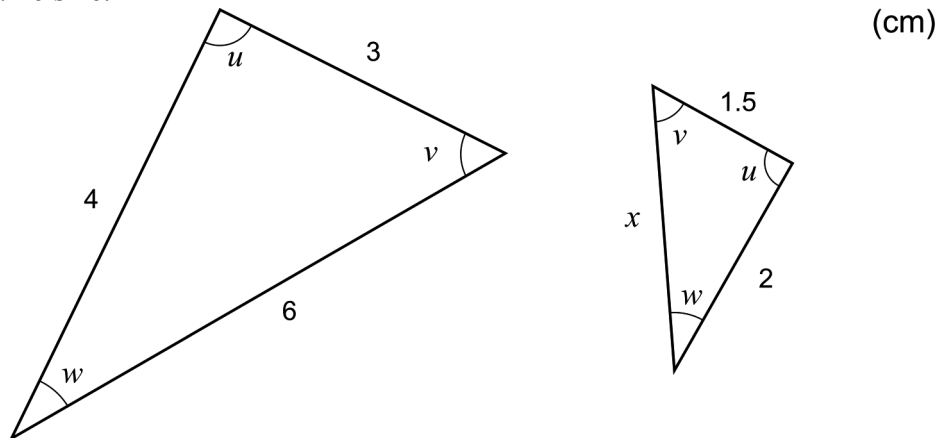
a) State the equation of the other line in the coordinate system. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) State the solution to the linear system. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

The two lines in the linear system intersect at a point.

c) State the equation for yet another line that passes through that point. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Below you can see two triangles where the corresponding angles have the same size.



Determine  $x$ . \_\_\_\_\_ (1/0/0)

5. Solve the equations.

a)  $x^{\frac{1}{4}} = 2$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\sqrt{2x} = \lg 10^{2x}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Which two of the alternatives A-E are equal to 2?

A.  $\lg 49 + \lg 51$

B.  $\frac{\lg 200}{2}$

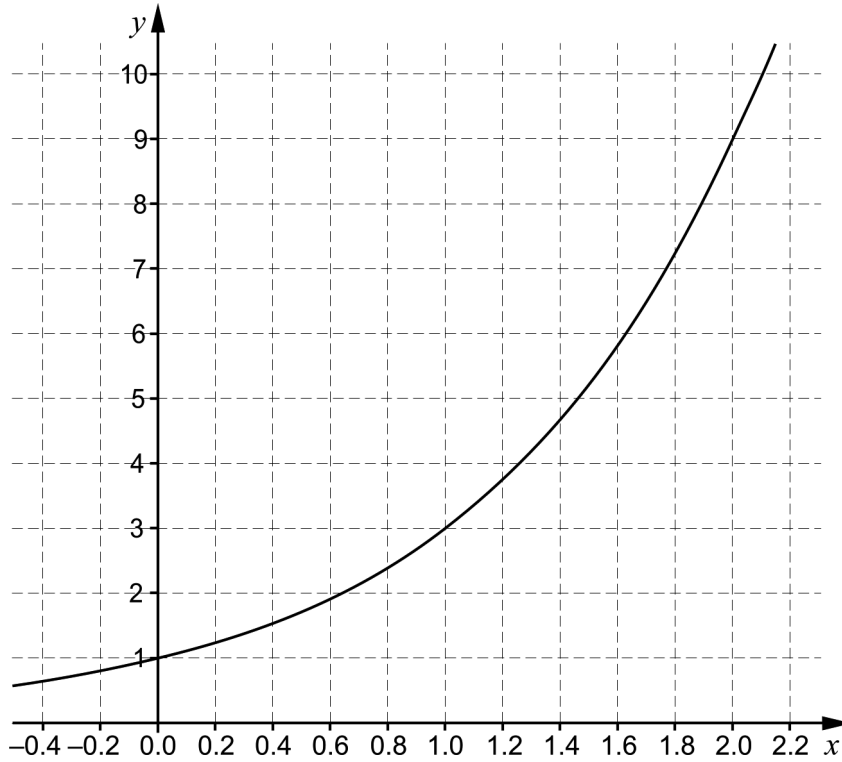
C.  $\lg 500 - \lg 5$

D.  $4^{\lg 0.5}$

E.  $(\lg 10\,000)^{0.5}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Determine  $\lg x$  if  $10^{-x} = 0.1$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. Kalle uses graph drawing software to draw the graph of an exponential function  $f$  where  $y = f(x)$ .



- a) Use the graph and determine  $a$  if  $f(a) = 2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)
- b) Write down the expression for the function Kalle has drawn.  
 \_\_\_\_\_ (0/1/0)

9. Simplify the expressions as far as possible.

- a)  $(x + 5)^2 - 10x$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- b)  $(x + 1 + \sqrt{2x + 1})(x + 1 - \sqrt{2x + 1})$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)
- c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

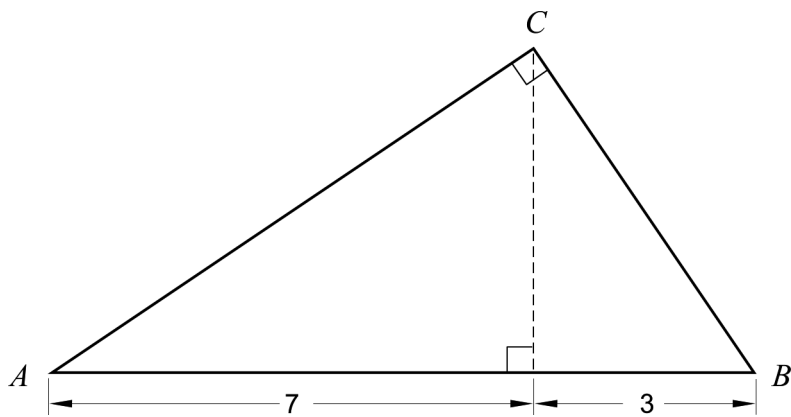
**Part C:** Digital resources are not allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

10. A straight line passes through the points  $(-8, 5)$  and  $(12, 15)$ .  
Determine the equation of the line on the form  $y = kx + m$ . (2/0/0)
11. Solve the equations algebraically.
- a)  $x^2 + 4x - 12 = 0$  (2/0/0)
- b)  $(x - 4)^2 = 2(x - 4)$  (0/2/0)
12. Ove calculates the expression  
 $123456789 \cdot 123456789 - 123456788 \cdot 123456790$  on his calculator.  
The calculator returns the result 0.

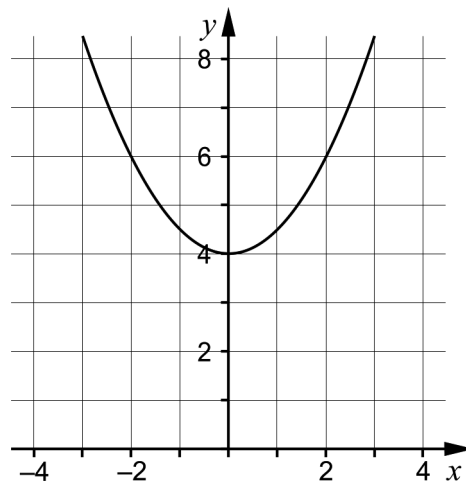


- Ove suspects that the calculator returns wrong answer. Show, by using algebra, that the calculator returns wrong answer. (0/2/0)
13. If  $\lg(2a) = 6$ , the value of  $\lg(2000a)$  is an integer.  
Determine this integer. (0/2/0)

14. Calculate the area of the right-angled triangle  $ABC$ . Give an exact answer. (0/0/3)

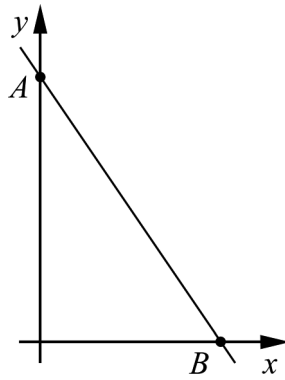


15. The figure shows the graph of a quadratic function  $f$  where  $y = f(x)$ . The graph is symmetric about the  $y$ -axis.



