Part B	Problems 1-7 which only require answers.
Part C	Problems 8-14 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 66 points of which 26 E-, 22 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades
E: 19 points
D: 28 points of which 7 points on at least C-level
C: 35 points of which 13 points on at least C-level
B: 45 points of which 6 points on A-level
A: 53 points of which 11 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled *"Only answer required"* you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Name: ____

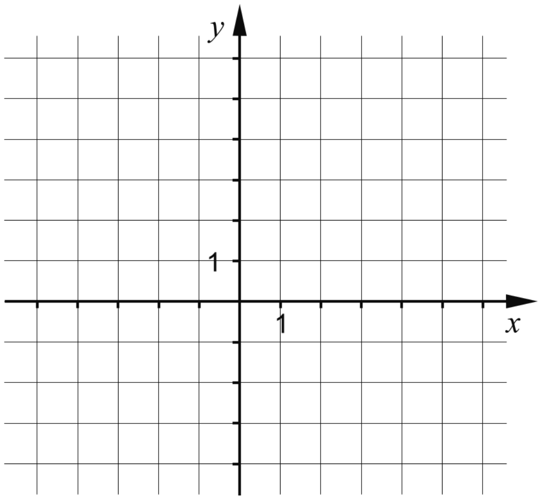
Date of birth: ____

Educational program: ___________________________________

Part B: Digital resources are not allowed. Only answer is required. Write your answers in the test booklet.

1. A straight line passes through the point (2, 3) and has a gradient $k = 2$

a) Draw the line in the coordinate system below. (1/0/0)



The equation of the line can be written in the form $y = kx + m$.

b) What is the m-value of the line? ______________________ (1/0/0)

2. Suggest what might be inside the brackets in order for the equality to be true.

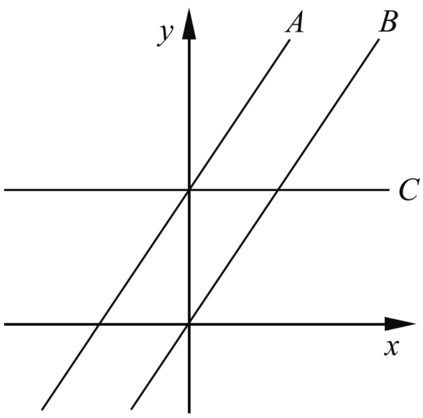
$(\quad)\cdot(\quad) = x^2 - 9$

The variable x should exist in both brackets. $(\quad)\cdot(\quad)$ ______________________ (1/0/0)

3. Simplify the expression $8y + (4 - y)^2$ as far as possible.

______________________ (1/0/0)

4. The figure shows three straight lines A, B and C.
The equation of line A is $y = 1.5x + 3$



The lines A and B are parallel.

a) Write down the equation of line B. ______________________ (1/0/0)

Line C is parallel to the x-axis.

b) Write down the equation of line C. ______________________ (1/0/0)

5. Solve the equations.

a) $x^2 - 100 = 0$ ______________________ (1/0/0)

b) $3^{2x} \cdot 9^x = 3^4$ ______________________ (0/1/0)

6. Which of the symbols A-C fits best between the two circled propositions below?

$f(x) = 3x+3$

A. $\Rightarrow$

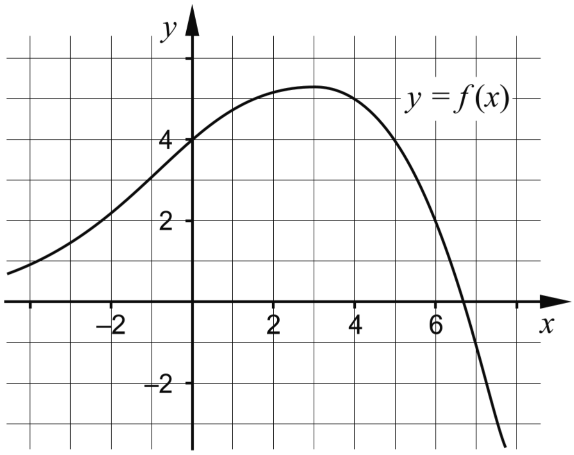
B. $\Leftrightarrow$

C. $\Leftarrow$

The graph of the function f is a straight line *and* $f(0) = 3$

______________________ (0/1/0)

7. The figure shows the graph of a function f where $y = f(x)$.



a) Use the graph to determine a if $f(a) = -1$ _______________________ (0/1/0)

b) Use the graph to determine $f(b)$ when $f(b-1) = 4$

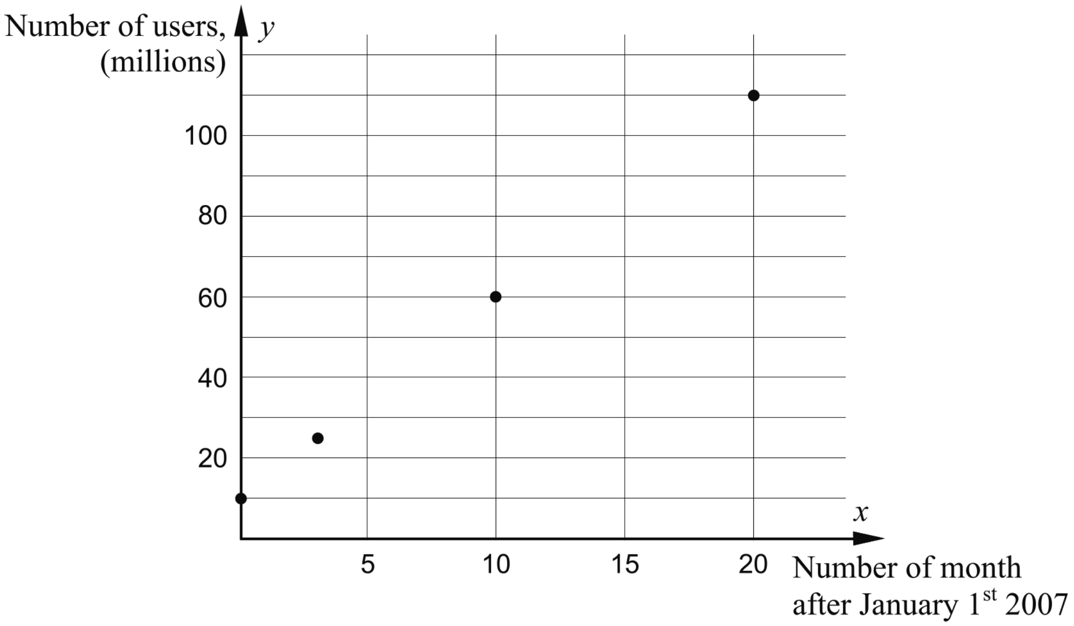
_______________________ (0/0/2)

Part C: Digital resources are not allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

8. Solve the equation $x^2 - 8x - 9 = 0$ algebraically. (2/0/0)

9. Facebook is a social network used in many parts of the world. The number of users was estimated at a number of points during the years 2007 and 2008.

