

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1-8. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 9-15. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritat figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

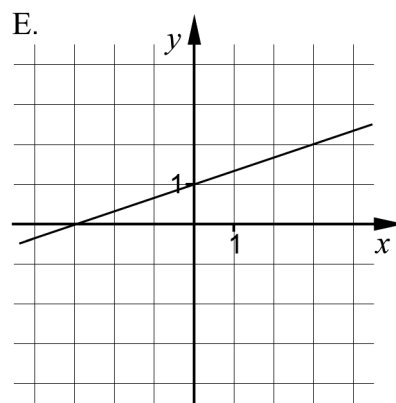
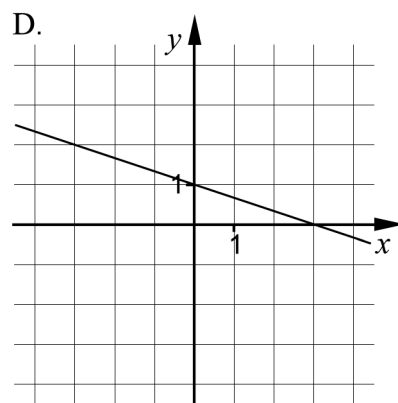
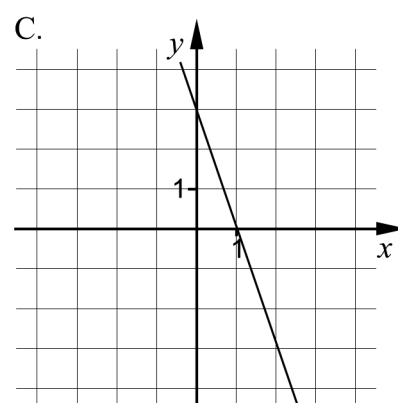
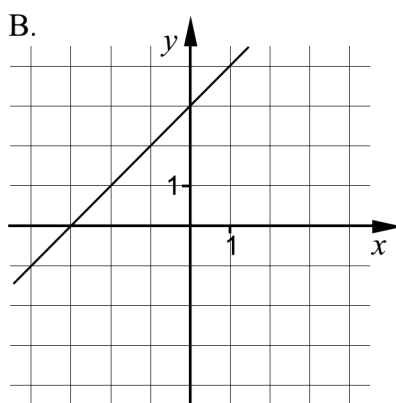
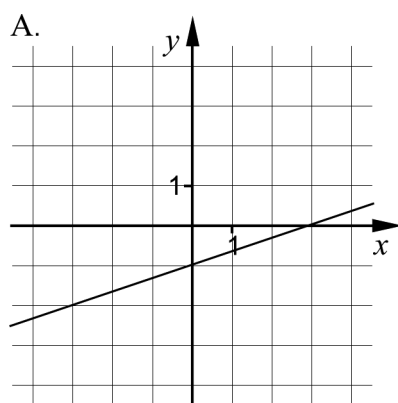
Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange vilken av figurerna A-E nedan som visar grafen till

a)  $y = x + 3$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

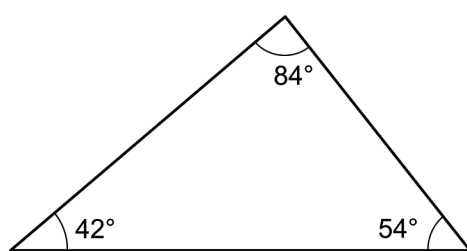


2. Lös ekvationerna och svara exakt.

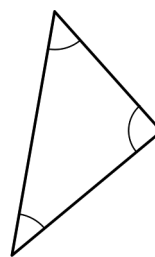
a)  $x^5 = 10$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $3^x = 12$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. Trianglarna  $T_1$  och  $T_2$  är likformiga.



$T_1$



$T_2$

Ange storleken på den minsta vinkeln i triangeln  $T_2$ .

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. För en andragsgradsfunktion  $y = f(x)$  gäller att

- funktionen har nollställena  $x = -3$  och  $x = 7$
- funktionens största värde är 10

- a) Ange koordinaterna för funktionens maximipunkt.

\_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) Samma funktion  $y = f(x)$  går även genom punkten  $(-8, -30)$ .

Ange koordinaterna för ytterligare en punkt som funktionen går genom.  
Denna punkt ska inte vara maximipunkten eller ett nollställe.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. Vikten av en viss sorts paket syltsocker är normalfördelad med medelvikten 1000 g och standardavvikelsen 10 g. Peder köper ett sådant paket syltsocker.

Anta att paketet som Peder köper väger  $x$  gram. Vilket/vilka av alternativen A-F nedan är korrekt?

Det är 84 % sannolikhet att:

- A.  $x \geq 1010$
- B.  $x \leq 1010$
- C.  $x \geq 990$
- D.  $x \leq 990$
- E.  $990 \leq x \leq 1010$
- F.  $1000 \leq x \leq 1020$



\_\_\_\_\_ (0/2/0)

6. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 2x - a$   
För vilka värden på  $a$  gäller att  $(f(1))^2 = 4$ ?

\_\_\_\_\_ (0/2/0)

7. Lös ekvationerna

a)  $x^2 - i^2 = -3$

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}} = 8$

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

c)  $\lg 5 + 2 \lg x = \lg 80$

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

8. Värdet på  $\lg 2$  är ungefär 0,301  
Bestäm ett värde på  $\lg 8$  med tre decimaler.

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

9. För funktionerna  $f$  och  $g$  gäller att  $f(x) = 6 + 6x$  och  $g(x) = (x - 3)^2$

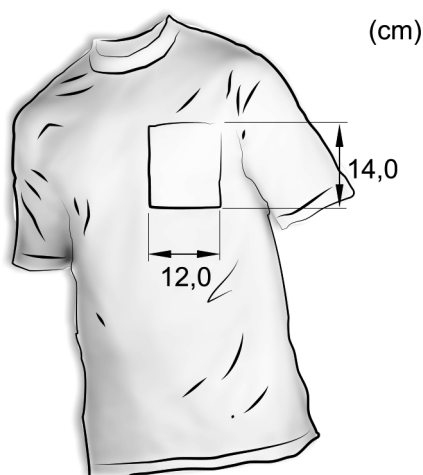
Förenkla uttrycket  $f(x) + g(x)$  så långt som möjligt. (2/0/0)

10. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

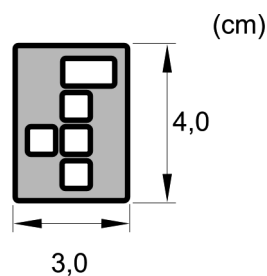
a)  $x^2 - 6x - 16 = 0$  (2/0/0)

b)  $\sqrt{2x + 3} = x$  (0/3/0)

11. En förening vill beställa T-tröjor med sin logga tryckt på fickan. Fickans mått framgår av figur 1. Figur 2 visar en bild av föreningens logga.



Figur 1

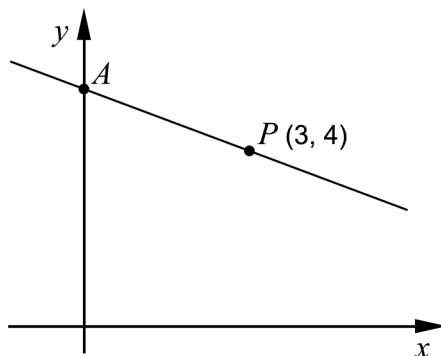


Figur 2

Föreningen vill att loggan som trycks på fickan ska vara så stor som möjligt. Förhållandet mellan loggans höjd och bredd ska vara oförändrat.