- Find the two complex roots of the equation  $f(x) = 0$  (0/0/2)

16. The line  $y = 4 - 2x$  intersects the coordinate axes at the points  $A$  and  $B$ .



Show that the radius of the circle that passes through the points  $A$ ,  $B$  and the origin is  $\sqrt{5}$  length units.

(0/0/2)



<b>Part D</b>	Problems 17-27 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes.
<b>Resources</b>	Digital resources, formula sheet and ruler.

### Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 59 points consisting of 21 E-, 20 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades

E: 14 points

D: 23 points of which 7 points on at least C-level

C: 30 points of which 12 points on at least C-level

B: 39 points of which 6 points on A-level

A: 46 points of which 10 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

Educational programme: \_\_\_\_\_

**Part D:** Digital resources are allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

17. In a building there are 40 flats with a total of 90 rooms. The flats have either 2 rooms or 3 rooms. To calculate how many flats there are with 2 rooms and 3 rooms respectively, the following equations can be set up

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

Solve the simultaneous equations and write down how many flats there are with 2 rooms and 3 rooms respectively.

(2/0/0)

18. In an American football club, the height of the players is normally distributed with an average height of 187 cm and a standard deviation of 5 cm. The club has a total of 112 players.

Determine the number of players expected to be taller than 182 cm.

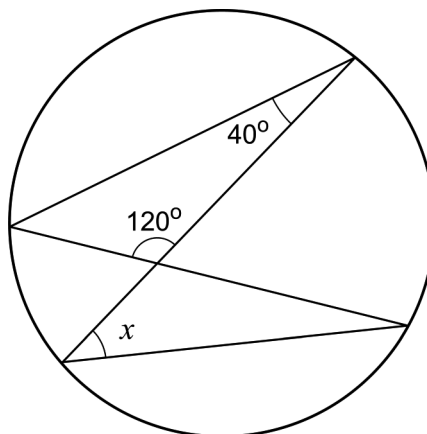
(2/0/0)

19. The graph of a quadratic function passes through the point  $P(0, 4)$  and has either a maximum or a minimum at the point  $Q(2, -1)$ .

Determine whether the point  $Q$  is a maximum or a minimum. Justify your answer.

(1/0/0)

20. Show that the angle  $x$  is  $20^\circ$ .



(1/0/0)

21. The length of a rectangle is 10 cm longer than its width. Determine the lengths of the rectangle's sides if its area is  $80 \text{ cm}^2$ . (2/1/0)

22. Stina, Lisa and Valeria investigate how coffee cools down in a room where the temperature is  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . They pour coffee which has a temperature of  $95 \text{ }^\circ\text{C}$ . After five minutes, the temperature of the coffee is  $73 \text{ }^\circ\text{C}$ .

They set up one model each for how the coffee cools down, where  $y$  is the temperature of the coffee in  $^\circ\text{C}$  and  $x$  is the number of minutes after the coffee has been poured.

Stina:  $y = -4.4x + 95$

Lisa:  $y = 95 \cdot 0.949^x$

Valeria:  $y = 75 \cdot 0.933^x + 20$

Of the three models, Valeria's model is the one that best corresponds to reality.

- a) The coffee is supposed to taste best if it has a temperature of  $65 \text{ }^\circ\text{C}$ . Use Valeria's model and calculate the time it takes for the coffee to reach a temperature of  $65 \text{ }^\circ\text{C}$ . (0/1/0)
- b) Neither Stina's nor Lisa's model corresponds to reality over time. Explain why. (0/1/0)

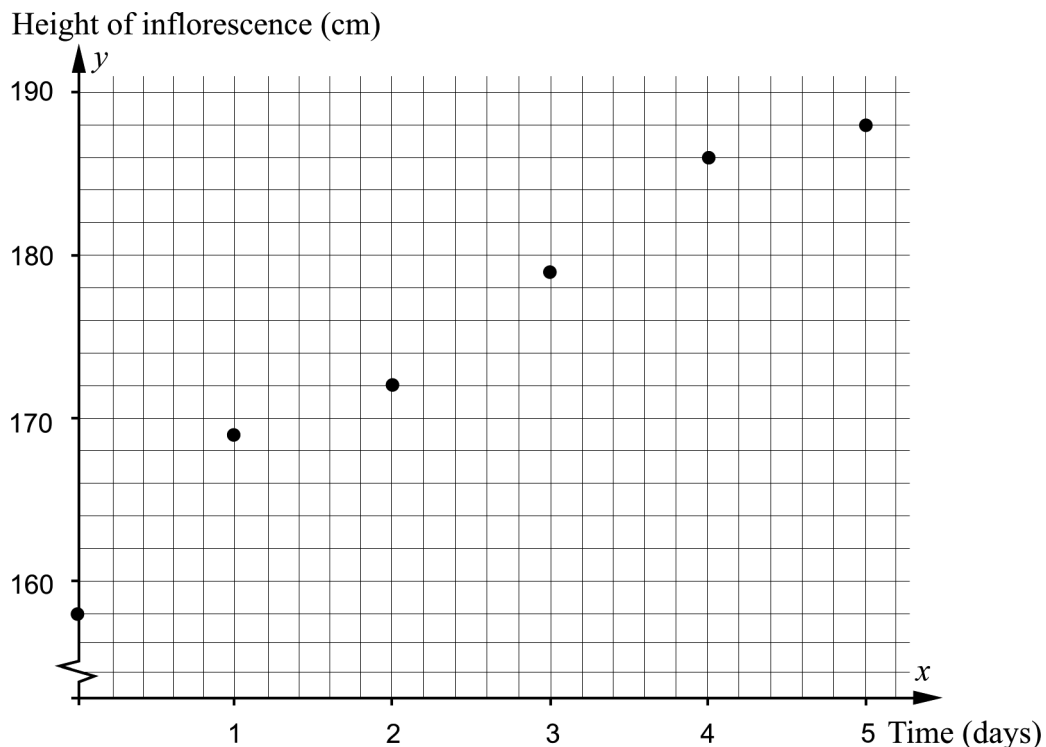
23. The titan arum, *Amorphophallus titanum*, is a carnivorous plant with one of the largest inflorescences in the world which can be up to three metres high. The titan arum is a native plant of West Sumatra, Indonesia.

One specimen of the plant can be found at the Bergius Botanic Garden in Stockholm where it bloomed in July 2013. The height of the inflorescence was measured every morning for six days. The table and the diagram below show the result where  $y$  is the height of the inflorescence in cm and  $x$  is the time in days after July 2, 2013.