The result was plotted in a diagram where y is the number of users in millions and x is the time in months after January 1st 2007. See below.



a) Use the diagram to determine a relation for the number of users in the form $y = kx + m$ (2/0/0)

On January 1st 2012 the number of users was estimated to be 840 million by Facebook.

b) Use the relation from task a) and calculate the number of Facebook users on January 1st 2012. (1/0/0)

c) Comment on how well the relation agrees with the estimation of the number of users on January 1st 2012. (1/0/0)

10. Solve the simultaneous equations $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 6x - 2y = 28 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

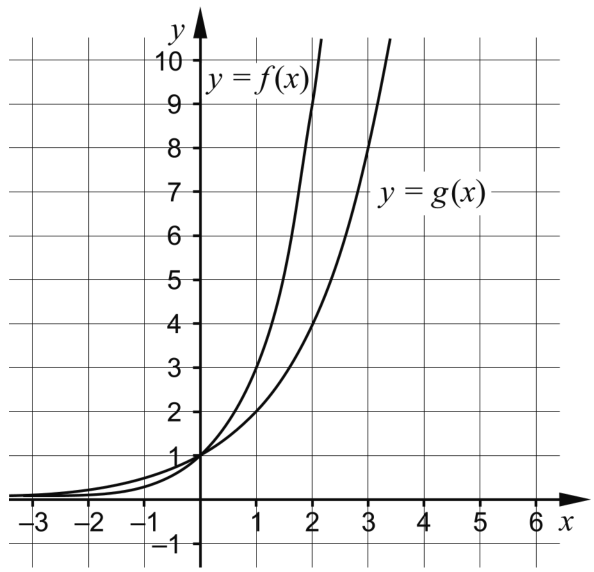
11. Solve the equation $3x^2 - 4x - 29 = 2x + 16$ algebraically. (0/2/0)

12. It holds for the functions f and g that $f(x) = x^2 + a$ and $g(x) = -x^2 + b$.

The number of intersection points between the graphs of the functions depends on how the constants a and b are chosen.

Investigate how the number of intersection points depends on the choice of a and b. (0/2/1)

13. The figure shows the graph of two exponential functions f and g where $f(x) = a^x$ and $g(x) = b^x$.



One of the graphs can be used to solve the equation $3 \cdot 2^x = 9$

a) Investigate which of the graphs should be used to solve the equation $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/1)

b) Use the figure and solve the equation $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/0)

14. A line L passes through the origin in a coordinate system. L intersects the line $y = 2x - 3$ at a point whose x-coordinate is greater than 50.

What are the possible equations of line L? Justify your answer. (0/0/3)

Part D	Problems 15-23 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 66 points of which 26 E-, 22 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades
E: 19 points
D: 28 points of which 7 points on at least C-level
C: 35 points of which 13 points on at least C-level
B: 45 points of which 6 points on A-level
A: 53 points of which 11 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled *"Only answer required"* you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

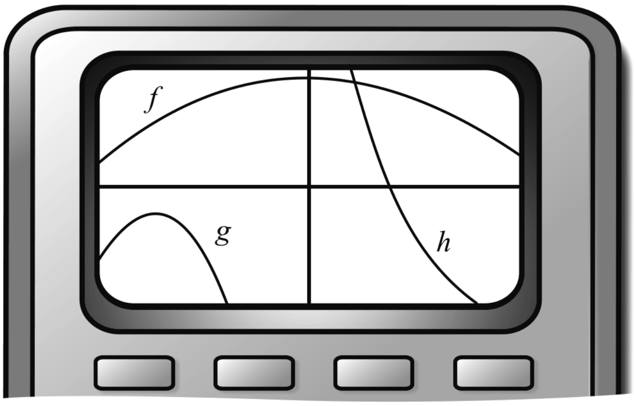
Educational program: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

15. Find the equation to the straight line that passes through the points (2, 5) and (6, 17) (2/0/0)

16. Solve the equation $x^3 = 320$ *Only answer required* (1/0/0)

17. Petter is going to determine the number of zeroes of three quadratic functions *f*, *g* and *h*. He has used a graphic calculator to draw the functions. The picture shows the display of the graphic calculator.



Petter says: "I'll have to change the settings of the axes so I can see more of the graphs."

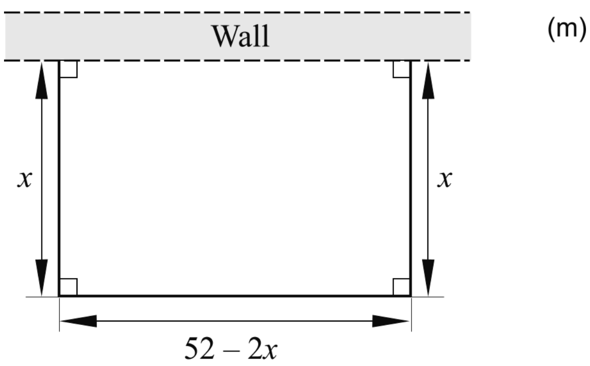
Petter's teacher John says: "You don't have to do that, you can already see how many zeroes each of the quadratic functions has."

Write down the number of zeroes to each of the functions *f*, *g* and *h* and explain how you can determine this with help from the given picture. (2/1/0)

18. Ellen and Irma are having a movie night and buy soft drinks and sweets. Ellen pays SEK 86 for two soft drinks and four bags of sweets. Irma buys three soft drinks and two bags of sweets and pays SEK 68.

Calculate the price of a soft drink and a bag of sweets respectively. (0/3/0)

19. A rectangular pasture is to be built against a wall. There are 52 metres of fencing which will have to cover three of the sides since the fourth side is constituted by the wall. See figure.

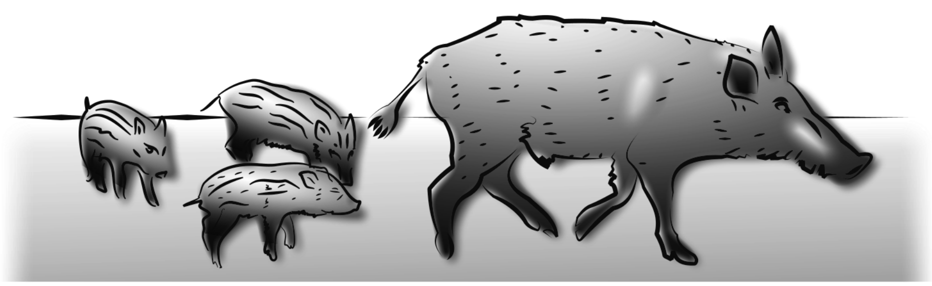


Write down an expression for the area and determine the dimensions the pasture should have in order for its area to be as large as possible. (1/3/0)

20. The population of wild boar has lately doubled every three years. The number of wild boar can be described by an exponential model $y = 15000 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ where y is the number of wild boar and x is the number of years after the year 2000.

a) How many wild boar were there in the year 2010 according to the model? (1/0/0)

b) What is the yearly percentage increase in the wild boar population according to the model? (0/2/0)



21. The ozone layer that surrounds the Earth protects us from UV-radiation. The thickness of the ozone layer is measured in Dobson Unit (DU).