Bestäm vilka mått loggan ska ha. (2/0/0)

12. Figuren nedan visar en rät linje som går genom punkten  $P(3, 4)$ . Linjen skär den positiva  $y$ -axeln i en punkt  $A$ . Avståndet mellan origo och punkten  $A$  är lika stort som avståndet mellan origo och punkten  $P$ .



Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna  $A$  och  $P$ . (0/3/0)

13. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = x^2$

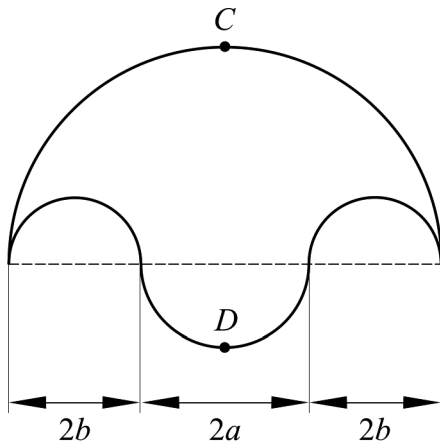
Förenkla uttrycket  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  så långt som möjligt. (0/2/0)

14. I ekvationssystemet nedan är  $A$  och  $B$  konstanter.

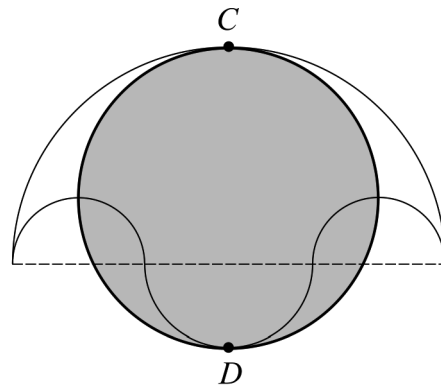
$$\begin{cases} 15x - 6 = -By \\ Ax - 3y = 4 \end{cases}$$

Bestäm konstanterna  $A$  och  $B$  så att ekvationssystemet har oändligt många lösningar. (0/0/2)

15. Arkimedes är en av tidernas största matematiker och levde för två tusen år sedan. I en arabisk samling av Thabit ibn Currah finns det geometriska satser som med stor sannolikhet bevisats av Arkimedes. Figurerna nedan åskådliggör en sådan matematisk sats.



Figur 1



Figur 2

Figur 1 visar ett område som begränsas av fyra halvcirklar. Den grå cirkeln i figur 2 har diametern  $CD$ .

Visa att arean av den grå cirkeln i figur 2 är lika stor som arean av området i figur 1.

(0/0/4)

<b>Delprov D</b>	Uppgift 16-24. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter.
<b>Hjälpmedel</b>	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_



**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Linnea ska lösa följande matematikuppgift:

På en fotbollsmatch bestod publiken av 7 gånger så många män som kvinnor. Totalt var det 2936 personer i publiken.  
Hur många män respektive kvinnor fanns det i publiken?

Linnea ställer upp följande korrekta ekvationssystem för att lösa uppgiften:

$$\begin{cases} x = 7y \\ x + y = 2936 \end{cases}$$

- a) Vad står  $x$  för i Linneas ekvationssystem? (1/0/0)
- b) Lös Linneas ekvationssystem och ange hur många män respektive kvinnor det fanns i publiken. (2/0/0)

17. Benjamin har lagt märke till att volymen av toalettartiklar står angivna både i milliliter (ml) och i den amerikanska enheten fluid ounces (fl oz).

Benjamin läser på en flaska rakvatten och en flaska schampo och gör en värdetabell, se nedan.

	$x$ (fl oz)	$y$ (ml)
Rakvatten	3,4	100
Schampo	8,4	250

Benjamin menar att han med hjälp av värdetabellen kan hitta ett samband mellan de två volymenheterna. Han prickar in värdena som två punkter i ett koordinatsystem och drar en linje genom dem.

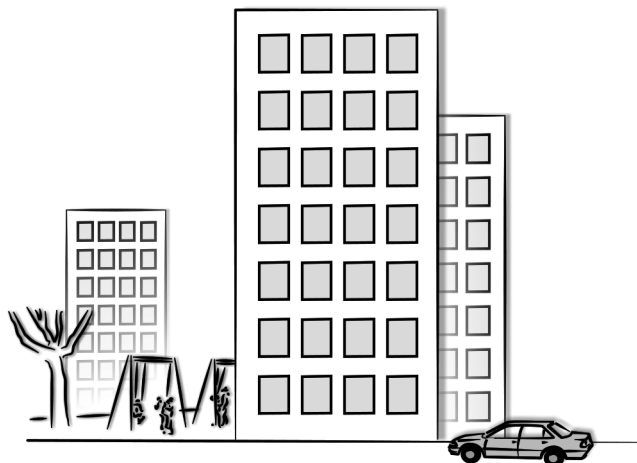
- a) Använd värdena i tabellen och bestäm ekvationen för Benjamins linje. Svara exakt på formen  $y = kx + m$ . (2/0/0)
- b) Använd ekvationen i uppgift a) och beräkna hur många milliliter det borde stå på en flaska med volymen 4,0 fluid ounces. (1/0/0)
- c) Det finns en brist i Benjamins samband. Ge ett exempel på en volym  $x$  fluid ounces där Benjamins samband inte fungerar. Motivera. (0/1/0)

18. Tabellen nedan visar stickprovsvärden för två olika statistiska material.

Stickprov A	2	4	13	22	24
Stickprov B	2	12	13	14	24

Medelvärdet och medianen är 13 för både stickprov A och stickprov B.

- a) Bestäm variationsbredd och standardavvikelse för stickproven A respektive B. (2/0/0)
- b) Förklara eventuella skillnader mellan stickproven A och B med hjälp av de olika statistiska måtten. (1/0/0)
19. En bostadsrätt köptes i juni år 2000 för 850 000 kr. I juni år 2011 såldes den för 1,6 miljoner kr.



Anta att den årliga procentuella värdeökningen har varit lika stor under hela tidsperioden. Beräkna den årliga procentuella värdeökningen för bostadsrätten.

(0/2/0)

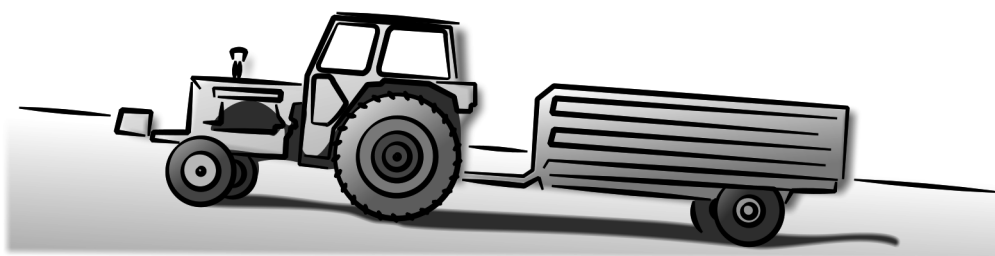
20. För en rät linje gäller följande villkor:

- riktningskoefficienten  $k > 0$
- linjen går genom punkten  $P(3, 5)$

a) Undersök om linjen kan gå genom punkten  $(6, 4)$ . (1/0/0)

b) Det finns många punkter  $Q$  sådana att en linje genom  $P$  och  $Q$  får en positiv riktningskoefficient. Undersök vilka värden  $Q$ :s koordinater  $x$  och  $y$  ska ha för att villkoren ovan ska gälla. (1/1/1)