Time $x$ days	Height of inflorescence $y$ cm
0	158
1	169
2	172
3	179
4	186
5	188



Picture: Gunvor Larsson

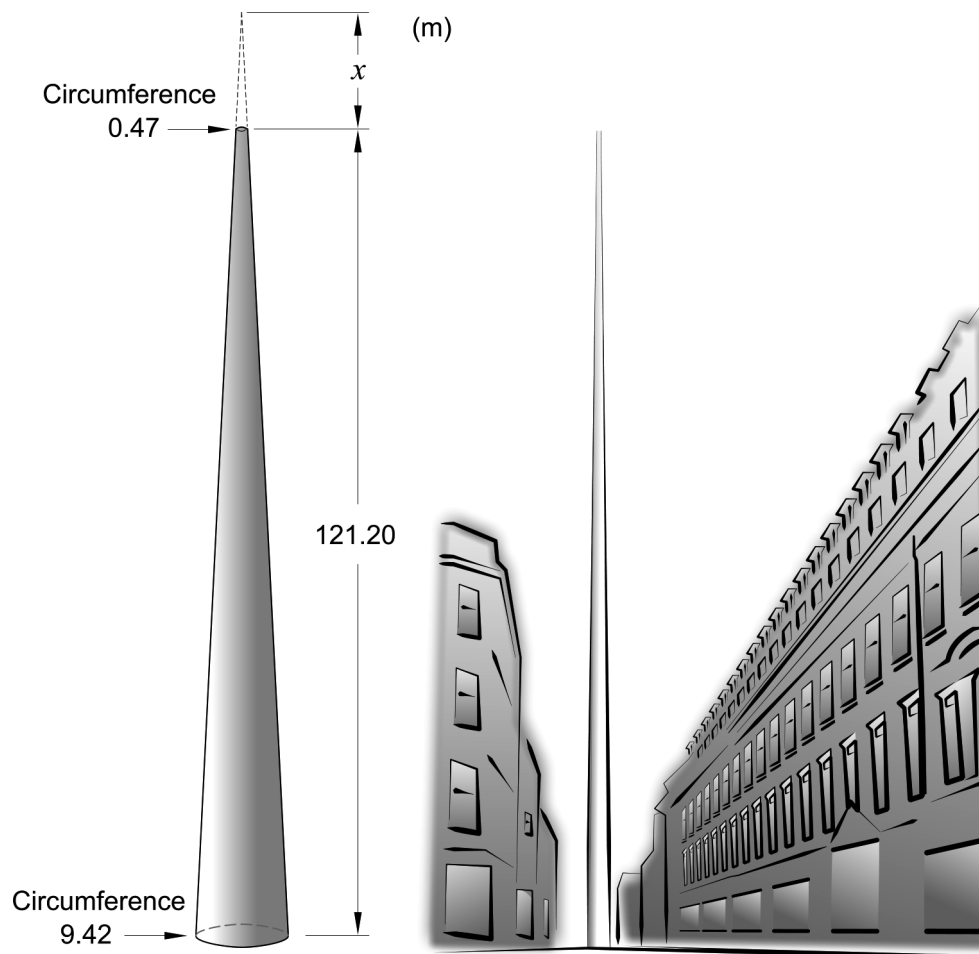


Assume that there is a linear relationship between the height of the inflorescence and the time.

How tall would the inflorescence have been in the morning July 9, 2013, if it would have continued to grow at the same rate according to the linear relationship?

(0/3/0)

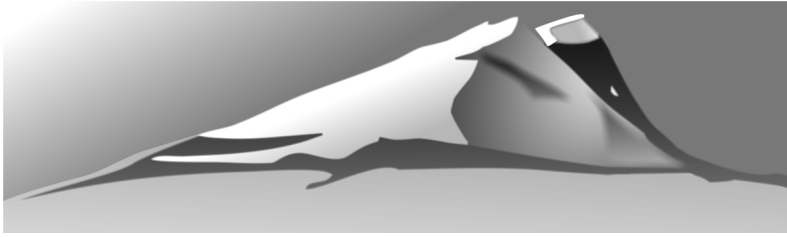
24. The Monument of Light is a work of art in Dublin. It is made of stainless steel and has the shape of a cone where the tip has been cut off. The circumference of the work of art is 9.42 m at the ground and becomes narrower with a circumference of 0.47 m at the top, see figure.



Determine, by calculating  $x$  in the figure, how much higher the work of art would be if it would have a conical tip.

(0/3/0)

25. All living organisms contain carbon-14. When plants and animals die no new carbon is exchanged with the environment and the amount of carbon-14 decreases. In the autumn of 2006, an old shoe made of animal hide was found in the glacier in Jotunheimen in Norway.



The age of the shoe can be estimated by using the technique carbon dating. After 5730 years the amount of carbon-14 has been reduced to half of the initial amount of carbon-14 according to the model

$$y = C \cdot 2^{-kx}$$

where  $y$  is the amount of carbon-14 that remains and  $x$  is the number of years after the amount of carbon-14 began to reduce.  $C$  and  $k$  are constants in this model.

Determine what age the animal hide in this shoe had in 2006 if the amount of carbon-14 was 65.5% of the original amount of carbon-14.

(0/0/3)

26. The birth weight of girls born in Sweden after 40 weeks pregnancy is assumed to be normally distributed with an average of 3400 grams and a standard deviation of 400 grams.



- a) Which two of the statements A-E are correct for these girls?
- A. In all, approximately 4.6% of the girls weigh either more than 4200 grams or less than 2600 grams.
  - B. None of the girls weighs more than 4600 grams.
  - C. Approximately 9.1% of the girls weigh more than 4000 grams.
  - D. The number of girls with a weight of more than 3600 grams is approximately as large as the number of girls with a weight of less than 3200 grams.
  - E. A random sample test of the birth weight of 50 girls will always be normally distributed.

*Only answer is required*

(0/0/1)

- b) Choose one of the incorrect alternatives. Justify why that alternative is incorrect.

(0/0/1)

27. Ismael is going to make new curtains for eight windows at the recreation centre. Ismael wants to cut pieces of fabric where the lower edge should have the shape of a quadratic function. The widest part of each piece of fabric should be 150 cm and the highest height 70 cm, see figure 1.

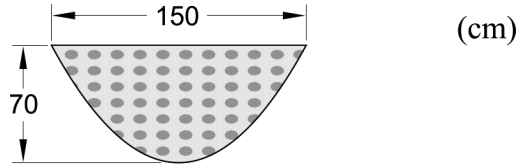


Figure 1

Ismael has found a fabric that is 140 cm wide. He wants to buy as little fabric as possible and is going to cut the eight pieces out of fabric according to figure 2 below.

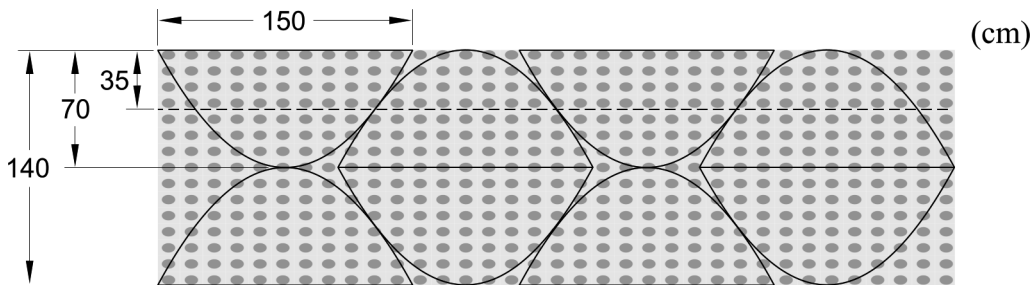


Figure 2

Two adjacent pieces of fabric touch at a point 35 cm from the upper edge of the fabric, see figure 3.

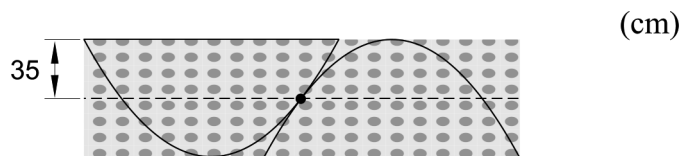


Figure 3

Calculate how many metres of fabric Ismael will have to buy.