Since the 1980s the Swedish Meteorological and Hydrological Institute measures the ozone layer´s thickness over different places in Sweden, among them Norrköping. The measurements from 1st June to 31st December 2008 can, according to a simplified model, be described by the quadratic function

$$f(x) = 0.0052x^2 - 1.4x + 378, \quad 0 \le x \le 210$$

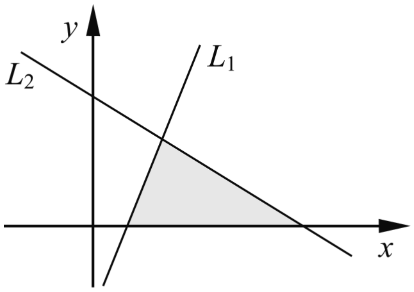
where $f(x)$ is the ozone layer´s thickness in the unit DU and x is the number of days after 1st June.

a) Calculate $f(0)$ and describe how $f(0)$ can be interpreted in this context. (1/1/0)

When meteorologists talk about ozone holes, what they really mean are areas where the ozone layer´s thickness is less than 220 DU. Therefore, it is not really a hole but a thinner ozone layer.

b) Did a hole appear in the ozone layer over Norrköping during the period 1st June to 31st December 2008? Justify your answer. (0/1/1)

22. The figure shows a coordinate system containing the two lines L_1 and L_2. Line L_1 has the equation $y = 2x - 2$ and line L_2 has the equation $y = kx + m$. The lines intersect at the point (3, 4) and together with the positive x-axis they form a triangle with the area 12 au.



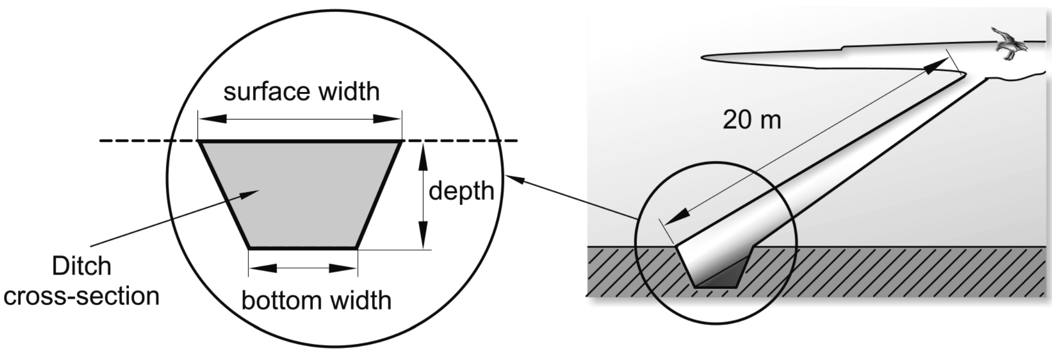
Determine the equation of line L_2 (0/0/3)

23. Sonya and Bert are digging a 20-metre ditch along one of their property boundaries. They plan to take the earth they dig up to the recycling centre. They know they will have to pay a fee to the recycling centre if they leave a volume of more than 10 cubic metres of earth.

Bert: – I wonder how large ditch we can dig without having to pay a fee to the recycling centre?

Sonya: – I have read that a good ditch should have the same bottom width as depth. The ditch surface width should be 0.5 m longer that the bottom width.

Bert: – If I draw a sketch of the cross sectional area of such a ditch we can then calculate how big the ditch can be without us having to pay the fee.



What are the largest dimensions such a ditch can have if the ditch has a length of 20 metres and if Sonya and Bert will not have to pay a fee to the recycling centre? (0/0/4)

To the student - Information about the oral part

You will be given a problem that you will solve in writing, and then you will present your solution orally. If you need, you can ask your classmates and your teacher for help when solving the problem. Your oral presentation starts with you presenting what the problem is about and then you describe and explain your solution. You must present all steps in your solution. However, if you have done the same calculation several times (for example in a table) it might be sufficient if you present some of the calculations. Your presentation should take a maximum of 5 minutes, and be held to a smaller group of your classmates and your teacher.

The problem given to you should, on the whole, be solved algebraically. You might need a calculator to do some of the calculations but, when presenting your solution, you should avoid referring to the use of your calculator for drawing graphs and/or symbolic handling (if that is the type of calculator you are using).

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

How complete, relevant and structured your presentation is

Your presentation must contain the necessary parts in order for a listener to follow and understand your thoughts. What you say should be in a suitable order and be relevant. The listener must understand how calculations, descriptions, explanations and conclusions are connected with each other.

How well you describe and explain the train of thought behind your solution

Your presentation should contain both descriptions and explanations. To put it simple, a description answers the question *how* and an explanation answers the question *why*. You describe something when you for instance tell *how* you have done a calculation. You explain something when you for instance justify *why* you could use a certain formula.

How well you use the mathematical terminology

In your presentation you should use a language that contains mathematical terms, expressions and symbols, suitable for the problem you have solved.

Mathematical terms are for example words like “exponent”, “function” and “graph”.

An example of a mathematical expression is that x^2 is read “*x* to the power 2” or “*x* squared”.

Some examples of mathematical symbols are π and $f(x)$, which are read “pi” and “*f* of *x*”.

Problem 1. Point of Intersection

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

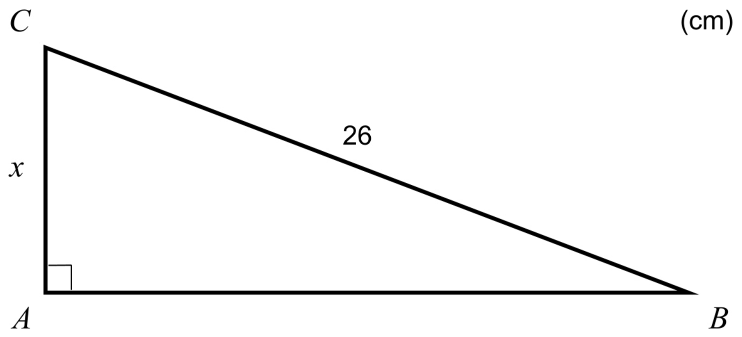
A straight line passes through the point $(0, 3)$ and has the gradient -5. Another straight line passes through the points $(-1, -4)$ and $(2, 5)$. Determine the point of intersection of the two straight lines.

Problem 2. Right-angled Triangle

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

In a right-angled triangle *ABC* the side *AB* is 14 cm longer than the side *AC*. The longest side *BC* is 26 cm.



Calculate the length of the sides *AB* and *AC*.