21. En traktors bränsleförbrukning beror bland annat på traktorns hastighet.



Under vissa förhållanden kan en traktors bränsleförbrukning beskrivas med modellen

$$B(v) = 0,0010v^2 - 0,040v + 0,92 \quad v > 0$$

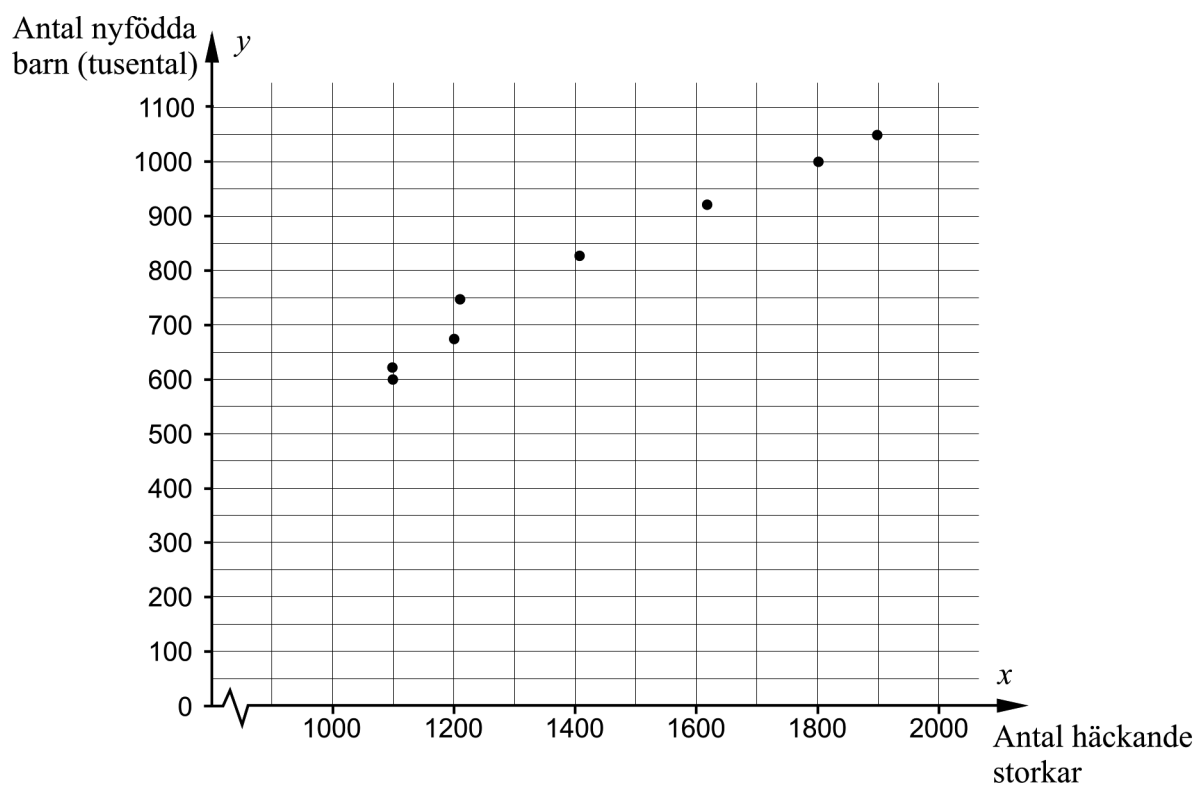
där  $B$  (liter/km) är bränsleförbrukningen och  $v$  (km/h) är traktorns hastighet.

a) Beräkna traktorns bränsleförbrukning vid hastigheten 10 km/h. (1/0/0)

b) Bestäm den lägsta bränsleförbrukning traktorn kan ha enligt modellen. (0/2/0)

22. Nedanstående tabell och diagram visar antal häckande storkar respektive antal nyfödda barn i Västtyskland mellan åren 1965 och 1978.

År	Antal häckande storkar	Antal nyfödda barn (tusental)
1965	1900	1050
1966	1800	1000
1968	1610	920
1970	1405	825
1972	1208	750
1974	1200	675
1976	1100	620
1978	1100	600



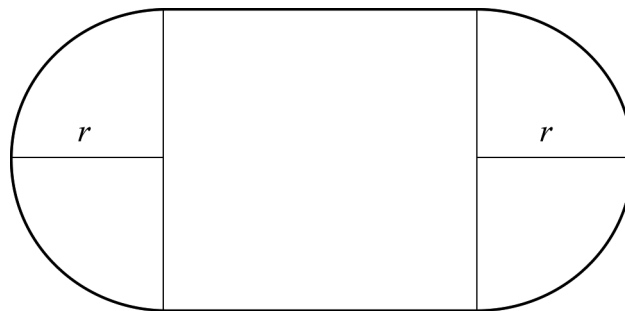
Bestäm ett linjärt samband mellan antal nyfödda barn i tusental,  $y$ , och antal häckande storkar,  $x$ .

(0/2/0)

23. Figurerna nedan visar en travbana. Banan där hästarna springer är 800 m lång. Området innanför banan har formen av en rektangel och två halvcirklar och har arean  $43\,000\text{ m}^2$ .



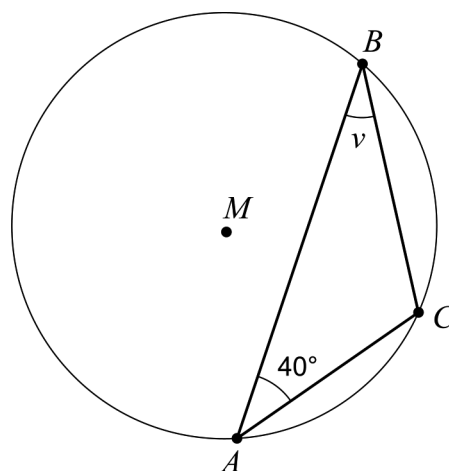
© Copyright Lantmäteriet



Bestäm halvcirkelnas radie  $r$ .

(0/0/4)

24. Triangeln  $ABC$  är inskriven i en cirkel med medelpunkten  $M$ . Sträckan  $AC$  är lika lång som cirkelns radie. Vinkeln  $BAC = 40^\circ$ , se figur.



Bestäm vinkeln  $v$ .

(0/0/2)

## Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning .....	3
Bedömningsanvisningar .....	3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	4
Provsammanställning – Kunskapskrav .....	5
Provsammanställning – Centralt innehåll .....	6
Kravgränser .....	7
Resultatsammanställning.....	7
Bedömningsformulär.....	8
Bedömningsanvisningar .....	9
Delprov B .....	9
Delprov C .....	10
Delprov D .....	12
Bedömda elevlösningar .....	15
Uppgift 10a .....	15
Uppgift 10b.....	15
Uppgift 11 .....	16
Uppgift 12.....	17
Uppgift 15.....	18
Uppgift 17c .....	20
Uppgift 18b.....	21
Uppgift 19.....	21
Uppgift 20a.....	22
Uppgift 20b.....	22
Uppgift 21b.....	24
Uppgift 22.....	24
Uppgift 23.....	26
Uppgift 24.....	27
Ur ämnesplanen för matematik .....	29
Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c .....	30
Centralt innehåll Matematik kurs 2c .....	31

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte beroende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

---

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

---

<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$ och 1 $C_R$	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