(0/0/4)

## Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning .....	3
Bedömningsanvisningar .....	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	4
Provsammanställning – Kunskapskrav .....	5
Provsammanställning – Centralt innehåll .....	6
Kravgränser .....	7
Resultatsammanställning .....	7
Bedömningsformulär .....	8
Bedömningsanvisningar .....	9
Delprov B .....	9
Delprov C .....	10
Delprov D .....	12
Bedömda elevlösningar .....	15
Uppgift 11a .....	15
Uppgift 12 .....	15
Uppgift 14 .....	16
Uppgift 15 .....	17
Uppgift 16 .....	18
Uppgift 19 .....	20
Uppgift 20 .....	21
Uppgift 21 .....	22
Uppgift 23 .....	24
Uppgift 24 .....	26
Uppgift 25 .....	28
Uppgift 26b .....	31
Uppgift 27 .....	32
Ur ämnesplanen för matematik .....	34
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c .....	35
Centralt innehåll Matematik kurs 2c .....	36



## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvartyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvartyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfelet och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfelet.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvartypuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 $E_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$	1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\quad}, \sqrt[n]{\quad}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, ( \quad ), \%, \{, \text{VL}, \text{HL},$ symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## Provsammanställning – Kunskapskrav

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 10\_1 och 10\_2 den första respektive andra poängen i uppgift 10.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																	
		E				C				A									
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK						
B	1a	1																	
	1b	1																	
	2			1															
	3a		1																
	3b	1																	
	3c			1															
	4	1																	
	5a		1																
	5b						1												
	6					1													
	7					1													
	8a					1													
	8b						1												
	9a		1																
	9b											1							
	9c											1							
C	10_1		1																
	10_2		1																
	11a_1		1																
	11a_2		1																
	11b_1						1												
	11b_2						1												
	12_1										1								
	12_2										1								
	13_1							1											
	13_2							1											
	14_1											1							
	14_2												1						
	14_3																		1
	15_1													1					
	15_2													1					
	16_1																		1
16_2																		1	

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																	
		E				C				A									
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK						
D	17_1			1															
	17_2			1															
	18_1	1																	
	18_2			1															
	19							1											
	20							1											
	21_1			1															
	21_2			1															
	21_3															1			
	22a									1									
	22b										1								
	23_1										1								
	23_2										1								
	23_3										1								
	24_1										1								
	24_2										1								
	24_3														1				
	25_1																	1	
	25_2																	1	
	25_3																		1
	26a															1			
	26b															1			
	27_1																	1	
	27_2																	1	
27_3																	1		
27_4																		1	
<b>Total</b>		<b>5</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>5</b>						
<b>Σ</b>	<b>59</b>		<b>21</b>				<b>20</b>				<b>18</b>								

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Provsammanställning – Centralt innehåll

**Tabell 2** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c																						
		E	C	A	Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem- lösning										
					T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4								
B	1a	1	0	0										X													
	1b	1	0	0											X												
	2	1	0	0								X															
	3a	1	0	0			X					X	X														
	3b	1	0	0	X		X					X															
	3c	1	0	0								X											X				
	4	1	0	0							X																
	5a	1	0	0	X																						
	5b	0	1	0	X	X																					
	6	0	1	0		X																					
	7	0	1	0		X																					
	8a	0	1	0											X												
	8b	0	1	0											X												
	9a	1	0	0						X																	
	9b	0	0	1						X																	
9c	0	0	1						X																		
C	10	2	0	0								X															
	11a	2	0	0	X																						
	11b	0	2	0	X				X																		
	12	0	2	0					X																		
	13	0	2	0		X																	X				
	14	0	0	3	X						X												X				
	15	0	0	2					X				X										X				
D	16	0	0	2					X	X	X																
	17	2	0	0	X																						
	18	2	0	0													X	X	X								
	19	1	0	0									X	X													
	20	1	0	0						X																	
	21	2	1	0	X																	X					
	22a	0	1	0	X	X																					
	22b	0	1	0																			X	X			
	23	0	3	0												X						X	X				
	24	0	3	0							X											X					
	25	0	0	3	X	X																X	X				
	26a	0	0	1																		X					
26b	0	0	1																		X						
27	0	0	4	X								X	X	X								X	X				
Total		21	20	18																							

## **Kravgränser**

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).

Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 39 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 46 poäng varav 10 poäng på A-nivå

# Bedömningsformulär

Elev: \_\_\_\_\_ Klass: \_\_\_\_\_ Provbetyg: \_\_\_\_\_

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																				
		E				C				A												
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK									
B	1a																					
	1b																					
	2																					
	3a																					
	3b																					
	3c																					
	4																					
	5a																					
	5b																					
	6																					
	7																					
	8a																					
	8b																					
	9a																					
	9b																					
	9c																					
C	10_1																					
	10_2																					
	11a_1																					
	11a_2																					
	11b_1																					
	11b_2																					
	12_1																					
	12_2																					
	13_1																					
	13_2																					
	14_1																					
	14_2																					
	14_3																					
	15_1																					
	15_2																					
	16_1																					
16_2																						

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																									
		E				C				A																	
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK														
D	17_1																										
	17_2																										
	18_1																										
	18_2																										
	19																										
	20																										
	21_1																										
	21_2																										
	21_3																										
	22a																										
	22b																										
	23_1																										
	23_2																										
	23_3																										
	24_1																										
	24_2																										
	24_3																										
	25_1																										
	25_2																										
	25_3																										
	26a																										
	26b																										
	27_1																										
	27_2																										
	27_3																										
	27_4																										
	Total																										
Σ																											

<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	
Σ	<b>59</b>	<b>21</b>				<b>20</b>				<b>18</b>			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

### Delprov B

- |   |                    |
|---|--------------------|
| <b>1.</b>   | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a) Godtagbart svar ( $x_1 = -1$ och $x_2 = 3$ )   | +1 E <sub>B</sub>  |
| <i>Kommentar:</i> Svar som innehåller både $x$ - och $y$ -koordinater, t.ex. $(-1, 0)$ och $(3, 0)$ , ges noll poäng. |                    |
| b) Godtagbart svar ( $x = 1$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>2.</b>   | <b>Max 1/0/0</b>   |
| Korrekt svar ( $y = 10x + 200$ )  | +1 E <sub>M</sub>  |
| <b>3.</b>   | <b>Max 3/0/0</b>   |
| a) Godtagbart svar ( $y = 2x + 1$ )   | +1 E <sub>P</sub>  |
| b) Godtagbart svar ( $x = 3$ och $y = 7$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| c) Godtagbart svar (t.ex. $y = 3x - 2$ )  | +1 E <sub>PL</sub> |
| <b>4.</b>   | <b>Max 1/0/0</b>   |
| Korrekt svar (3)  | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>5.</b>   | <b>Max 1/1/0</b>   |
| a) Korrekt svar ( $x = 16$ )  | +1 E <sub>P</sub>  |
| b) Korrekt svar ( $x_1 = 0$ och $x_2 = 0,5$ )   | +1 C <sub>P</sub>  |
| <b>6.</b>   | <b>Max 0/1/0</b>   |
| Korrekt svar (Alternativ C: $\lg 500 - \lg 5$ och E: $(\lg 10\,000)^{0,5}$ )  | +1 C <sub>B</sub>  |

7. **Max 0/1/0**  
 Korrekt svar (0) +1 C<sub>B</sub>

8. **Max 0/2/0**

a) Godtagbart svar (0,63) +1 C<sub>B</sub>

*Kommentar:* Ett svar i intervallet  $0,6 \leq a \leq 0,7$  anses godtagbart.

b) Godtagbart svar ( $y = 3^x$ ) +1 C<sub>P</sub>

*Kommentar:* Även svaret  $3^x$  anses godtagbart.