Problem 3. Throw-in

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

Jose was playing football and was about to do a throw-in. The ball followed a path that could be described by the function

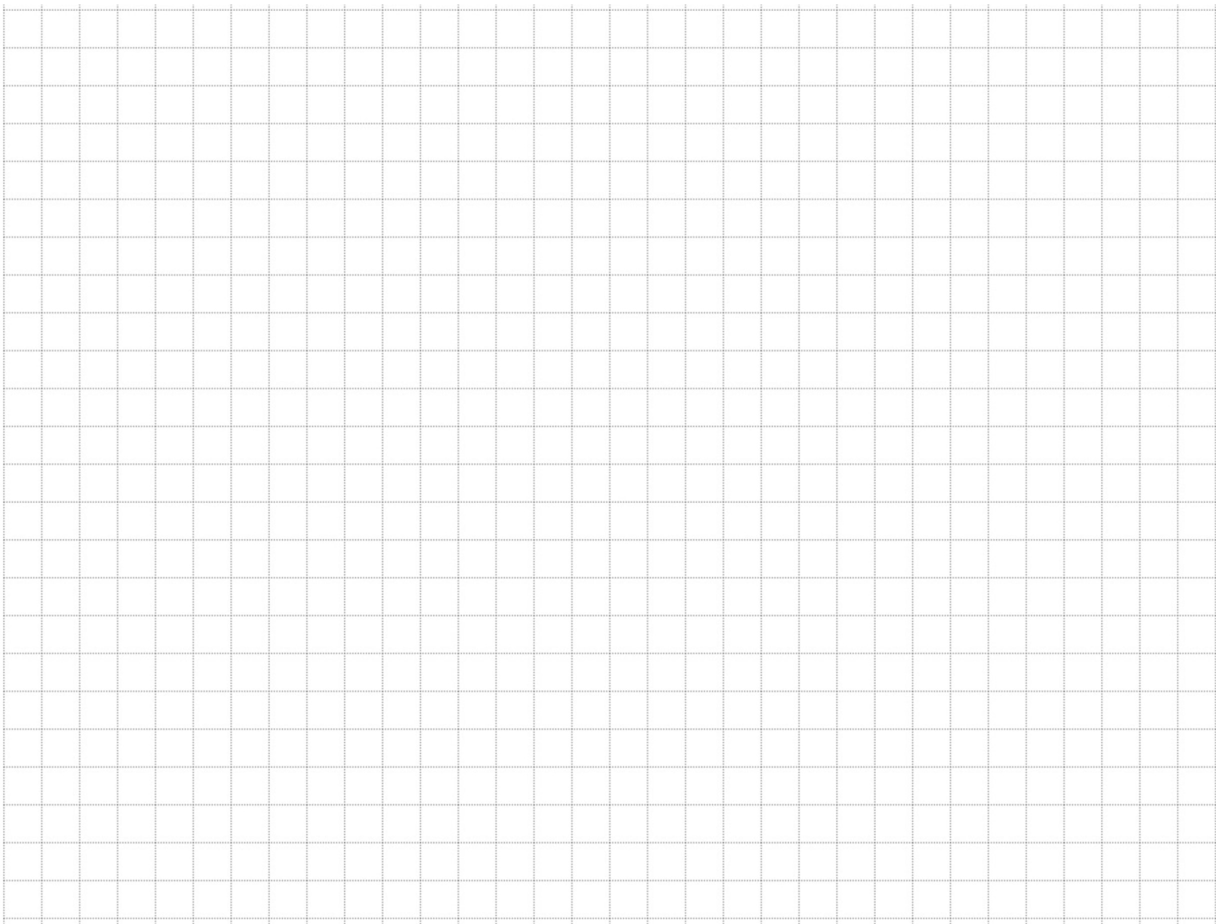
$$y = -0.04x^2 + 0.6x + 2$$

The balls altitude above the ground is y metres. x is the distance in metres along the ground from the place where Jose was standing when he did his throw.

Throw-in

a) How far did Jose throw the ball?

b) Calculate the balls highest altitude above the ground.



Problem 4. 'Smyckegrottan'

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

Jewelery and trinket store 'Smyckegrottan' has a storewide sale. Sarah, Wei and Amanda pay them a visit, in hope of finding some bargains. They discover that all hair clips have the same discount price. All bracelets also have a set discount price.

Sarah buys three hair clips and six bracelets and pays SEK 178.50.
Wei buys eight hair clips and two bracelets and pays SEK 168.

Amanda plans on buying six hair clips and three bracelets. How much will she have to pay?

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	**E**	**C**	**A**	**Max**
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning ... 3
- Bedömningsanvisningar ... 3
- Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga ... 4

Provsammanställning – Kunskapskrav ... 5

Provsammanställning – Centralt innehåll ... 6

Kravgränser ... 7

Bedömningsanvisningar ... 8
- Del B ... 8
- Del C ... 9
- Del D ... 11

Bedömda elevlösningar ... 15
- Uppgift 8 ... 15
- Uppgift 9c ... 15
- Uppgift 12 ... 16
- Uppgift 13 ... 18
- Uppgift 14 ... 20
- Uppgift 17 ... 23
- Uppgift 18 ... 25
- Uppgift 19 ... 27
- Uppgift 21b ... 28
- Uppgift 22 ... 29
- Uppgift 23 ... 30

Ur ämnesplanen för matematik ... 32

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c ... 33

Centralt innehåll Matematik kurs 2a ... 34

Bedömningsformulär ... 35

Insamling av provresultat för matematik ... 36
- Urvalsinsamlingen ... 36

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Utgångspunkten i bedömningsanvisningarna är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar
Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 7b_1 och 7b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 7.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1a		1										
	1b	1											
	2		1										
	3		1										
	4a	1											
	4b	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6					1							
	7a					1							
	7b_1									1			
	7b_2									1			
Del C	8_1		1										
	8_2		1										
	9a_1			1									
	9a_2			1									
	9b			1									
	9c				1								
	10_1		1										
	10_2		1										
	11_1						1						
	11_2						1						
	12_1					1							
	12_2								1				
	12_3												1
	13a_1								1				
	13a_2												1
	13b_1						1						
	14_1												1
	14_2												1
	14_3												1

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	15_1		1										
	15_2		1										
	16		1										
	17_1	1											
	17_2				1								
	17_3								1				
	18_1							1					
	18_2							1					
	18_3								1				
	19_1			1									
	19_2							1					
	19_3							1					
	19_4								1				
	20a		1										
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	21a_1		1										
	21a_2								1				
	21b_1							1					
	21b_2												1
	22_1							1					
	22_2											1	
	22_3											1	
	22_4												1
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3											1	
	23_4												1
	Total	4	13	4	5	3	4	8	7	2	0	5	11
Σ	66	26				22				18			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																			
					Taluppfattning aritmetik och algebra								Geometri		Samband och förändring				Problem-lösning					
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4
Del A		3	1	3																		
Del B	1a	1							x								x					
	1b	1							x													
	2	1						x														
	3	1						x														
	4a	1							x													
	4b	1							x													
	5a	1									x											
	5b		1								x											
	6		1											x								
	7a		1														x					
	7b			2													x					
Del C	8	2									x											
	9a	2					x		x												x	
	9b	1													x						x	
	9c	1													x						x	
	10	2									x											
	11		2								x											
	12		2	1											x		x					
	13a		1	1											x	x						
	13b		1									x										
	14			3					x										x			
Del D	15	2							x													
	16	1									x											
	17	2	1														x					
	18		3							x											x	
	19	1	3				x			x											x	
	20a	1				x															x	
	20b		2												x						x	
	21a	1	1												x						x	
	21b		1	1											x						x	
	22		1	3					x										x			
	23			4			x				x				x		x				x	
Total		26	22	18																		

Kravgränser

Provet består av Del B, Del C, Del D samt en muntlig del och ger totalt 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar Del B, C och D

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart ritad rät linje +1 E_P

b) Korrekt svar $(m = -1)$ +1 E_B

Kommentar: Även ett korrekt angivet *m*-värde från en ej korrekt ritad linje godtas.