### **Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.



## Provsammanställning – Kunskapskrav

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 5\_1 och 5\_2 den första respektive andra poängen i uppgift 5.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																	
		E				C				A									
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK						
B	1a	1																	
	1b	1																	
	2a		1																
	2b		1																
	3	1																	
	4a	1																	
	4b					1													
	5_1					1													
	5_2					1													
	6_1							1											
	6_2							1											
	7a						1												
	7b													1					
	7c												1						
	8														1				
C	9_1		1																
	9_2		1																
	10a_1		1																
	10a_2		1																
	10b_1					1													
	10b_2					1													
	10b_3								1										
	11_1			1															
	11_2			1															
	12_1						1												
	12_2						1												
	12_3								1										
	13_1					1													
	13_2						1												
	14_1										1								
14_2										1									
15_1														1					
15_2														1					
15_3														1					
15_4																	1		

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																		
		E				C				A										
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK							
D	16a			1																
	16b_1			1																
	16b_2			1																
	17a_1			1																
	17a_2			1																
	17b			1																
	17c												1							
	18a_1	1																		
	18a_2	1																		
	18b							1												
	19_1												1							
	19_2													1						
	20a										1									
	20b_1										1									
	20b_2																	1		
	20b_3																		1	
	21a												1							
	21b_1														1					
	21b_2														1					
	22_1												1							
	22_2												1							
	23_1																	1		
	23_2																	1		
	23_3																	1		
23_4																		1		
24_1																		1		
24_2																		1		
<b>Total</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>5</b>							
<b>Σ</b>	<b>62</b>	<b>24</b>				<b>22</b>				<b>16</b>										

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Provsammanställning – Centralt innehåll

**Tabell 2** Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c															
		E	C	A	Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem- lösning			
					T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4	
B	1a	1	0	0							X									
	1b	1	0	0							X									
	2a	1	0	0	X															
	2b	1	0	0	X	X														
	3	1	0	0						X										
	4a	1	0	0								X	X							
	4b	0	1	0								X	X							
	5	0	2	0												X				
	6	0	2	0	X				X			X						X		
	7a	0	1	0	X			X											X	
	7b	0	0	1		X														
	7c	0	0	1	X													X		
8	0	0	1		X												X			
C	9	2	0	0					X											
	10a	2	0	0	X															
	10b	0	3	0	X															
	11	2	0	0						X								X		
	12	0	3	0							X							X		
	13	0	2	0					X											
	14	0	0	2	X		X													
15	0	0	4					X									X	X		
D	16a	1	0	0			X													
	16b	2	0	0	X		X													
	17a	2	0	0							X							X		
	17b	1	0	0							X							X		
	17c	0	1	0							X							X	X	
	18a	2	0	0											X					
	18b	1	0	0											X					
	19	0	2	0	X													X		
	20a	1	0	0							X									
	20b	1	1	1							X									
	21a	1	0	0								X						X		
	21b	0	2	0								X	X					X		
	22	0	2	0							X				X					
23	0	0	4	X							X						X			
24	0	0	2						X											
Total		24	22	16																

## **Kravgränser**

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).

Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

# Bedömningsformulär

Elev: \_\_\_\_\_ Klass: \_\_\_\_\_ Provbetyg: \_\_\_\_\_

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																									
		E				C				A																	
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK														
B	1a																										
	1b																										
	2a																										
	2b																										
	3																										
	4a																										
	4b																										
	5_1																										
	5_2																										
	6_1																										
	6_2																										
	7a																										
	7b																										
	7c																										
	8																										
C	9_1																										
	9_2																										
	10a_1																										
	10a_2																										
	10b_1																										
	10b_2																										
	10b_3																										
	11_1																										
	11_2																										
	12_1																										
	12_2																										
	12_3																										
	13_1																										
	13_2																										
	14_1																										
14_2																											
15_1																											
15_2																											
15_3																											
15_4																											

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå																									
		E				C				A																	
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK														
D	16a																										
	16b_1																										
	16b_2																										
	17a_1																										
	17a_2																										
	17b																										
	17c																										
	18a_1																										
	18a_2																										
	18b																										
	19_1																										
	19_2																										
	20a																										
	20b_1																										
	20b_2																										
	20b_3																										
	21a																										
	21b_1																										
	21b_2																										
	22_1																										
	22_2																										
	23_1																										
	23_2																										
	23_3																										
23_4																											
24_1																											
24_2																											
Total																											
Σ																											

	<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>5</b>
Σ	<b>62</b>	<b>24</b>				<b>22</b>				<b>16</b>			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

### Delprov B

- 1.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar (B) +1 E<sub>B</sub>
- b) Korrekt svar (D) +1 E<sub>B</sub>
- 2.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar ( $x = 10^{1/5}$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 12}{\lg 3}$ ) +1 E<sub>P</sub>
- 3.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ( $42^\circ$ ) +1 E<sub>B</sub>
- 4.** **Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar ((2, 10)) +1 E<sub>B</sub>
- b) Korrekt svar (t.ex. (12, -30)) +1 C<sub>B</sub>
- 5.** **Max 0/2/0**
- Ett korrekt alternativ angivet +1 C<sub>B</sub>
- med båda korrekta alternativen angivna (Alternativ B:  $x \leq 1010$  och C:  $x \geq 990$ ) +1 C<sub>B</sub>
- Kommentar:* Ett felaktigt angivet alternativ ger noll poäng på uppgiften.
- 6.** **Max 0/2/0**
- Ett korrekt värde på  $a$  angivet +1 C<sub>PL</sub>
- med ytterligare ett korrekt värde angivet ( $a_1 = 0$  och  $a_2 = 4$ ) +1 C<sub>PL</sub>
- Kommentar:* Ett felaktigt angivet värde ger noll poäng på uppgiften.

- 7.** **Max 0/1/2**
- a) Korrekt svar ( $x = \pm 2i$ ) +1 C<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = 64$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- c) Korrekt svar ( $x = 4$ ) +1 A<sub>P</sub>

- 8.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (0,903) +1 A<sub>PL</sub>

### Delprov C

- 9.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. utvecklar kvadraten korrekt +1 E<sub>P</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x^2 + 15$ ) +1 E<sub>P</sub>

- 10.** **Max 2/3/0**
- a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -2, x_2 = 8$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till  $x^2 - 2x - 3 = 0$  +1 C<sub>P</sub>
- med godtagbar lösning av andragradsekvationen,  $x_1 = -1, x_2 = 3$  +1 C<sub>P</sub>
- Godtagbart resonemang om varför den ena lösningen uteslutits med korrekt svar ( $x = 3$ ) +1 C<sub>R</sub>



*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- 11.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. beräknar skalan för bredden och för höjden +1 E<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10,5 cm bred och 14 cm hög) +1 E<sub>PL</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



- 12.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan  $P$  och origo, 5 +1 C<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = -\frac{1}{3}x + 5$ ) +1 C<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.  
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer  
(se punkt 2 sidan 4) vara =,  $\approx$ ,  $\pm$ ,  $\sqrt{\quad}$ , parenteser, bråkstreck, symbol för rät  
vinkel, figur, termer såsom  $x$ -koordinat,  $y$ -koordinat, koordinater,  $x$ -axel,  
 $y$ -axel, skärning med  $y$ -axel, punkt, skärningspunkt, koordinatsystem, rät linje,  
lutning, riktningskoefficient, rätvinklig, likbent, bas, höjd, sida, längd, sträcka  
samt hänvisning till räta linjens ekvation, Pythagoras sats etc. +1 C<sub>K</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck för  $f(a + h)$ ,  $(a + h)^2$  +1 C<sub>B</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $2a + h$ ) +1 C<sub>P</sub>
- 14.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationerna på formen  $y = kx + m$   
och inser att linjerna ska sammanfalla +1 A<sub>B</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $A = 10$  och  $B = -4,5$ ) +1 A<sub>B</sub>
- 15.** **Max 0/0/4**
- Korrekt tecknad radie för den grå cirkeln i Figur 2,  $a + b$  +1 A<sub>PL</sub>
- Korrekt tecknad area av området i Figur 1 +1 A<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning som visar att de två areorna är lika stora +1 A<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.  
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer  
(se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, VL, HL, beteckningar  
såsom  $A_a$ ,  $A_{grå}$ ,  $A_{tot}$ , figur med införda beteckningar, korrekt definierade  
variabler, termer såsom högerled, vänsterled, diameter, radie, längd, sträcka,  
cirkel, halvcirkel, area samt hänvisning till formeln för cirkelns area etc. +1 A<sub>K</sub>
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 