9. **Max 1/0/2**

a) Korrekt svar ( $x^2 + 25$ ) +1 E<sub>P</sub>

b) Korrekt svar ( $x^2$ ) +1 A<sub>P</sub>

c) Korrekt svar (t.ex.  $3^{-n}$ ) +1 A<sub>P</sub>

### Delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens lutning korrekt,  $k = 0,5$  +1 E<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 0,5x + 9$ ) +1 E<sub>P</sub>

11. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -6, x_2 = 2$ ) +1 E<sub>P</sub>




*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till  $x^2 - 10x + 24 = 0$  +1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 4, x_2 = 6$ ) +1 C<sub>P</sub>



- 12.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart välgrundat resonemang genom att teckna ett korrekt algebraiskt uttryck t.ex.  $x^2 - (x - 1)(x + 1)$  +1 C<sub>R</sub>
- med fortsatt godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 C<sub>R</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på  $a$ ,  $a = 500\,000$  +1 C<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (9) +1 C<sub>PL</sub>
- 14.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, bestämmer exakt värde för höjden mot sidan  $AB$  eller bestämmer exakt värde för någon av sidorna  $AC$  eller  $BC$  +1 A<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $5\sqrt{21}$  a.e.) +1 A<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A<sub>K</sub>
- Kommentar:* Andra problemlösningspoängen delas ut även om enhet saknas.
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 15.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. identifierar funktionen,  $f(x) = 0,5x^2 + 4$  +1 A<sub>PL</sub>
- med godtagbar motivering till funktionsuttrycket och med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -\sqrt{8}i$ ,  $x_2 = \sqrt{8}i$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

**16.** **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att avståndet mellan mittpunkten på sträckan  $AB$  och origo är  $\sqrt{5}$  l.e. +1  $E_R$

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att sträckan  $AB$  är cirkelns diameter +1  $E_R$

*Kommentar:* Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Här kan den andra resonemangspoängen delas ut oavsett om den första resonemangspoängen har delats ut eller inte.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



### Delprov D

**17.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt minst en av variablerna  $x$  eller  $y$  +1  $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (30 lägenheter med 2 rum och 10 lägenheter med 3 rum) +1  $E_M$

**18.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel spelare som är längre än 182 cm, 84,1 % +1  $E_B$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (94 spelare) +1  $E_{PL}$

**19.** **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att  $Q$  är en minimipunkt +1  $E_R$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*






**20.** **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till att  $x$  är  $20^\circ$  +1  $E_R$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- 21.** **Max 2/1/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $x(x + 10) = 80$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2 cm och 15,2 cm) +1 E<sub>PL</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 22.** **Max 0/2/0**
- a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (7,37 minuter) +1 C<sub>P</sub>
- b) Godtagbar förklaring (t.ex. ”Ingen av modellerna tar hänsyn till rummets temperatur.”) +1 C<sub>M</sub>
- 23.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet  $5,0 \leq k \leq 7,0$  +1 C<sub>M</sub>
- med godtagbar bestämning av sambandet utifrån den godtagbart anpassade linjen, t.ex.  $y = 5,94x + 160$  +1 C<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 202 cm) +1 C<sub>M</sub>
- Kommentar:* Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 24.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett godtagbart samband utifrån likformighet, t.ex.  $\frac{0,47}{9,42} = \frac{x}{x + 121,20}$  +1 C<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,4 m) +1 C<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>
- Kommentar:* För att lösningen ska anses godtagbar och den andra problemlösningspoängen ska erhållas ska antingen diametern alternativt radien användas i likformighetssambandet *eller* så ska en godtagbar motivering ges till varför omkretsen kan användas, t.ex. genom hänvisning till längdskala.
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

25. **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, bestämmer ett godtagbart värde på  $k$ ,  $1,745 \cdot 10^{-4}$  +1  $A_M$   
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3500 år) +1  $A_M$   
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1  $A_K$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



26. **Max 0/0/2**
- a) Korrekt svar +1  $A_B$   
 (Alternativ A: Sammanlagt väger ungefär 4,6 % av flickorna antingen över 4200 gram eller under 2600 gram.  
 och  
 D: Antalet flickor som väger mer än 3600 gram är ungefär lika stort som antalet flickor som väger mindre än 3200 gram.)

*Kommentar:* Om svaret innehåller fler än två alternativ ges noll poäng på uppgiften.

- b) Korrekt valt alternativ B, C eller E med godtagbar förklaring +1  $A_B$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



27. **Max 0/0/4**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer minimipunktens och båda nollställets koordinater i ett definierat koordinatsystem +1  $A_M$   
 med godtagbar fortsättning, beräknar korrekt  $x$ -koordinat för kurvornas tangeringspunkt utifrån det definierade koordinatsystemet, t.ex.  $x = 128,0$  +1  $A_M$   
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,7 meter) +1  $A_M$   
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1  $A_K$

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



## Bedömda elevlösningar

### Uppgift 11a

#### Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 + 12}$$

$$x = 2 \pm 4$$

$$\underline{x_1 = -2} \quad \underline{x_2 = 6}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andrags-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

### Uppgift 12

#### Elevlösning 1 (2 CR)

$$(n \cdot n) - ((n-1)(n+1)) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck med korrekt förenkling.  $n$  är inte definierad och tydlig slutsats saknas. Trots dessa brister ges lösningen nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

#### Elevlösning 2 (2 CR)

Vi sätter 123456789 som  $x$

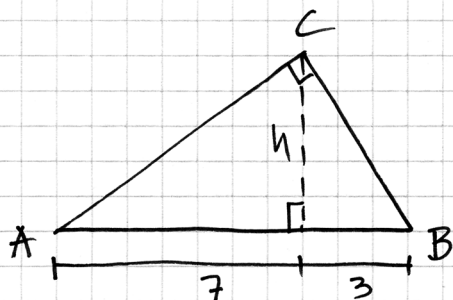
då får vi:  $x \cdot x - (x-1)(x+1) \neq 0$

$$x^2 \neq x^2 - 1$$

$(x-1)(x+1)$  blir därför alltid  
↑ mindre än  $x^2$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck. Uttrycket påstås vara skilt från noll redan före  $x^2 \neq x^2 - 1$  utan att detta motiveras. Trots att motiveringen är bristfällig bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på C-nivå.

## Uppgift 14

Elevlösning 1 (2 A<sub>PL</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$\begin{aligned} \text{Triangelns Area} &= \\ \frac{B \cdot h}{2} &= \frac{10 \cdot \sqrt{21}}{2} = \\ &5 \cdot \sqrt{21} \end{aligned}$$

om enhet är cm  
blir det :

$$\text{Svar: Triangelns Area} = 5 \cdot \sqrt{21} \text{ cm}^2$$

Pythagoras sats ger  
följande :

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 3^2 + h^2 = BC^2 \\ \textcircled{2} & 7^2 + h^2 = AC^2 \\ \textcircled{3} & AC^2 + BC^2 = 10^2 \end{cases}$$

vi sätter in värdena  
från  $\textcircled{1}$  &  $\textcircled{2}$  i  $\textcircled{3}$   
vilket ger :

$$\begin{aligned} 3^2 + h^2 + 7^2 + h^2 &= 10^2 \Rightarrow \\ 58 + 2h^2 &= 100 \Rightarrow \\ 42 &= 2h^2 \Rightarrow \\ h^2 &= 21 \Rightarrow h = \sqrt{21} \end{aligned}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt beräknad triangelarea. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. Beteckningen  $B$  för triangelns bas är olämplig eftersom  $B$  betecknar ett av triangelns hörn i den givna figuren. Svaret anges i enheten  $\text{cm}^2$  grundat på ”om enhet är cm blir det...”. På sista raden borde det stå  $h = \pm\sqrt{21}$  med uteslutning av den negativa lösningen. Lösningen är tillräckligt välstrukturerad och trots bristerna ovan anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A<sub>PL</sub>)

Grafens funktion är:

$$y = 0,5x^2 + 4 \quad f(x) = y = 0 \text{ ger}$$

$$0 = 0,5x^2 + 4 = x^2 + 8 \quad \text{pq-formeln ger}$$

$$x = -\frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 - 8} = 0 \pm \sqrt{-8}$$