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($(x-3)\cdot(x+3)$) +1 E_P

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($16 + y^2$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($y = 1{,}5x$) +1 E_B

b) Godtagbart svar ($y = 3$) +1 E_B

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($x_1 = -10$ och $x_2 = 10$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 1$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (A: $\Rightarrow$) +1 C_B

7. **Max 0/1/2**

a) Korrekt svar ($a = 7$) $+1\ C_B$

b) Ett godtagbart angivet värde av $f(b)$, t.ex. $f(b) = 2$ $+1\ A_B$

med godtagbart svar ($f(b) = 2$ och $f(b) \approx 4{,}7$) $+1\ A_B$

Del C

8. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering $+1\ E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 9,\ x_2 = -1$) $+1\ E_P$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

9. **Max 4/0/0**

a) Godtagbar bestämning av linjens *k*-värde $+1\ E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($y = 5x + 10$) $+1\ E_M$

b) Godtagbar bestämning av antal användare (310 miljoner) $+1\ E_M$

c) Godtagbar kommentar (t.ex. ”Sambandet stämmer inte längre”) $+1\ E_R$

Kommentar: Om en kommentar är baserad på bestämning av antal användare med fel tidsangivelse så kan ändå resonemangspoäng på E-nivå erhållas.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod $+1\ E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4,\ y = -2$) $+1\ E_P$

11. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till $x^2 - 2x - 15 = 0$ $+1\ C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5,\ x_2 = -3$) $+1\ C_P$

12. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, visar grafiskt insikt om att funktionerna f och g har samma symmetrilinje och att graferna till f och g har en minimipunkt respektive en maximipunkt

eller

inser att funktionernas skärningspunkter fås om $f(x) = g(x)$ och kommer t.ex. fram till $2x^2 = b - a$ +1 C_B

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekta slutsatser om minst två av fallen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekta slutsatser om alla tre fallen: $a = b$, $a < b$ samt $a > b$. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/1**

a)

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som visar insikt om att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen och att g representerar denna. 1 C_R och 1 A_R

b) Godtagbar lösning av ekvationen med godtagbart svar i intervallet $1{,}5 \le x \le 1{,}7$ +1 C_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/0/3**

E	C	A	
		Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m = 0$ *och* som leder till att *en* av gränserna för riktningskoefficienten k bestäms. 1 A_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m = 0$ *och* som leder till att *båda* gränserna för riktningskoefficienten k bestäms till $1{,}94 < k < 2$ 2 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=$, $<$, $>$, $\leq$, $\leq$, figur med införda beteckningar termer såsom x-koordinat, y-koordinat, x-led, y-led, rät linje, lutning, riktningskoefficient, skärningspunkt och hänvisning till räta linjens ekvation etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 1$) +1 E_P

16. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar ($x = 6{,}8$) +1 E_P

17. **Max 2/1/0**

Korrekt antal nollställen angivna för de tre funktionerna, f: 2 nollställen, g: 0 nollställen och h: 2 nollställen +1 E_B

Godtagbart enkelt resonemang som förklaring till hur antalet nollställen kan bestämmas med hjälp av någon egenskap hos andragradsfunktioner +1 E_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara f, g, h, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-led, y-led, x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, graf, kurva, parabel, maximipunkt, minimipunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”En läsk kostar 12,50 kr och en godispåse 15,25 kr”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\{$, x, y, definierade variabler, termer som ekvation och hänvisning till substitutionsmetod, additionsmetod samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 1/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck för hagens area, t.ex. $x(52-2x)$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer areafunktionens symmetrilinje +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (”Sidorna ska vara 13 m och 26 m”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, parenteser, figur (med införda beteckningar), termer såsom symmetri, symmetrilinje, nollställen, maximipunkt, största värde, area samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (150 000) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antalet vildsvin efter ett år +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (26 %) +1 C_{PL}

21. **Max 1/2/1**

a) Godtagbar bestämning av $f(0)$, (378) +1 E_P

Godtagbar tolkning (”Ozonlagrets tjocklek 1:a juni”) +1 C_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$ eller använder grafräknare och ritar graferna till funktionerna $y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$ och $y = 220$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Nej det blev aldrig något hål. Det blir minus under rottecknet och då saknar ekvationen lösning, ozonet når aldrig värdet 220 DU.”) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer triangelns bas eller L_1:s skärning med x-axeln +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer L_2:s skärning med x-axeln, (7, 0) +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -x + 7$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, x, y, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, rät linje, lutning, riktningskoefficient, area, bas, höjd, hänvisning till räta linjens ekvation, area för en triangel etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för dikets tvärsnittsarea i en variabel +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett uttryck för volymen och sätter det lika med 10 +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar. (”Bottenbredd och höjd blir 0,59 m samt markbredd blir 1,09 m”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, $V(x)$, definierade variabler, figur (med införda beteckningar), areafunktion, volymsfunktion, termer såsom, nollställen, symmetri, symmetrilinje, största värde, area, volym, hänvisning till formler för relevanta geometriska areor samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 8

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2-8x-9=0$$
$$x=-4\pm\sqrt{16+9}$$
$$x=-4\pm 5$$
$$\boxed{\begin{matrix} x_1=1 \\ x_2=-9 \end{matrix}}$$

SVAR: $x_1=1 \quad x_2=-9$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 9c

Elevlösning 1 (1 E_R)

b $y=5x+10$

1 jan 2012 = 5 år

$5\cdot 5+10=35$

35 enligt sambandet

c 35 är väldigt mycket mindre än 950

Mitt samband stämmer alltså inte med uppskattningen

Kommentar: Lösningen visar en kommentar som är baserad på en beräkning, (deluppgift b), av antalet användare där tiden är angiven i antalet år istället för månader. Trots att tidsangivelsen är fel så visar kommentaren i deluppgift c) på förståelse för att sambandet inte längre stämmer och lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

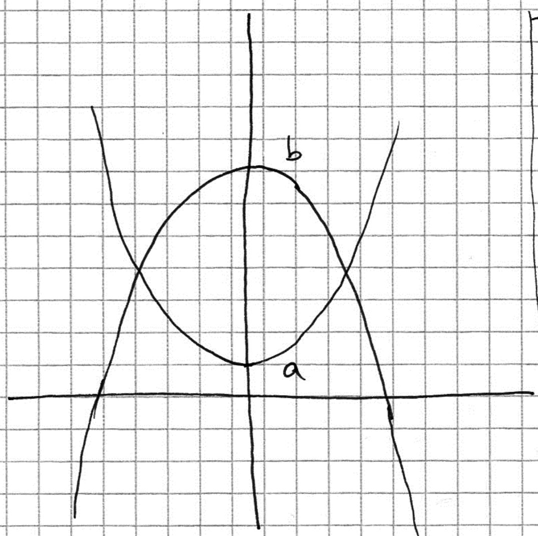
Uppgift 12

Elevlösning 1 (1 C_B)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$

Antalet skärningspunkter beror på hur konstanterna a och b väljs



Om $b > a$ är antalet skärningspunkter $= 2$

Om $b = a$ är antalet skärningspunkter $= 1$

Om $b < a$ är antalet skärningspunkter $= 0$

Kommentar: Elevlösningen visar hur graferna ser ut i fallet $b > a$. Utifrån skissen dras en korrekt slutsats. Slutsatserna i de övriga två fallen är också korrekta men resonemang, i form av skisser, saknas. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