**Delprov D****16.** **Max 3/0/0**

- a) Korrekt svar ("x motsvarar antalet män") +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna  $x$  eller  $y$  +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2569 män och 367 kvinnor) +1 E<sub>M</sub>

**17.** **Max 3/1/0**

- a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer ett korrekt värde på  $k$ , 30 +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex.  $y = 30x - 2$ ) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån ekvationen i a) (118 ml) +1 E<sub>M</sub>  
*Kommentar:* Även svar utan enhet betraktas som godtagbart.
- c) Godtagbar utvärdering av modellens giltighet, t.ex. kommenterar att 0 fl oz borde motsvara 0 ml +1 C<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***18.** **Max 3/0/0**

- a) Godtagbar bestämning av variationsbredd för material A och B (variationsbredd<sub>A</sub> = variationsbredd<sub>B</sub> = 22) +1 E<sub>B</sub>  
 Godtagbar beräkning av standardavvikelse för både A och B (s<sub>A</sub> = 10,0 och s<sub>B</sub> = 7,8) +1 E<sub>B</sub>
- b) Godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för material A (t.ex. "Värdena för material B ligger närmare medelvärdet än värdena för material A, därför blir standardavvikelsen större för A.") +1 E<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***19.** **Max 0/2/0**

- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $1,6 = 0,85 \cdot a^{11}$  +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,9 %) +1 C<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



**20.****Max 2/1/1**

- a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. "Om  $x$  ökar måste också  $y$  öka eftersom  $k > 0$ . Funktionen kan inte gå genom punkten  $(6, 4)$ ." ) +1 E<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



b)

E	C	A
<p>Eleven för ett enkelt resonemang som leder till att koordinaterna till en punkt <math>Q</math> anges korrekt.</p> <p style="text-align: right;">1 E<sub>R</sub></p>	<p>Eleven för ett välgrundat resonemang som leder till att: eleven anger, algebraiskt eller grafiskt, minst ett av områdena <math>x &lt; 3, y &lt; 5</math> eller <math>x &gt; 3, y &gt; 5</math> <i>eller</i> eleven ritar en linje som går genom båda områdena och anger att punkterna på linjen uppfyller villkoren.</p> <p style="text-align: center;">1 E<sub>R</sub> och 1 C<sub>R</sub></p>	<p>Eleven för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att båda områdena <math>x &lt; 3, y &lt; 5</math> och <math>x &gt; 3, y &gt; 5</math> anges algebraiskt eller grafiskt.</p> <p style="text-align: center;">1 E<sub>R</sub>, 1 C<sub>R</sub> och 1 A<sub>R</sub></p>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

**21.****Max 1/2/0**

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (0,62 liter/km) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att den lägsta bränsleförbrukningen fås genom symmetrilinjens  $x$ -koordinat +1 C<sub>M</sub>  
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,52 liter/km) +1 C<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



22.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbar linje och bestämmer linjens  $k$ -värde till ett värde i intervallet  $0,46 \leq k \leq 0,60$  +1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex.  $y = 0,53x + 50$ ) +1 C<sub>P</sub>

*Kommentar:* Elev som bestämmer sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



23.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för rektangelns area i en variabel,  $(400 - \pi r) \cdot 2r$  +1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar beräkning av radien,  $r_1 = 177,6$  och  $r_2 = 77,1$  +1 A<sub>M</sub>

med godtagbar motivering om varför radien 177,6 m inte är möjlig med korrekt svar (77 m) +1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =,  $\approx$ ,  $\pm$ ,  $\sqrt{\quad}$ ,  $A(r)$ ,  $O(r)$ , tydlig figur med införda beteckningar, termer såsom radie, area, omkrets, rektangel, halvcirkel, area-funktion samt angivna enheter etc. +1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



24.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till bestämning av vinkeln  $CMA$  +1 A<sub>R</sub>

med ett fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att vinkeln  $v$  bestäms +1 A<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



## Bedömda elevlösningar

### Uppgift 10a

#### Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9+16}$$

$$x = -3 \pm 5$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -8 \end{array}}$$

$$\text{SVAR } x_1 = 2 \quad x_2 = -8$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

### Uppgift 10b

#### Elevlösning 1 (2 Cp)

$$\sqrt{2x+3} = x$$

$$2x+3 = x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x = 1 \pm 2$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -1$$

↑  
falsk rot!

$$\underline{\text{Svar}} \quad x = 3$$

$$\sqrt{6+3} = 3$$

$$3 = 3$$

$$\sqrt{-2+3} = 3$$

$$\sqrt{1} = 3$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt lösning av andragradsekvationen. En felaktig prövning av en av rötterna görs vilket medför att kraven för resonemangspoäng på C-nivå inte uppfylls.

**Elevlösning 2 (1 C<sub>P</sub> och 1 C<sub>R</sub>)**

$$\sqrt{2x+3} = x$$

$$2x+3 = x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$1 \pm \sqrt{1^2 + 3} = 1 \pm 2$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -2$$

är en falsk rot

testar lösningarna:

$$\sqrt{2 \cdot -2 + 3} = \sqrt{-1}$$

får ej vara negativt under rottecknet!

$$\sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 3$$

stämmer!

*Kommentar:* Elevlösningen är korrekt fram tills den andra roten till andragradsekvationen beräknas felaktigt till  $x_2 = -2$ . Därefter utesluts denna rot som falsk, grundat på en korrekt prövning. Därmed ges lösningen första procedurpoängen för godtagbar ansats och resonemangspoängen för godtagbart resonemang vid uteslutning av falsk rot.

**Uppgift 11**

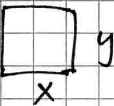
**Elevlösning 1 (2 E<sub>PL</sub>)**

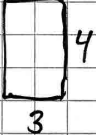
förhållande


$$\frac{3}{4} = \frac{0,75}{1}$$

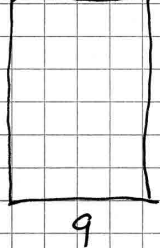
SVAR

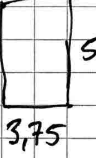
Svar: Den kan som max ha 10,5 x 14 cm




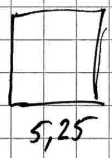















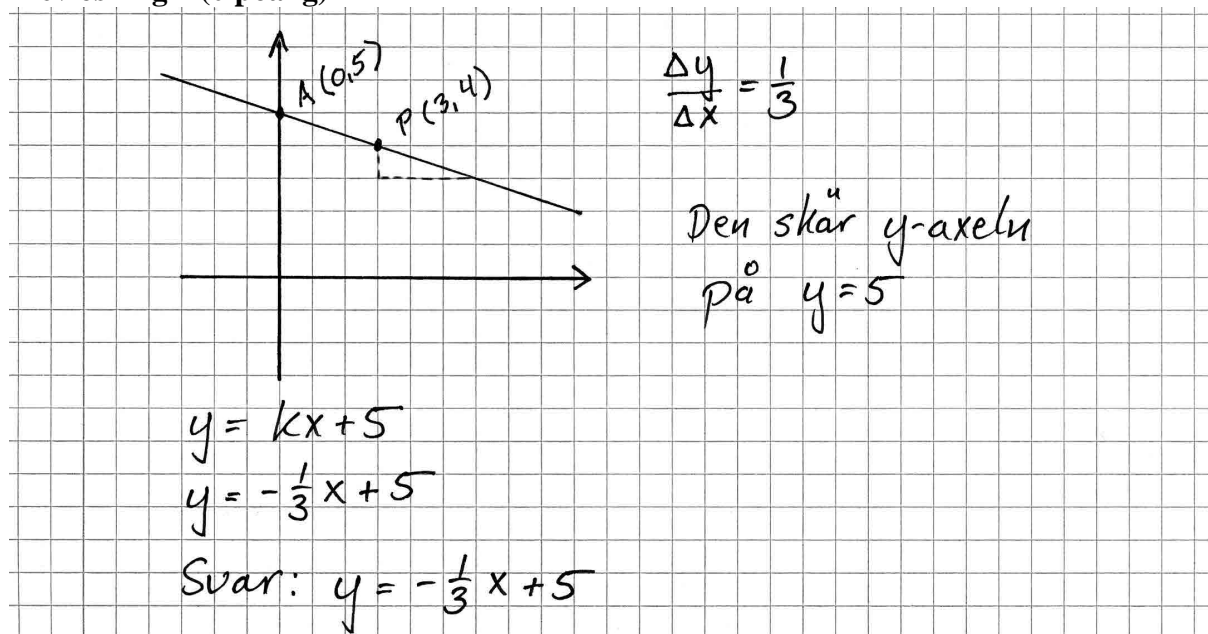
$9,75 \times 13$   
 $10,5 \times 14$   
 Max:  $12 \times 14$

$y$ : ökar med 1 cm  
 $x$ : ökar med 0,75 cm

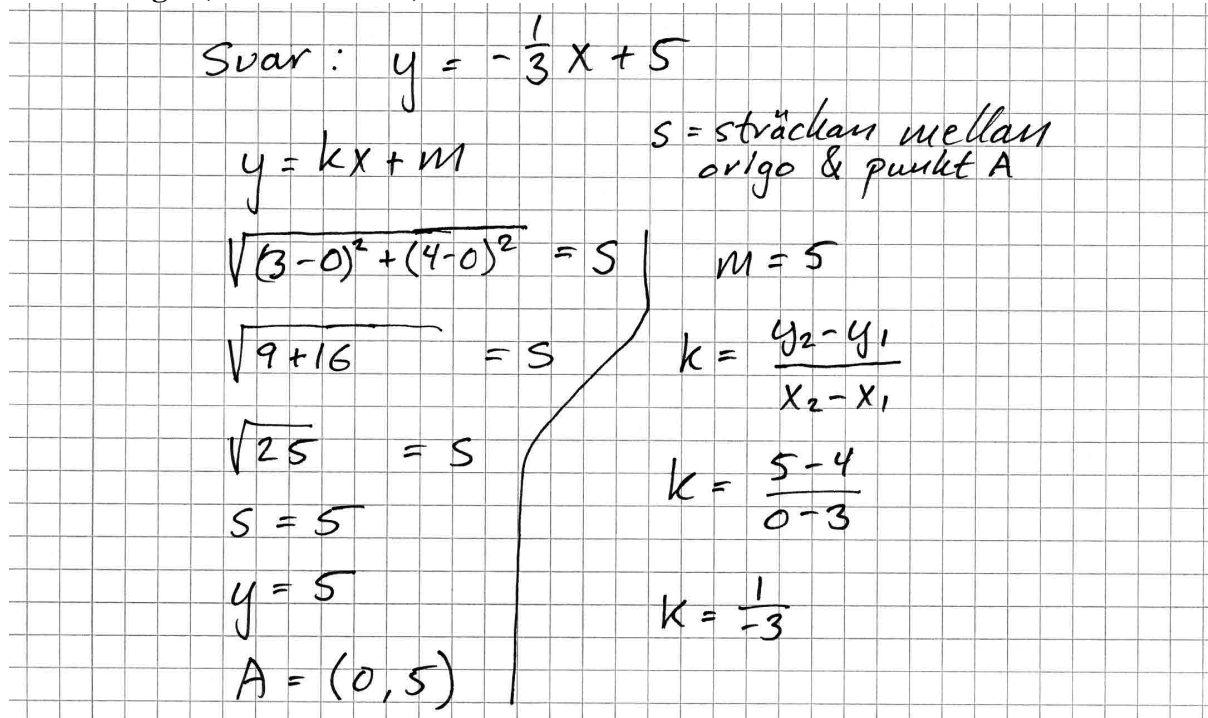
*Kommentar:* Elevlösningen utgår ifrån förhållandet mellan loggens bredd och höjd som betecknas med  $x$  och  $y$ . En prövning utifrån detta förhållande görs sedan för att komma fram till den tryckta loggens maximala mått. Uppgiftens karaktär och betygsnivå gör att prövning av denna typ anses vara en godtagbar lösning.

## Uppgift 12

## Elevlösning 1 (0 poäng)



*Kommentar:* Elevlösningen innehåller ett korrekt svar men eftersom redovisning saknas till hur punkten A:s  $y$ -koordinat har tagits fram kan detta inte anses som en godtagbar ansats som uppfyller kravet för problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt bestämning av linjens ekvation. Lösningen är möjlig att följa och förstå men innehåller vissa brister. T.ex. saknas förklarande text och hänvisning till figur med införda beteckningar. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 15

## Elevlösning 1 (1 APL)

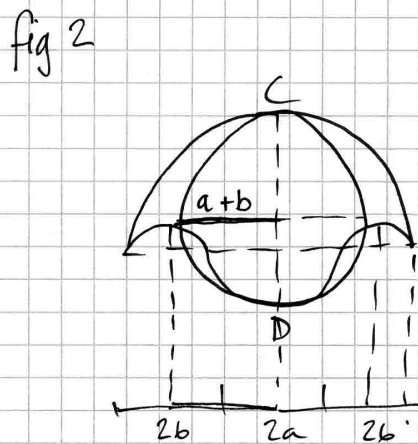
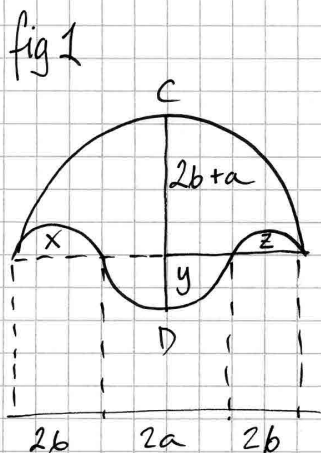


fig 1 radie för halvcirkel:  $2b+a$   
 area:  $(2b+a)^2 \cdot \pi$   
 area för x:  $b^2 \pi$   
 area för z:  $b^2 \pi$   
 area för y:  $a^2 \pi$

Area för heln:  $(2b+a)^2 \pi + a^2 \pi - b^2 \pi - b^2 \pi = b^2 \pi + 2ab\pi + a^2 \pi$

fig 2 radie för cirkel:  $a+b$   
 area:  $(a+b)^2 \pi = (a^2 + 2ab + b^2) \pi =$   
 $\frac{a^2 \pi + 2ab\pi + b^2 \pi}{a^2 \pi + 2ab\pi + b^2 \pi} = b^2 \pi + 2ab\pi + a^2 \pi$