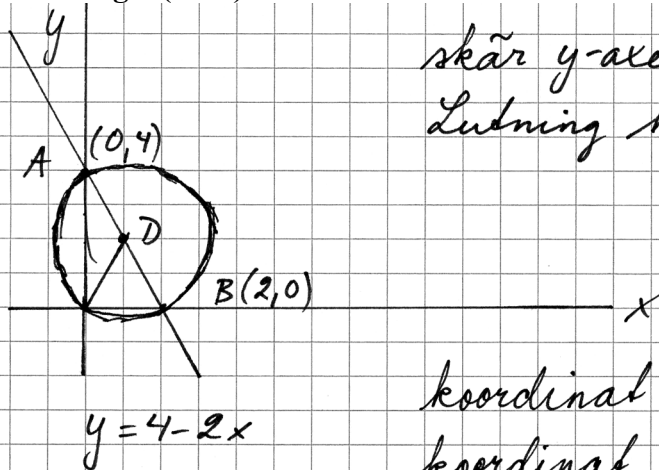
$$x_1 = 8i \quad x_2 = -8i$$

$$\text{Svar: } x_1 = 8i \quad x_2 = -8i$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt identifierad funktion men ett felaktigt svar. Lösningen ges första problemlösningspoängen på A-nivå.

## Uppgift 16

## Elevlösning 1 (1 AR)



skär y-axeln (0,4)  
Lutning  $k = -2$

koordinat  $A = (0, 4)$

koordinat  $B = (2, 0)$

koordinat  $D = (1, 2)$

Avståndsformeln

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$D =$  cirkelns mitt

Mittpunktsformeln = bevis

$$x_m = \frac{0+2}{2} = 1 \quad y_m = \frac{4+0}{2} = 2$$

Avståndsformeln

mellan  $D$  och origo

$$(x_2, y_2) (1, 2) \quad (x_1, y_1) (0, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2}$$

$$d = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$d = \sqrt{1+4}$$

$$d = \sqrt{5} \text{ l.e. v.s. b.}$$

Svar: Avståndet  $D \rightarrow$  origo är även radien på cirkeln. Avståndet från  $D$  till origo är  $\sqrt{5}$  l.e., vilket även radien på cirkeln därmed är.

Kommentar: Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan  $AB$  och origo är  $\sqrt{5}$  l.e. I lösningen visas inte att sträckan  $AB$  är cirkelns diameter och därmed uppfylls inte kraven för andra resonemangsöningen på A-nivå.

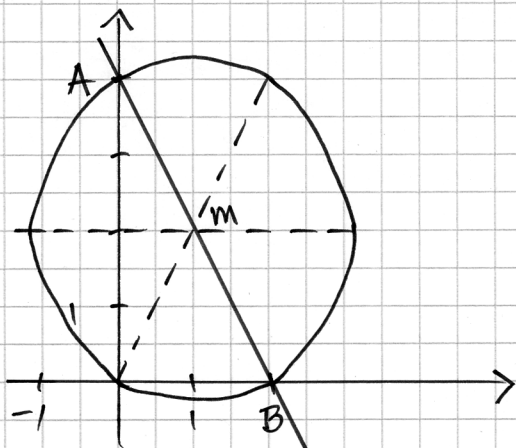


## Elevlösning 2 (2 AR)

$$y = 4 - 2x$$

$$A(0, y_1) \quad y_1 = 4 - 2 \cdot 0 = 4 \Rightarrow A(0, 4)$$

$$B(x_2, 0) \quad 0 = 4 - 2x \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow B(2, 0)$$



$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2$$

$$m(1, 2)$$

$$\text{Avståndsformeln: } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{Avstånd mellan } m \text{ och origo: } \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ i.e.}$$

$$\text{Avstånd mellan } m \text{ och } A: \sqrt{(1-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ i.e.}$$

$$\text{Avstånd mellan } m \text{ och } B: \sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ i.e.}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan  $AB$  och punkterna origo,  $A$  och  $B$  alla är  $\sqrt{5}$  i.e. I och med detta visar lösningen indirekt att sträckan  $AB$  är cirkelns diameter. Trots att det saknas kommentar om detta anses beräkningarna vara tillräckliga för att kraven för andra resonemangspoängen på A-nivå nått och jämnt ska vara uppfyllda.

## Uppgift 19

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Svar: Om grafens maximi- eller minimipunkt är  $-1$  har grafen en minimipunkt då grafen är negativ. Grafen har en minimipunkt

Kommentar: Elevlösningen visar ett felaktigt resonemang och ges noll poäng.

## Elevlösning 2 (1 ER)

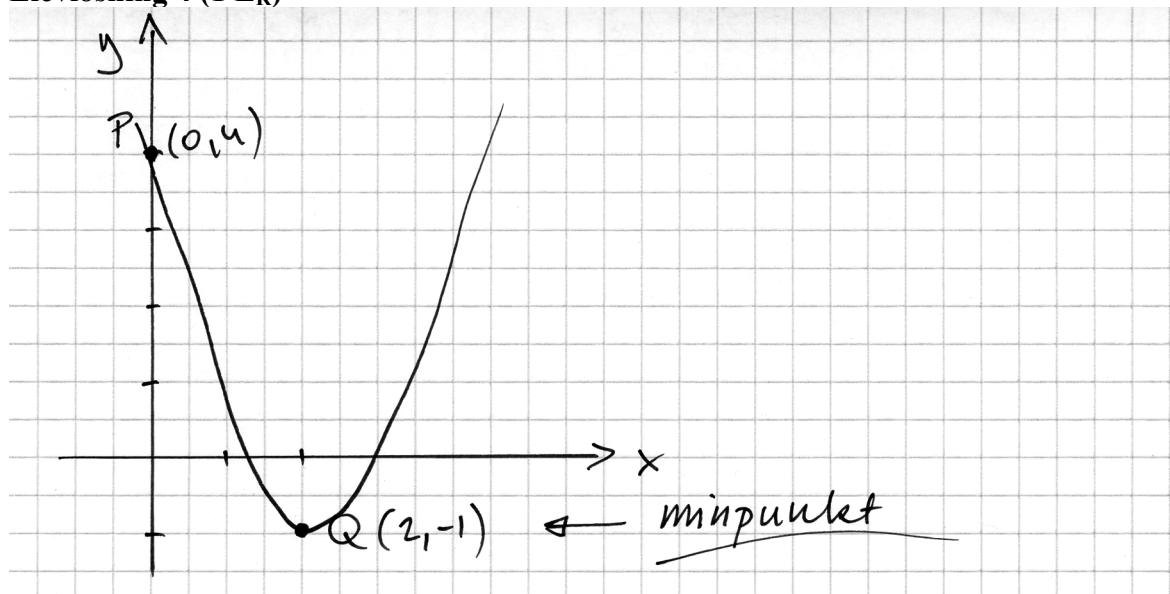
Minimipunkt eftersom om det vore en maximi-punkt så hade grafen aldrig kommit över origo. Och punkten  $P$  ligger över origo.

## Elevlösning 3 (1 ER)

Eftersom att extrempunkterna har ett <sup>y-värde</sup> lägre värde än den punkten som det står att den går igenom så blir det den extrempunkten det lägsta värdet, alltså en minimipunkt.

Kommentar: Elevlösning 2 och 3 visar ett enkelt resonemang som anses vara godtagbart.

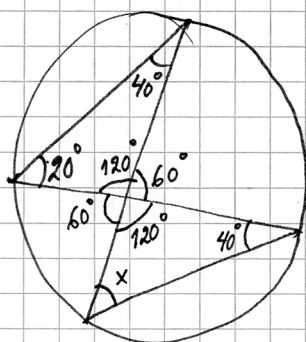
## Elevlösning 4 (1 ER)



*Kommentar:* Elevlösningen visar en graf som motiverar att extrempunkten är en minimipunkt. Detta anses motsvara ett enkelt resonemang.