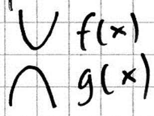
$f(x) = x^2 + a \quad g(x) = -x^2 + b$

$f(x)$ har en minimipunkt (x^2 är positiv)

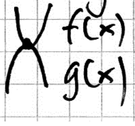
$g(x)$ har en maximipunkt (x^2 är negativ)

om $a <$ maximipunkt $g(x)$ har graferna 2 skärningspunkter
detsamma gäller om $b >$ minimipunkt $f(x)$

om $a >$ maximipunkt $g(x)$ har graferna inga skärnings-
punkter. Detsamma gäller om $b <$ minimipunkt $f(x)$



om $a =$ maximipunkt $g(x)$ eller om $b =$ minimipunkt $f(x)$
har graferna 1 skärningspunkt

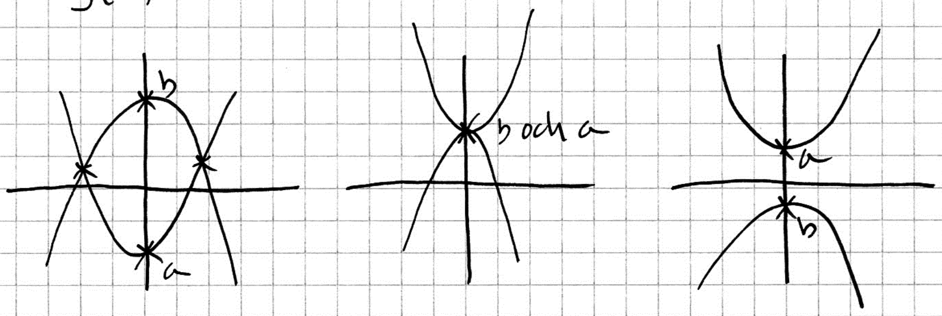


Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Lösningen visar även att grafen till f har en minimipunkt och att grafen till g har en maximipunkt. Sammantaget motsvarar lösningen samtliga möjliga poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$



Är $b > a$ finns två skärningspunkter

Är $b = a$ finns en skärningspunkt (där a och b ligger)

Är $a > b$ finns ej någon skärningspunkt.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Av skisserna framgår att funktionerna har samma symmetrilinje i alla tre fallen samt att *a* är minsta värde för *f* och att *b* är största värde för *g*. Lösningen som helhet uppfyller kravet på var och en av de tre möjliga poängen.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (0 poäng)

a) $3 \cdot 2^x = 9$ $\quad x = 1{,}5 \quad 2 \cdot 1{,}5 = 3$

x	y	
0	3	
1	6	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
2	12	$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
3	18	$3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$

b) $3 \cdot 2^{1,5} = 9$

Kommentar: Lösningen visar på felaktig hantering av potenser som leder till ett korrekt svar. Sammantaget bedöms lösningen ge noll poäng för båda deluppgifterna.

Elevlösning 2 (1 C_R och 1 C_P)

a) $y = g(x)$ har en punkt när $x = 3$ så är $y = 8$
men då måste ekvationen se ut så här $2^3 = 8$
och om $x = 2$ så är $y = 4$ då måste $2^2 = 4$
Jag ska lösa $3 \cdot 2^x = 9$ $\quad$ $3 \cdot 4 = 12$ stämmer ej
$3 \cdot 3 = 9$ stämmer

b) Om grafen är 3 så är $x = 1{,}6$
$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$ $\quad$ $3 \cdot 2^{1{,}6} = 9$ $\quad$ Svar 1,6

Kommentar: Lösningen visar insikt om att det är grafen till funktionen $g(x)$ som ska användas för att lösa ekvationen. I deluppgift b) dras indirekt slutsatsen att ”grafen” motsvarar funktionen $g(x) = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge en resonemangspoäng på C-nivå för deluppgift a) och en procedurpoäng på C-nivå för deluppgift b).

Elevlösning 3 (1 C_R, 1 A_R och 1 C_P)

f(x)

x	y
0	1
1	3
2	9

g(x)

x	y
0	1
1	2
2	4
3	8

$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$

g(x) måste vara 2^x som vi behöver

$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$

b) $3 \cdot 3 = 9$ $\rightarrow$ $y = g(x) = 3$ så är $x = 1{,}6$
$2^x = 2^{1{,}6} = 3$
$3 \cdot 3 = 9$
$3 \cdot 2^{1{,}6} = 9$ $\quad$ Svar $x = 1{,}6$

Kommentar: Genom värdetabeller för de båda graferna verifieras att funktionen $g(x)$ motsvaras av $g(x) = 2^x$. Vidare visar resonemanget att grafen till funktionen $g(x)$ behövs för att lösa $3 = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge full poäng för båda deluppgifterna.

Uppgift 14

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y=2x-3$ har k-värde 2 d.v.s.

den korsar x 50 på y97

$(-3+2\cdot 50=97)$ då får jag fram

att k-värdet måste vara större

än $k=1,94$

$$\frac{97}{50}=\frac{9,7}{5}=1,94$$

Alltså är ekvationen på L $y>1,94x$

Kommentar: Ett resonemang om varför *k*-värdet ska vara större än 1,94 saknas och därmed uppfylls inte kravet för den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)

$y=2x-3$

$y=2\cdot 50-3$

$y=97$

$y=kx$

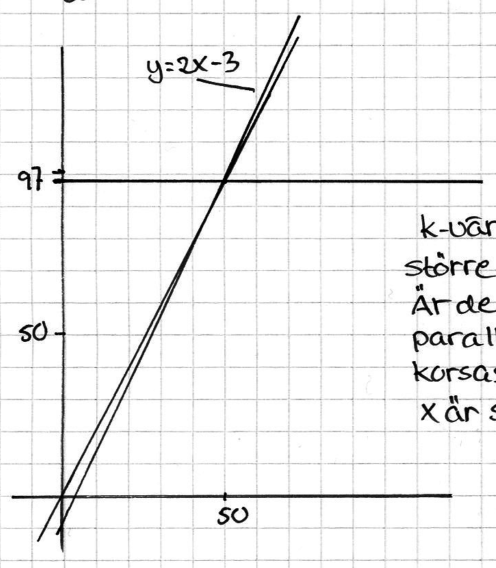
$97=k\cdot 50$

$k=\frac{97}{50}=\frac{2\cdot 97}{100}=\frac{194}{100}=1{,}94$

$k=1{,}94$

Ekvationer som är möjliga är $y=k\cdot x$

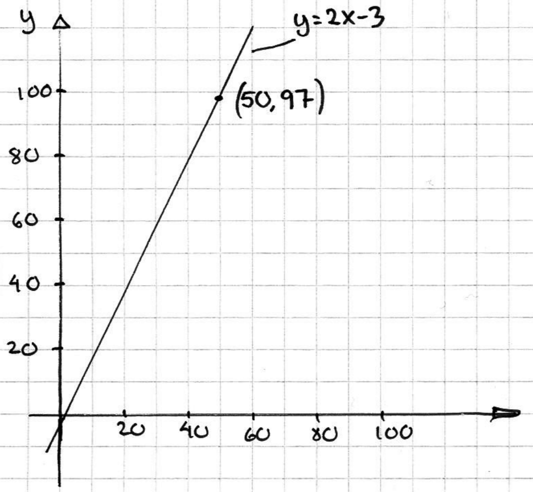
där $1.94<x<2$



k-värdet får inte vara större eller samma. Är de samma blir linjen parallell och är den större korsas aldrig linjerna när x är större än 50