*Kommentar:* Lösningen visar korrekt tecknad area för den grå cirkeln i Figur 2 och ges därmed första problemlösningspoängen på A-nivå. Arean för området i Figur 1 tecknas felaktigt och förenklingen är inte korrekt. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad men eftersom problemet inte är löst i sin helhet uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

## Elevlösning 2 (2 APL)

$$\frac{\pi(CD)^2}{4}$$
 Cirkelns area  
 Figur 2

$$\frac{\pi(a+2b)^2}{2} - \pi b^2 + \frac{\pi a^2}{2} = \text{arean figur 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} CD - a = a + 2b \\ CD = 2a + 2b \end{array} \right\} = \frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$$

$$\frac{\pi \cdot (2a+2b)^2}{4}$$
 blir samma

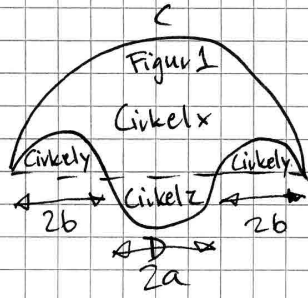
som

figur 2

*Kommentar:* Elevlösningen visar korrekt tecknad radie för den grå cirkeln i Figur 2 och korrekt tecknad area av området i Figur 1. I och med detta uppfylls kraven för de två första problemlösningspoängen. Varför arean av Figur 1 kan tecknas som  $\frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$  finns inte

redovisad och därmed uppfylls inte kravet för den tredje problemlösningspoängen. Lösningen är inte lätt att följa och förstå och uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

**Elevlösning 3 (3 A<sub>PL</sub> och 1 A<sub>K</sub>)**



$$A_{\text{Cirkel } x} = \frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2}$$

$$A_{\text{Cirkel } y} = \frac{2b^2 \cdot \pi}{2}$$

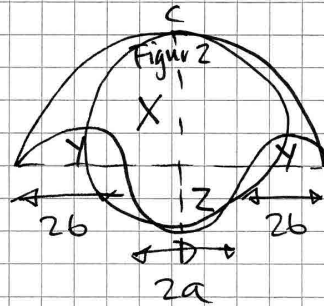
$$A_{\text{Cirkel } z} = \frac{a^2 \cdot \pi}{2}$$

$$A_{\text{Figur 1}} = \left( \frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2} \right) - \left( \frac{2b^2 \cdot \pi}{2} \right) + \left( \frac{a^2 \cdot \pi}{2} \right)$$

$$\frac{\pi(4b^2 + 4ba + a^2 - 2b^2 + a^2)}{2}$$

$$\frac{\pi(2b^2 + 4ba + 2a^2)}{2}$$

$$\pi(b^2 + 2ba + a^2)$$



$$D_{\text{Figur 1}} = r_{\text{Cirkel } x} + r_{\text{Cirkel } z}$$

$$2b + a + a$$

$$r_{\text{Figur 1}} = \frac{2b+2a}{2} = b+a$$

$$A_{\text{Figur 1}} = (b+a)^2 \cdot \pi$$

$$\pi(b^2 + 2ba + a^2)$$

$$A_{\text{Figur 1}} = \pi(b^2 + 2ba + a^2)$$

$$A_{\text{Figur 2}} = \pi(b^2 + 2ba + a^2)$$

$$A_{\text{Figur 1}} = A_{\text{Figur 2}}$$

*Kommentar:* Elevlösningen omfattar hela problemet och är i sin helhet godtagbar trots några brister. Areorna för halva cirklar betecknas "ACirkelx" osv. Under figur 2 används felaktigt "DFigur1" osv. Lösningen har trots dessa brister förtjänster såsom ritade figurer och korrekt införda beteckningar vilka gör lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nätt och jämnt och lösningen ges samtliga möjliga poäng.

**Uppgift 17c**

**Elevlösning 1 (1 C<sub>M</sub>)**

när det är t.ex. 0,05 fl oz

blir y negativt.

Svar 0,05 fl oz

*Kommentar:* Elevlösningen visar en volym i fl oz där Benjamins samband inte fungerar. Motiveringen "blir y negativt" anses nätt och jämnt tillräcklig för en modelleringspoäng på C-nivå.



## Uppgift 18b

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Standardavvikelsen i B är mindre än i A då stickprov B har fler resultat som ligger nära varandra än vad A har.

*Kommentar:* Elevlösningen innehåller formuleringen "har fler resultat som ligger nära varandra". Detta anses inte vara ett godtagbart resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

Elevlösning 2 (1 E<sub>R</sub>)

Skillnaden som uppstår i standardavvikelsen beror på att det finns fler tal i stickprov B som ligger nära medelvärdet

*Kommentar:* Elevlösningen innehåller formuleringen "det finns fler tal i stickprov B som ligger nära medelvärdet". Detta anses vara ett godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

## Uppgift 19

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Jag skriver in värdena i Geogebra och fick fram ekvationen:

$$y = 850000 \cdot 1,06^x$$

Vilket betyder att priset ökar med 6% varje år.

*Kommentar:* Elevlösningen anses ej godtagbar på C-nivå eftersom det inte framgår hur det digitala hjälpmedlet har använts. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en godtagbar ansats.

## Uppgift 20a

## Elevlösning 1 (1 ER)

Svar: Nej.

$$k = \frac{5-4}{3-6} = \frac{1}{-3} \quad k \neq -\frac{1}{3}$$

*Kommentar:* Lösningen visar ett enkelt resonemang som bygger på beräkningar där det framgår att linjens riktningskoefficient blir negativ om linjen går genom punkten (6, 4).

## Uppgift 20b

## Elevlösning 1 (1 ER)

Q:s koordinater (x, y)

måste vara så att linjen ska kunna gå igenom

P(3, 5) utan att riktningskoefficienten k

blir  $< 0$ 

T.ex: Q:s koordinater = (5, 17)

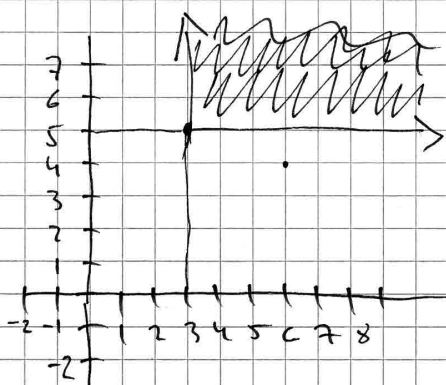
*Kommentar:* Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till att koordinater för en punkt Q som uppfyller de givna villkoren anges. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

**Elevlösning 2 (1 E<sub>R</sub> och 1 C<sub>R</sub>)**

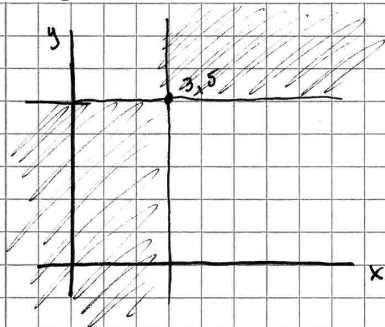
$$\text{Svar: } y > 5$$

$$x > 3$$

Punkterna Q måste finnas inom markerat område.



*Kommentar:* Elevlösningen visar en grafisk lösning där ett av två korrekta områden markerats i ett koordinatsystem. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå och en resonemangspoäng på C-nivå.

**Elevlösning 3 (1 E<sub>R</sub>, 1 C<sub>R</sub> och 1 A<sub>R</sub>)**

inom de gräade områdena

$$\text{vär } y < 5 \text{ måste } x < 3$$

$$y > 5 \text{ måste } x > 3$$

*Kommentar:* Elevlösningen är knapphändig men tillräcklig för att visa på förståelse för de två grafiska områdena som är möjliga för punkten Q:s koordinater. Lösningen ges samtliga möjliga resonemangspoäng.