## Uppgift 20

## Elevlösning 1 (0 poäng)

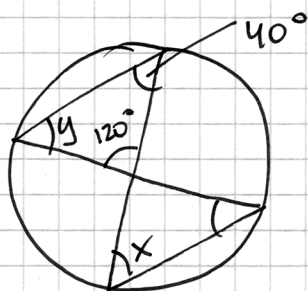


vinkelsumman:  $180 - 120 - 40 = 20^\circ$   
 vertikalvinklar ger mig  $120^\circ$   
 i andra triangeln

Trianglarna är likformiga  $\Rightarrow x = 20^\circ$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett ej godtagbart resonemang eftersom det inte motiveras att vinkeln i den nedre triangeln är  $40^\circ$ . I och med detta motiveras inte heller varför trianglarna är likformiga. Lösningen ges 0 poäng.

## Elevlösning 2 (1 ER)



$$y = 180 - 120 - 40 = 20^\circ$$

$$x = 20^\circ \text{ (enligt randvinkelsatsen är } y=x)$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett godtagbart enkelt resonemang som bygger på randvinkelsatsen. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

## Uppgift 21

## Elevlösning 1 (2 EPL)

$$\text{Area} = x \cdot (x + 10) = 80 \text{ cm}^2$$

$$x^2 + 10x - 80 = 0$$

$$-\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 80} = 5,246950766$$

$$x + 10 = 15,2 \text{ cm}$$

$80 \text{ cm}^2$	$x = 5,2 \text{ cm}$
-------------------	----------------------

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Gällande kommunikation anses variabeln  $x$  vara otillräckligt definierad, det saknas  $x =$  i lösningsformeln på tredje raden och likhetstecknet används felaktigt i slutet av samma rad. Det är otydligt om rektangeln på sista raden verkligen är en förklarande figur. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Elevlösning 2 (2 E<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)**

$$\text{Sidan} = x$$

$$x(x+10) = 80$$

$$x = -5 \pm \sqrt{(-5)^2 + 80}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{105}$$

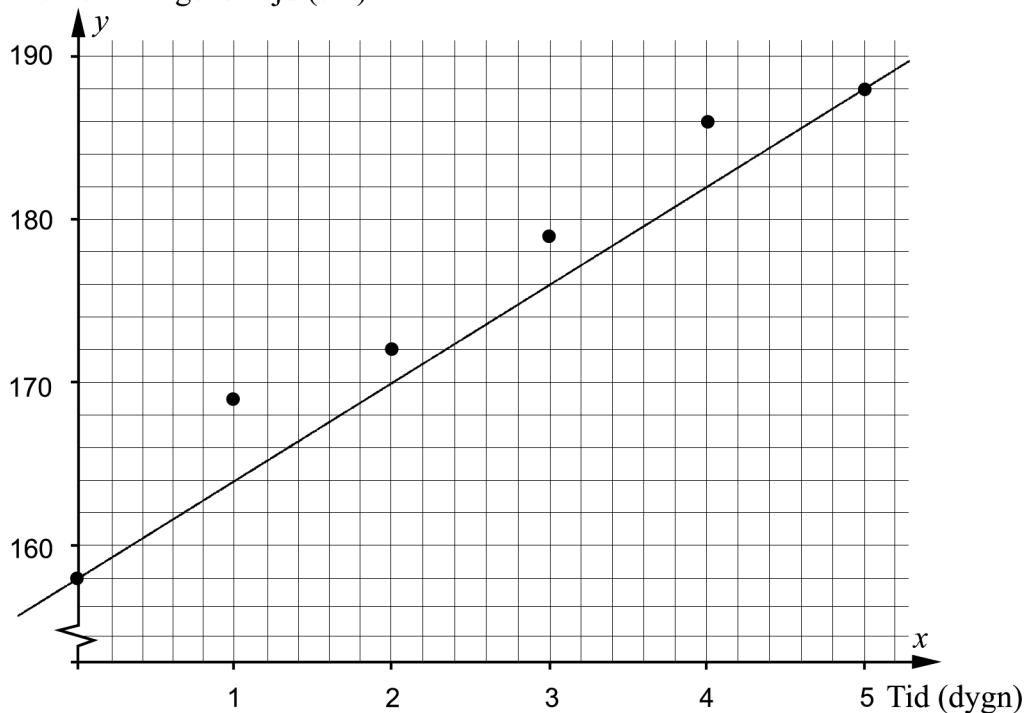
$$x_1 = 5,2 \quad (x_2 = -15,2) \quad \underline{\text{SVAR:}} \quad 5,2 \text{ cm och } 15,2 \text{ cm}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt lösning. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. T.ex. definieras variabeln  $x$  genom "Sidan =  $x$ " vilket är otydligt då det inte framgår om det är rektangelns bredd eller längd som avses. Även en förklarande figur saknas och ett av rottecknen är inte tillräckligt långt. Lösningen är trots bristerna möjlig att följa och förstå. Kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses nätt och jämnt vara uppfyllda.

## Uppgift 23

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Blomställningens höjd (cm)



$$y = kx + m$$

$(0, 158)$  och  $(5, 188)$  ger

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{188 - 158}{5 - 0} = \frac{30}{5} = 6 = k$$

$$m = 158$$

$$y = 6x + 158$$

9 juli  $\Rightarrow$  7 dagar  $\Rightarrow x = 7$

$$y = 6 \cdot 7 + 158 = 200$$

Svar: Den skulle ha blivit 2m hög.

Kommentar: Elevlösningen baseras på en linje som inte är godtagbart anpassad. Lösningen ges därmed 0 poäng.

## Elevlösning 2 (0 poäng)

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ dygn} = 11 \text{ cm} \\ 2 \text{ dygn} = 3 \text{ cm} \\ 3 \text{ dygn} = 7 \text{ cm} \\ 4 \text{ dygn} = 7 \text{ cm} \\ 5 \text{ dygn} = 2 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Tillväxten/dygn}$$

Jag räknar ut genomsnittstillsväxten  $= \Delta$

$$30 \text{ cm} / 5 \text{ dygn} = 6 \text{ cm} / \text{dygn i snitt}$$

Eftersom det återstår 2 dygn till 9 juli  
gånger jag genomsnittet med 2.

$$6 \text{ cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm} \text{ och + det på växten den} \\ 7 \text{ juli.} = \Delta$$

$$188 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$$

Svar: 200 cm 9 juli 2013

*Kommentar:* Elevlösningen visar en beräkning av växtens genomsnittliga tillväxt under 5 dygn. Detta är inte en godtagbar metod eftersom det endast är första och sista punkten som används. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (3 C<sub>M</sub>)

Jag använde mig av linjär regression på räknaren

$$y = 5,942857143x + 160,4761905$$

9-2 = 7 dygn efter 2:a juli

$$y = (5,942857143 \cdot 7) + 160,4761905 \approx$$

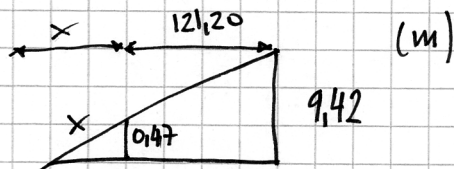
$$\approx 202 \text{ cm}$$

Svar:

Blomställningen skulle vara ca: 202 cm hög.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar anpassning med räknare. Lösningen anses uppfylla kraven för alla tre modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 C<sub>PL</sub>)

$$9,42 - 0,47 = 8,95$$

$$\frac{0,47}{8,95} = \frac{x}{121,20} = 0,0525 \dots$$

$$0,0525 \dots \cdot 121,20 = x = 6,36$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en beräkning som grundar sig på likformighet hos trianglar. Motivering saknas till varför omkretsen kan användas i likformighetssambandet och därmed uppfylls inte kraven för andra problemlösningspoängen på C-nivå.



Elevlösning 2 (2 C<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

Ta reda på  $x$

$$R_1 = \frac{9,42}{\pi \cdot 2} = 1,5$$

$$R_2 = \frac{0,47}{\pi \cdot 2} = 0,0748$$

$$\frac{x}{0,0748} = \frac{121,20 + x}{1,5}$$

$$1,5x = 9 + 0,0748x$$

$$1,4252x = 9$$

$$x \approx 6,3$$

Svar: Den hade varit  $\approx 6,3$  m högre

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. Gällande kommunikation saknas förklaringar till vad  $R_1$  och  $R_2$  betecknar samt att det är likformighet som används. I övrigt är lösningen välstrukturerad, möjlig att följa och förstå och symboler används på ett godtagbart sätt. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

## Uppgift 25

## Elevlösning 1 (2 AM)

$$\begin{cases} 0,5 = C \cdot 2^{-k \cdot 5730} & \textcircled{1} \\ 0,655 = C \cdot 2^{-kx} & \textcircled{2} \\ 1 = C \cdot 2^{-k \cdot 0} \Rightarrow C = 1 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,5 = 2^{-k \cdot 5730} \Rightarrow -5730k = \frac{(\lg 0,5)}{(\lg 2)} = -1$$

$$\Rightarrow k = 1,745 \cdot 10^{-4}$$

$$\textcircled{2} \quad 0,655 = 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} x} \Rightarrow -1,745 \cdot 10^{-4} x = \frac{\lg 0,655}{\lg 2} =$$

$$-0,61043 \Rightarrow x = \frac{-0,61043}{-1,745 \cdot 10^{-4}} \approx 3498$$

SVAR: 8204 var ca 3500 år

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är inte lösningen lätt att följa och förstå eftersom de två första ekvationerna saknar  $C$  i vänsterledet och bestämningen av  $C$  i den tredje ekvationen är otydlig. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$y = C \cdot 2^{-kx}$$

C är grundmängden (100% = 1)

$$0,5 = 1 \cdot 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = \lg 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = -k \cdot 5730 \cdot \lg 2$$

$$k = \frac{\lg 0,5}{\lg 2} / -5730 \approx 1,745 \cdot 10^{-4}$$

dvs.  $y = C \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$$0,655 = 1 \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = \lg 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = -1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x \cdot \lg 2$$

$$x = \frac{\lg 0,655}{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot \lg 2}$$

$$x \approx 3498$$

SVAR: 3500 år

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Elevlösning 3 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Halveringstid kol-14 = 5730 år

$$y = C \cdot 2^{-kx} \text{ kan skrivas } y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

Där  $y = \%$  efter  $t$  antal år

$$y_0 = \% \text{ vid start} \rightarrow y_0 = C$$

 $t =$  tid som passerat $t_{1/2} =$  halveringstid  $\rightarrow k$ -konstant

$$65,5\% = 0,655 \quad 100\% = 1$$

$$0,655 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

$$\ln(0,655) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{t}{5730}$$

$$\frac{\ln(0,655)}{\ln(0,5)} = \frac{t}{5730}$$

$$0,61 = \frac{t}{5730}$$

$$t = 3497$$

Svar: Skon var död 3500 år gammal, när den hittades 2006.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation skrivs den

givna modellen om till  $y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$  utan härledning. I övrigt är lösningen välstrukturerad,

lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

## Uppgift 26b

### Elevlösning 1 (1 A<sub>B</sub>)

E är fel!

I ett stickprov skulle det kunna slumpa sig så att alla 50 har en vikt som är större än medelvikten.

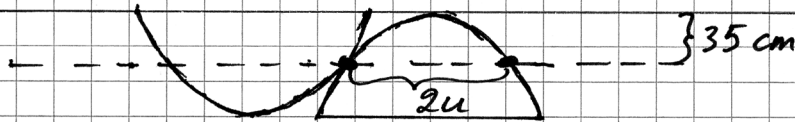
*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar förklaring till varför svarsalternativ E är fel.

## Uppgift 27

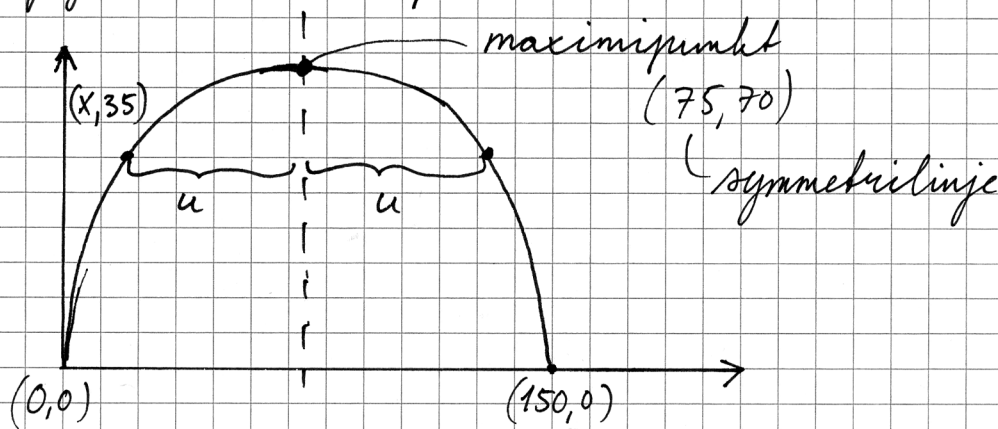
Elevlösning 1 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Tygget är 140 cm brett, två parabler får  
 då plats. ( $70 + 70 = 140$ )

Totalt: 8 parabelformade tygstycken.



Jag vill ta reda på avståndet  $2u$



$$y = k(x - 0_1)(x - 0_2)$$

$$y = k(x - 0)(x - 150)$$

$$70 = k(75 - 0)(75 - 150)$$

$$70 = k(5625 - 11250)$$

$$70 = -5625k$$

$$k = -0,012\dots$$

$$y = -0,012 \cdot (x - 0)(x - 150)$$

$$y = -0,012(x^2 - 150x)$$

$$y = -0,012x^2 + 1,87x$$

Fortsättning på nästa sida.

Jag sätter in att  $y = 35$

$$35 = -0,012(x-0)(x-150)$$

$$35 = -0,012(x)(x-150)$$

$$35 = -0,012(x^2 - 150x)$$

$$35 = -0,012x^2 + 1,87x$$

$$0 = -0,012x^2 + 1,87x - 35$$

$$0 = x^2 - 150x + 2812,5$$

$$x = \frac{150}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{150}{2}\right)^2 - 2812,5}$$

$$x = 75 \pm 53$$



symmetrilinje

$$u = 53 \quad 2u = 2 \cdot 53 = 106$$

Antal meter tyg som behövs blir då:

$$150 + 106 + 150 + 106 = 512 \text{ cm} = 5,12 \text{ m}$$

Svar: Det behövs 5,12 m tyg.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till att tygets längd ska beräknas på näst sista raden. Eftersom svaret inte är korrekt uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och innehåller både figur och definierade variabler. Trots det felaktiga svaret anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklades såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklades användes matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

### Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnen.

### Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.



## Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

### Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget D** Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

### Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget B** Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

### Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnen. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

## Centralt innehåll Matematik kurs 2c

*Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:*

### Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
- T9** Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
- T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T11** Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
- T12** Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

### Geometri

- G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
- G4** Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

### Samband och förändring

- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
- F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

### Sannolikhet och statistik

- S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
- S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
- S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

### Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.