Kommentar: Lösningen visar beräkningar av k-värdet för linje L då linjen går genom punkten (50, 97) och tillsammans med figuren anses det motsvara ett godtagbart resonemang för att $k>1{,}94$. I figuren visas även insikt om att $m=0$ för linje L. Dessutom ges ett resonemang om varför $k<2$. Lösningen är bristfällig gällande kommunikation då förklaringar genomgående saknas. Dessutom används variabeln x felaktigt istället för k i uttrycket $1{,}94<x<2$. Därmed uppfylls inte kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_R och 1 A_K)



Linjen L har en ekvation enligt formen
$y = kx + m$ då den är en rät linje.
$\Downarrow$
$L = kx + m$ då L går genom origo är m-värdet 0.
$L = kx + 0$

Linjen L skär linjen $y = 2x - 3$ efter punkten (50,97)
Linjen L's k-värde måste alltså vara så stort att
L inte skär linjen innan punkten (50,97) men
mindre än 2 (y's k-värde) för annars skär de
varandra på den negativa sidan i koordinatsystemmet
$k < 2$
$k > \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{97}{50} = \frac{194}{100} = 1{,}94$

De möjliga ekvationerna för L är
$L = kx + m$ där $2 > k > 1{,}94$ och $m = 0$

Kommentar: Lösningen visar en tydlig figur för linjen $y = 2x - 3$ med markering av punkten (50, 97). I lösningen förklaras varför linje L har ekvationen $y = kx$ och ett korrekt intervall anges utifrån en godtagbar motivering. Trots att ett resonemang om fallet $k = 2$ saknas bedöms lösningen uppfylla kravet för båda resonemangspoängen. Lösningen är lätt att följa och förstå och det matematiska språket godtagbart trots att uttrycken ”efter punkten (50, 97)” och ”innan punkten (50, 97)” är något otydliga. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 E_R)

Graf (F)
- Har 2 nollställen då Parabelns mittlinje och maximi punkt är ovanför origo

Graf (H)
- Har 1 nollställe då grafen ej kommer att tangera varken x eller y axeln efter det första nollstället

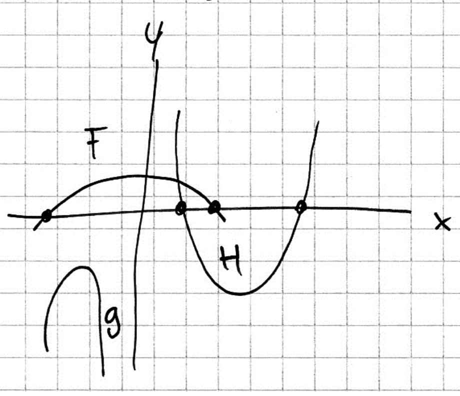
Graf (G)
- Har inget nollställe då grafens maximipunkt ej tangerar med x-axeln och grafen kommer att följa men aldrig tangera y-axeln

Kommentar: Elevlösningen visar fel antal nollställen angivna för graf *h*. Därmed uppnås inte kravet för begreppspoängen. När det gäller graferna *f* och *g* anges en egenskap hos andragradsfunktioner i och med resonemanget kring hur maximipunktens placering ovanför respektive nedanför *x*-axeln påverkar antalet nollställen. Lösningen ges därmed resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_R)

F = 2 nollställen
H = 2 nollställe
g = Inga nollställen

För att f och h skär x-axeln men g skär inte x-axeln därför saknar den nollställen.



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt skissad graf som förklaring till de korrekt angivna nollställena för de tre graferna. Skissen tillsammans med ”*g* skär inte *x*-axeln därför saknar den nollställen” anses vara nätt och jämnt tillräckligt för att kravet för resonemangspoäng ska vara uppfyllt. Skissen är inte tillräcklig för att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå ska vara uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_B, 1 E_R och 1 C_K)

f grafens extrempunkt är en maximipunkt som är belägen över X axeln och har därför två nollpunkter

g grafen har en maximipunkt som är belägen under X axeln och Saknar därför nollställen.

h grafen har en minimipunkt Som är under X axeln och har därmed två nollställen

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig lösning med korrekt antal nollställen angivna samt ett godtagbart resonemang som omfattar de egenskaper hos var och en av funktionerna som leder till antalet nollställen. Lösningen är möjlig att följa och förstå och trots att den felaktiga termen ”nollpunkter” används vid beskrivning av graf *f* så anses lösningen även uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 C_M)

$$2x + 4y = 86$$
$$3x + 2y = 68$$

$$2x + 4y = 86$$
$$-6x - 4y = -136$$
$$-4x = -50$$
$$x = 12{,}50$$

Svar: 12,50 för läsken och 15.25 för godiset

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem men saknar beräkning av priset för en godispåse och därmed är inte lösningen godtagbar. Sammantaget ger lösningen nätt och jämnt en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M och 1 C_K)

Läsk = x

Godis = y

$86 = 2x + 4y$
$68 = 3x + 2y$

$3 \cdot 86 = 3(2x + 4y)$
$258 = 6x + 12y$

$2 \cdot 68 = 2(3x + 2y)$
$136 = 6x + 4y$

$136 - 4y = 6x$

$258 = 136 - 4y + 12y$
$122 = 8y$
$15{,}25 = y$

$86 = 2x + 15{,}25 \cdot 4$
$\frac{25}{2} = \frac{2x}{2}$
$12{,}5 = x$

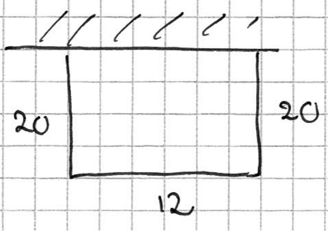
Svar: En läsk 12,5 kr och en godis 15,25 kr

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem, även om variabler är otydligt definierade. Uppgiften behandlas i sin helhet och är möjlig att följa och förstå trots att förklaringar till lösning av ekvationssystemet saknas. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ger lösningen två modellerings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 E_M)

Arean = $x(52-2x)$ $20+20+12=52$ m



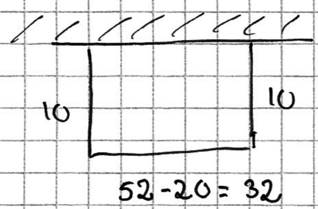
Arean $20 \cdot 12 = 240$ m^2

Svar Sidorna kan vara 20 och 12m och 12m

Kommentar: I lösningen tecknas ett uttryck för hagens area och sedan bestäms hagens sidlängder genom specialfall. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_M)

$A = x(52-2x)$



$A = 10 \cdot 32 = 320$

Sidorna	12	$52-24=28$	$A = 12 \cdot 28 = 336$
	15	$52-30=22$	$A = 15 \cdot 22 = 330$
	13	$52-26=26$	$A = 13 \cdot 26 = 338$

Sidorna måste vara 13, 13, och 26 m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av hagens sidlängder genom prövning. Metoden ger ingen verifiering av vilka sidlängder som ger maximal area. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_M och 2 C_M)

$A = x\,(52-2x)$

$x\,(52-2x) = 0$

$x=0 \quad x=26$ Alltså ligger symmetrilinjen där $x=13$

$52-26=26$

Svar 13m och 26m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av sidlängderna i hagen. Dock saknas förklaringar av varför nollställena bestäms och att det är symmetrilinjens värde som används vid bestämning av maximal area. Sammantaget bedöms lösningen ge en modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt två modelleringspoäng på C-nivå.