## Uppgift 21b

Elevlösning 1 (2 C<sub>M</sub>)

$$\frac{0,0010v^2}{0,0010} - \frac{0,040v}{0,0010} + \frac{0,92}{0,0010} = 0$$

$$v^2 - 40v + 920 = 0$$

$$\frac{40v}{2} = 20v$$

$$B(20) = 0,0010 \cdot 20^2 - 0,040 \cdot 20 + 0,92 = \underline{\underline{0,52}}$$

Den lägsta bränsleförbrukningen

$$\text{är } \underline{\underline{0,52}} \text{ l/km}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar att ekvationen  $B(v) = 0$  tecknas. Insikt visas om att symmetrilinjens  $x$ -koordinat är det värde som ger lägst bränsleförbrukning. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 22

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Väljer ut två bra punkter 1100, 600 = 1800, 1000

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1000 - 600}{1800 - 1100} = \frac{400}{700} = \frac{4}{7}$$

$$1000 = \frac{4}{7} \cdot 1800 + m \quad k = \frac{4}{7}$$

$$1000 \approx 1029 + m$$

$$1000 - 1029 \approx m$$

$$m \approx -29$$

$$\underline{\underline{y = \frac{4}{7}x - 29}}$$

*Kommentar:* Elevlösningen anses visa en ej godtagbar bestämning av sambandet eftersom den bygger på två punkter tagna ur tabellen och inte på linjär regression. Lösningen ges 0 poäng.

**Elevlösning 2 (2 Cp)**

Jag matade in värdena i Geogebra.

Jag analyserade punkterna och tog

linjär som regressionmodell. Jag

fick linjen till  $y = 0,53x + 49,88$

Svar: Linjens samband är

$$\underline{\underline{y = 0,53x + 49,88}}$$

*Kommentar:* Lösningen visar en linjär regression utförd med hjälp av digitalt hjälpmedel. Redovisningen anses godtagbar eftersom det hänvisas till "linjär som regressionsmodell" och lösningen bedöms därmed ge båda procedurpoängen på C-nivå.

## Uppgift 23

Elevlösning 1 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$\begin{aligned} \text{Omkretsen} &: 800\text{m} \\ \text{arean} &: 43000\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$O_{\text{cirkel}} = 2\pi r$$

$$O_{\text{rektangel}} = 2x + 4r$$

$$800 = 2\pi r + 2x$$

$$800 = 2\pi r + 2x$$

$$\frac{800 - 2\pi r}{2} = \frac{2x}{2}$$

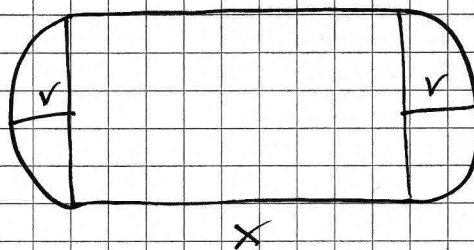
$$x = 400 - \pi r$$

$r_1$  är en falsk rot

$$\cancel{r_1 = 177}$$

$$r_2 = 77$$

$$\text{Svar: } r = 77$$



$$A_{\text{cirkel}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{rektangel}} = 2rx$$

$$43000 = \pi r^2 + 2rx$$

$$43000 = \pi r^2 + 2r(400 - \pi r)$$

$$43000 = \pi r^2 + 800r - 2\pi r^2$$

$$43000 = 800r - \pi r^2$$

$$\frac{\pi r^2 - 800r + 43000}{\pi} = \frac{0}{\pi}$$

$$r^2 - 254,6\dots r + 13687,3\dots = 0$$

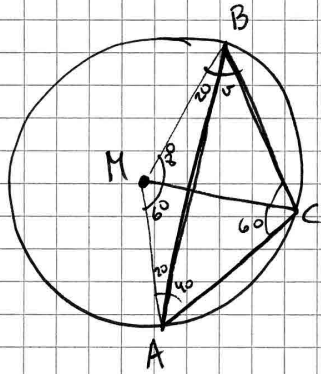
$$r = 127 \pm \sqrt{(127)^2 - 13687,3\dots}$$

$$r = 127 \pm 50$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar korrekt beräkning av radien utifrån den tecknade ekvationen. Motivering saknas till varför  $r_1 = 177$  ska uteslutas. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är lätt att följa och förstå och ritad figur med införd beteckning  $x$  finns. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 24

## Elevlösning 1 (2 AR)



$$40 + 40 + 40 + 100 = 220$$

$$\angle MBC = 50^\circ$$

$$50 - 20 = 30$$

$$\angle v = 30^\circ$$

$$\text{fyrhörning} = 360^\circ$$

$$\text{triangel} = 180^\circ$$

$$40 + 40 = 80$$

$$\text{sida } CA = MC = AM$$

↑ liksidig

$$\frac{180}{3} = 60 \quad \text{alla sidor i } \triangle CAM \text{ är } 60^\circ$$

$$\text{sida } CM = MB$$

↑ likbent

$$\text{sida } AM = MB$$

↑ likben

$$\angle BAM = \angle MBA$$

$$20^\circ = 20^\circ$$

$$20 + 20 = 40$$

$$\angle AMB = 140^\circ$$

$$140 - 60 = 80^\circ$$

$$\angle CMB = 80^\circ$$

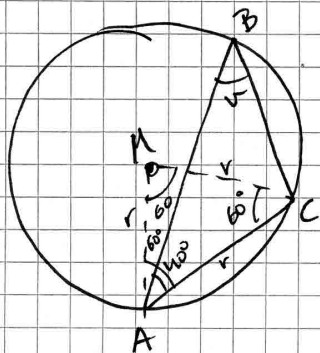
Eftersom  $\triangle CMB$  är likbent

$$180 - 80 = 100$$

$$\frac{100}{2} = 50$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar godtagbar bestämning av  $\angle CMA$ . Vidare används egen-  
skaperna hos de tre trianglarna  $\triangle AMB$  (likbent),  $\triangle AMC$  (liksidig) samt  $\triangle BCM$  (likbent) för  
bestämning av vinkeln  $v$ . Elevlösningen uppfyller därmed kraven för båda resonemangs-  
poängen på A-nivå.

## Elevlösning 2 (2 AR)



Triangeln ACM är en liksidig triangel i med att AC är lika lång som radien. (all vinklar är lika  $\frac{180}{3} = 60^\circ$ )

Randvinkelsatsen säger:



$$u = 2v$$

$$\text{Alltså är } 60^\circ = 2v$$

$$v = 30^\circ$$

$$\text{Svar: } v = 30^\circ$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar godtagbar bestämning av  $\angle CMA$ . För bestämning av vinkeln  $v$  hänvisas till randvinkelsatsen. Därmed uppfyller lösningen kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.



## Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklades såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklades användes matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

### Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnen.

### Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

## Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

### Betyget E

Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena i **bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget D** Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

### Betyget C

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

**Betyget B** Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

### Betyget A

Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja, tillämpa och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

## Centralt innehåll Matematik kurs 2c

*Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:*

### Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T7** Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
- T9** Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
- T10** Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T11** Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
- T12** Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

### Geometri

- G3** Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
- G4** Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

### Samband och förändring

- F3** Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
- F5** Egenskaper hos andragradsfunktioner.

### Sannolikhet och statistik

- S1** Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
- S3** Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
- S4** Egenskaper hos normalfördelat material.

### Problemlösning

- P1** Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- P3** Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4** Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.