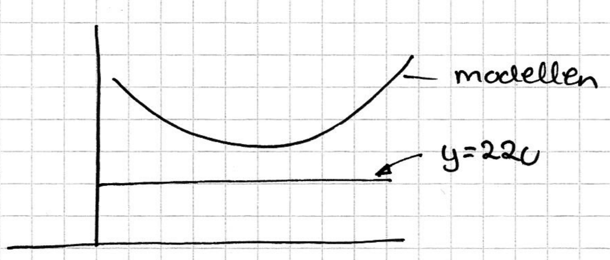
Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 C_{PL} och 1 A_R)

Använder räknaren och ritar in

$y=220$

$y = 0.0052x^2 - 1{,}4x + 378$



Eftersom modellen aldrig får några värden som ligger på 220 DU eller lägre så blev det aldrig något hål över Norrköping

Kommentar: Lösningen visar en figur där grafen för modellen jämförs med linjen för 220 DU. Med hänvisning till figuren dras slutsatsen att då modellen aldrig når värdet 220 DU så bildas inget ozonhål över Norrköping. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_{PL} och 1 A_R)

$y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 158 = 0$

$x^2 - 269x + 30385 = 0$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{134{,}5^2 - 30385}$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{-12295}$ går inte

Det verkar inte gå att lösa. Alltså så finns det inga x-värden som blir 220 DU. Då finns det inte heller något hål över N-köping

Kommentar: Lösningen visar en algebraisk lösning. Med hänvisning till att ekvationen saknar lösning så dras indirekt slutsatsen att det inte finns någon tidpunkt som motsvarar 220 DU. Alltså bildas det inte heller något ozonhål. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

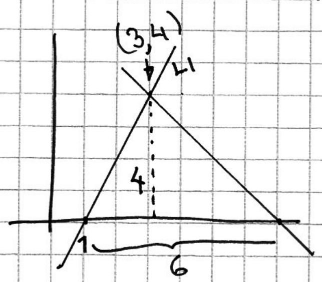
Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 C_{PL}, 2 A_{PL} och 1 A_K)

Triangelns area $A = \frac{b \cdot h}{2} = 12$

Punkten $(\overset{x}{3}, \overset{y}{4})$; höjden är y-koord $h = 4$

$12 = \frac{b \cdot 4}{2}$; $b = \frac{24}{4} = 6$; basen är 6



Skärningen med x-axeln för L_1

$L_1 = 2x - 2 \quad 0 = 2x - 2 \Rightarrow x = 1$

Skärningen med x-axeln för L_2

$1 + 6 = 7$ alltså $x = 7$

Linje L_2 går igenom punkterna $(7,0)$ och $(3,4)$

$y = kx + m \quad k = \frac{4-0}{3-7} = \frac{4}{-4} = -1$

$4 = -1 \cdot 3 + m \quad m = 7$

Svar $y = -1 \cdot x + 7 \Rightarrow y = -x + 7$

Kommentar: Lösningen visar bestämning av skärningspunkten mellan L_2 och x-axeln samt korrekt bestämning av L_2:s ekvation. Lösningen kommuniceras genom att hänvisa till figur och använda symboler och termer såsom koordinatbeteckningar, $y = kx + m$ och en acceptabel förklaring över hur skärningspunkten mellan L_1 och x-axeln beräknas. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (3 A_M)

$$\frac{x(x+0{,}5+x)}{2}$$

$$\frac{x^2+0{,}5x+x^2}{2}$$

$$10=\frac{2x^2+0{,}5x}{2}\cdot 20$$

$$10=(x^2+0{,}25x)\cdot 20$$

$$20x^2+5x=10$$

$$\frac{20x^2+5x-10}{20}=0$$

$$x^2+0{,}25x-0{,}5=0$$

$$x=-\frac{0{,}25}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2+0{,}5}$$

$$x=-0{,}125\pm\sqrt{0{,}5156}$$

$$x=-0{,}125\pm 0{,}718$$

$$x=0{,}593$$

Svar: $0{,}593=x$

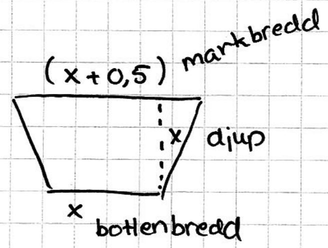
Markbredd $=1{,}093$ m

Bottenbredd $=0{,}593$ m

Djup $=0{,}593$ m

Kommentar: Lösningen omfattar hela problemet och är godtagbar. Variabeln *x* är inte definierad och avsaknaden av figur och förklaringar gör lösningen svår att följa. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt tre modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (3 A_M och 1 A_K)



$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$

$$A = \frac{x(x+x+0{,}5)}{2}$$

$$A = \frac{2x^2+0{,}5x}{2}$$

$$A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$$

$$A = (x^2+0{,}25x)\text{m}^2$$

$$20(x^2+0{,}25x) = 10$$

$$20x^2+5x \overset{-10}{} = 10 \overset{-10}{}$$

$$\frac{20x^2+5x-10}{20} = 0$$

$$x^2+0{,}25x-0{,}5=0$$

$$x = \frac{-0{,}25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2+0{,}5}$$

$$x = -0{,}125 \pm \sqrt{0{,}515625}$$

$$x = -0{,}125 \pm 0{,}71807033 08$$

$$x_1 = 0{,}5930703308 \approx 0{,}59$$ Enda x som fungerar

$$x_2 = -0{,}8430703308 \approx (-0{,}84)$$

Svar Dikets bottenbred kan som mest vara 0,59 m, djupet 0,59 m och markbredden 1,09 m om diket ska vara 20m långt och ha en volym som är mindre än 10 m3

Kommentar: Lösningen är välstrukturerad med en tydlig figur och definierade variabler. Trots att det inte förklaras explicit att $A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$ motsvarar dikets volym så bedöms lösningen ge samtliga modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T3 Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T6 Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T8 Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

G1 Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
G2 Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

F1 Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
F2 Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
F4 Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P2 Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:__________________________ **Klass:**_______________ **Provbetyg:** ____________

Del	Uppg.	Förmåga och nivå											
	Poäng	E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1a												
	1b												
	2												
	3												
	4a												
	4b												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b_1												
	7b_2												
Del C	8_1												
	8_2												
	9a_1												
	9a_2												
	9b												
	9c												
	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	14_1												
	14_2												
	14_3												

Del	Uppg.	Förmåga och nivå											
	Poäng	E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	15_1												
	15_2												
	16												
	17_1												
	17_2												
	17_3												
	18_1												
	18_2												
	18_3												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	19_4												
	20a_1												
	20b_1												
	20b_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b_1												
	21b_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	22_4												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	23_4												
	Total												
Σ													
	Total	4	13	4	5	3	4	8	7	2	0	5	11
Σ	66	26				22				18			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation