Instruktioner för bedömning av del C

Del C bedöms med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Matrisen är uppdelad i två aspekter och tre nivåer. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar.

Uppgift 16 (4/4/5)

	E	C	A
Metod och genomförande	Eleven bestämmer radien eller diametern på cirkeln i figur 1. +E Eleven bestämmer längden av någon myrpromenad. +E Eleven visar, t.ex. genom beräkningar, att myrans väg i figur 1 och figur 2 är lika lång. +E	Eleven bestämmer godtagbart diagonalen eller största radien, t.ex. genom mätning i skalenlig figur. +C Eleven visar att det finns en begränsning för största radien, t.ex. genom beräkningar, beskrivningar eller bilder. +C	Eleven bestämmer diagonalen eller största radien på ett effektivt sätt, t.ex. genom att använda Pythagoras sats eller digitala verktyg. +A Eleven använder en generell metod för att visa att promenadvägen alltid är lika lång *eller* för att bestämma den största radien. +A
Redovisning	Elevens redovisning är möjlig att följa och omfattar någon deluppgift. +E	Eleven ger en rimlig kommentar till varför promenaden alltid är lika lång *eller* visar att promenaden är lika lång även för ett eget valt värde *eller* påbörjar en algebraisk lösning. +C Elevens redovisning är klar och tydlig och omfattar minst tre deluppgifter. Det matematiska språket är godtagbart. +C	Eleven för ett utförligt resonemang kring att promenaden alltid är lika lång genom att hänvisa till att det råder proportionalitet mellan diameter och omkrets *eller* visa detta algebraiskt. +A Eleven för ett välgrundat resonemang kring radiens begränsningar såväl övre som nedre gräns. +A Elevens redovisning är klar och tydlig samt välstrukturerad och omfattar alla deluppgifter. Det matematiska språket är lämpligt. +A

Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 13–23.

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Bedömda elevlösningar del C

Bedömda elevlösningar till uppgift 16

Elevlösning 1

I. $12 \cdot 3{,}14 = 37{,}68$

Svar Myran har gått 37,68 cm

II $\frac{16 \cdot 3{,}14}{2} = 25{,}12$ $\frac{8 \cdot 3{,}14}{2} = 12{,}56$

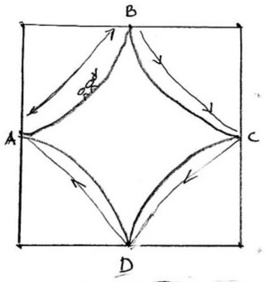
$25{,}12 + 12{,}56 = 37{,}68$

Svar: Den har gått 37,68 cm

Bedömning

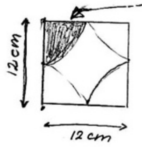
	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x			3/0/0
Redovisning	x			1/0/0
Summa				4/0/0

Elevlösning 2

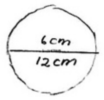


A → B → C → D

Svar: 37,68 cm har myran gått.



En sådan här "bit" av kvadraten är lika stor som en fjärdedel av en cirkel. Så det enda jag behöver göra är att räkna ut alla "bitar" tillsammans och sedan dividera det med fyra.

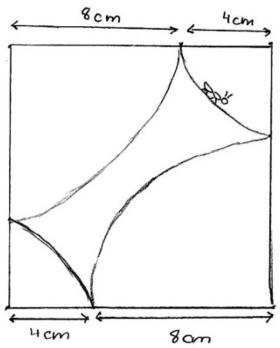


6 är radien och 12 är diametern

Omkrets: $2\pi r = \pi \cdot d = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 3,14 \cdot 12 = 37,68$

Omkretsen är 37,68 cm, den sträckan som myran går, myrans promenad med andra ord.

Myrans promenad blir alltid lika lång $\pi \cdot 12 =$ $= 3,14 \cdot 12 = 37,68$. Om inte kvadraten har andra mått, annars är det ganska självklart att den blir kortare eller längre.



Det är ganska enkelt att se hur figur 1 och figur 2 hänger ihop. Båda är kvadrater med 12 cm på varje sida.
Det enda som skiljer dem åt är att cirkelbågarna är olika långa, men ger samma svar.
Promenaden blir alltid $\pi \cdot 12 = 37,68$ cm

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x			2/0/0
Redovisning	 x	x		1/1/0
Summa				3/1/0

Kommentar: Eleven påstår att promenaden är lika lång men visar det inte. Eleven ger en rimlig kommentar till att promenaden är lika lång eftersom sidan är 12 cm.

Elevlösning 3

a) $12 \cdot \pi \approx 37{,}68$ Myran går $37{,}68$ cm

b) Lilla cirkeln: $4+4=8$ $4\pi \approx 12{,}56$

Stora cirkeln $8+8=16$ $8\pi \approx 25{,}12$

Myran går: $12{,}56 + 25{,}12 = 37{,}68$ cm

c) Här testar jag radierna 2 och 10 cm.

$2 \cdot \pi \approx 6{,}28$

$10\pi \approx 31{,}40$

Myran går $6{,}28 + 31{,}40 = 37{,}68$ cm

Här testar jag radierna 5 och 7 cm

$5 \cdot \pi \approx 15{,}70$

$7 \cdot \pi \approx 21{,}98$

Myran går $15{,}70 + 21{,}98 = 37{,}68$ cm

Efter 4 olika tester och resultatet blir samma så är det ganska bevisat att myrans promenad alltid blir lika lång.

d) Radierna $9+3$, $8+4$, $7+5$, $6+6$ fungerar.

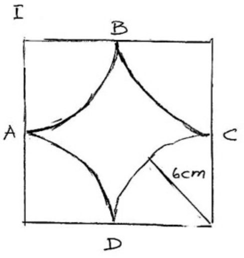
Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x			3/0/0
Redovisning	x	x		1/1/0
Summa				4/1/0

Kommentar: Elevens redovisning av t.ex. radie och omkrets är knapphändig.

Elevlösning 4

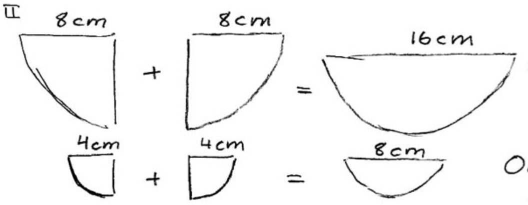
I



Då diametern är 12 cm måste radien vara $12/2 = 6$ cm.
Omkretsen på cirkeln inom kvadraten blir då $2 \cdot \pi \cdot 6 = 37{,}7$ cm

Svar: Myran går 37,7 cm

II



Omkrets $= \pi \cdot 16 = 50{,}26$ cm

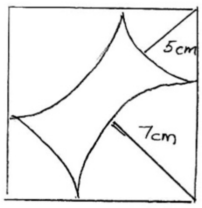
$\frac{50{,}3}{2} = 25{,}15$ cm

Omkrets $= \pi \cdot 8 = 25{,}13$ cm

$25{,}13/2 = 12{,}56$

$25{,}13 + 12{,}56 = 37{,}69 \approx 37{,}7$ cm

III Eftersom sidan på kvadraten alltid är 12cm förblir omkretsen på cirkeln eller cirklarna inom kvadraten alltid densamma.



$5+5=10$

Omkrets $= \pi \cdot 10 = 31{,}41$

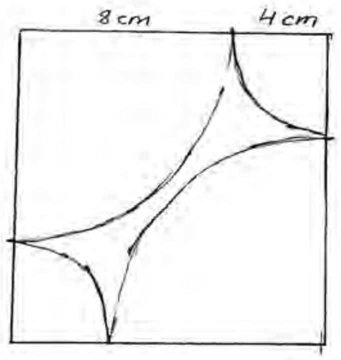
$\frac{31{,}41}{2} = 15{,}7$ cm

$7+7=14$ Omkrets: $\pi \cdot 14 \approx 44$

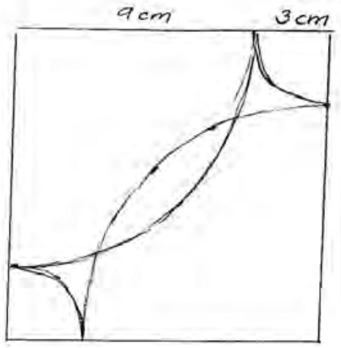
$44/2 \approx 22$

Total omkrets $= 15{,}7 + 22 = 37{,}7$ cm

Omkretsen, det vill säga, myrans väg, blir densamma vilken radie du än väljer.



8 cm går att ha som radie då de inte korsar varandra.



9cm går dock inte att ha som radie då vägarna korsar varandra. Därför går 8 cm att ha som längsta radie. I och med det kan man ha måtten på radierna:

8 + 4 cm   7 + 5 cm   6 + 6 cm

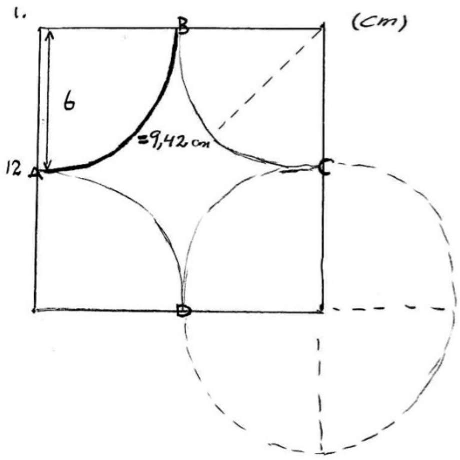
Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x	 x		3/1/0
Redovisning	 x	x x		1/2/0
Summa				4/3/0

Kommentar: De två sista figurerna var i elevarbetet ritat i skala 1:1.

Elevlösning 5

1.



Omkrets för hela cirkeln =

$2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,68$ cm

$37,68/4 = 9,42$ cm

Svar: $9,42 \cdot 4 = 37,68$ cm ≈ 38 cm

2. 2 stora cirkelbågar (cirklars 1/4 omkrets) $= 2 \cdot \left(\frac{2\pi 8}{4}\right) =$

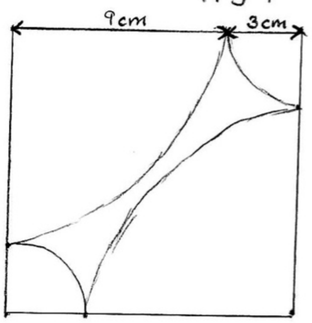
$2 \cdot \left(\frac{50,24}{4}\right) = 2 \cdot 12,56 = 25,12$ cm

2 små cirkelbågar $= 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 4}{4}\right) = 2 \cdot \left(\frac{25,12}{4}\right) = 2 \cdot 6,2 = 12,56$ cm

$25,12$ cm $+ 12,56$ cm $= 37,68$ cm ≈ 38 cm.

vilket är lika lång sträcka som den första.

3. Det är fortfarande samma längd på kvadraten (12cm) även fast cirklarnas (1/4) radie kan variera, men summan av de två cirkelbågarna på varje 12 cm sida ska bli 12cm. T. ex 6+6 eller 4+8 som i de här uppgifterna.



(test) $9 + 3 = 12$

cirkelbåge (liten) omkrets:

$2\pi \cdot 3 = 18,84$ cm $\quad \frac{18,84}{4} = 4,71$ cm

Cirkelbåge (stor) omkrets:

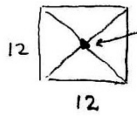
$2 \cdot \pi \cdot 9 = 56,52$ cm $\quad \frac{56,52}{4} = 14,13$ cm

$\boxed{\text{Hela vägen}} = (2 \cdot 4,71) + (2 \cdot 14,13) =$

$= 37,68 \approx 38$ cm

Så länge sträckan på 12 sidorna alltid blir 12 så fungerar det eftersom om den ena cirkelbågens radie ökar så minskar den andras.
På första exemplet blir vägen lika lång på varje cirkelbåge (sida) eftersom de hade samma radie.
Men på det andra exemplet blev två sträckor (cirkelbågar) lite längre och två lite kortare.
$x+y=12$ där både x och y är cirkelbågens radie.

4.



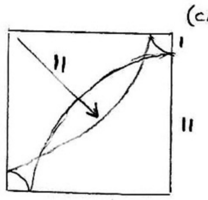
gränsen innan de korsar varandra

$12^2+12^2=x^2$

$288=x^2$

$x=16,97\approx 17$ $\frac{17}{2}=8,5$ cm

(cm)



korsning

Max gräns = 8,5 cm $x\leq 8,5$ cm

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x	x x	x x	3/2/2
Redovisning	 x	x x	 x	1/2/1
Summa				4/4/3

Kommentar: Eleven bestämmer den största möjliga radien.
Eleven för ett resonemang kring radierna på cirklarna men tydliggör inte sambandet mellan radie och omkrets.
Elevens redovisning är klar, tydlig och välstrukturerad, och omfattar alla deluppgifter.

Elevlösning 6

1. Omkrets : $2 \cdot \pi \cdot r$ Radien i cirkeln är 6cm (fig 1)

$2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,699 \ldots$

eftersom myran går från A-B-C-D-A kan man säga att den går runt hela cirkeln $= 37,699$ cm ≈ 38 cm

II Radier för de små cirklarna är 4 ger:

$2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,132741$ vi delar detta i två eftersom två delar endast ger en halvcirkel $= 12,566$ cm

Radien för de stora cirklarna är 8 cm ger $2 \cdot \pi \cdot 8 = 50,26548246$ & delat i två eftersom det är en halv cirkel

$25,1327 + 12,566 = 37,699 \approx 38$ cm

III Vägen kommer alltid bli lika lång eftersom om man ökar sträckan (radien) på den ena kommer nästa kvartcirkel att vara lika mycket mindre. Vilket resulterar i att det alltid blir samma sträcka! (Radierna tillsammans blir alltid 12)

$X + Y = 12$

Detta kan bevisas genom att vi utgår från att den totala omkretsen av den uppdelade cirkeln

Alltså $37,69911184 = 2\pi r$

$$\frac{37,69911184}{2\pi} = 6 = \text{radien} \qquad \frac{O}{2\pi} = 6$$

vilket stämmer. Halva kvadratens sida är alltid sex & 12 av hela sidan. Alltså utgår det alltid från samma siffror.

IV Vi kan räkna ut hur lång diagonalen i fyrkanten är: $12^2 + 12^2 = 288$ $\sqrt{288} = \boxed{16,97}$

Det betyder att  cirkelbågen endast får nå till nästan mitten av diagonalen för att inte krocka ger: $\frac{16,97}{2} = 8,485281374$

Eftersom det är samma radie överallt i cirkeln är detta längden på hur långt in i kvadraten den kommer att gå. Om båda halvcirklarna går till mitten skulle det ju endå bli en krock. Så radien får endast vara 8,485281373 (det går ju så klart att göra den lite större men jag tror inte att det är vad uppgiften handlar om)

Alltså är max radien det och 12 − 8,4... = 3,514718627 ger den minsta radien man kan ha.

Där emellan går alla bra! Radierna måste bara bli gemen samt 12.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x	x x	x x	3/2/2
Redovisning	 x	x x	 x x	1/2/2
Summa				4/4/4

Kommentar: Eleven för inget generellt resonemang kring promenadens längd utan resonerar runt radierna och utgår från att omkretsen är 37,699. Elevens redovisning är klar, tydlig och välstrukturerad, och omfattar alla deluppgifter.

Elevlösning 7

Myrans promenad

$\frac{12}{2} = 6$

1. Cirkelns omkrets $2\pi r$

$\frac{2 \cdot \pi \cdot 6}{4} \approx 9,42$ ($\frac{1}{4}$ cirkel)

$9,42 \cdot 4 \approx 37,7$

$2 \cdot \pi \cdot 6 = \pi \cdot 12$

Svar: Myran har då gått 37,7 cm

2. Stora cirkelbågen

$\frac{2 \cdot \pi \cdot 8}{4} \approx 12,57$

$12,57 \cdot 2 \approx 25,13$

$\frac{2 \cdot \pi \cdot 8}{2}$

Lilla cirkelbågen

$\frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{4} \approx 6,28$

$6,28 \cdot 2 \approx 12,57$

$\frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{2}$

$25,13 + 12,57 \approx 37,7$

Svar: $\frac{2 \cdot \pi \cdot 8}{2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{2} = 2 \cdot \pi \cdot 6 = \pi \cdot 12 \approx 37,7$ cm

3. Varje cirkelbåge är $\frac{1}{4}$ cirkel. Går myran en lång cirkelbåge så måste det komma en kortare cirkelbåge för att den ska få plats i kvadraten.

$$\frac{2\pi x}{4} + \frac{2\pi x}{4} + \frac{2\pi(12-x)}{4} + \frac{2\pi(12-x)}{4} =$$

$$= \frac{2\pi x}{2} + \frac{2\pi(12-x)}{2} = \pi x + \pi(12-x) = \pi \cdot 12$$

4. Cirkelbågen får inte gå över halva diagonalen. Därför måste man ta reda på hur lång den är genom att använda Pythagoras sats. $a^2 + b^2 = c^2$

$12^2 + 12^2 = c^2$

$\sqrt{288} = \sqrt{c^2}$

$16,97 \approx c$

Det ger oss att halva diagonalen år $\approx 8,49$ cm

För att cirkel bågarnas väg inte ska möta varandra kan inte radien vara mer än 8,49 cm och inte mindre än 3,51 cm

Svar: $3,51 < r < 8,49$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x x x	x x	x x	3/2/2
Redovisning	x	x x	x x x	1/2/3
Summa				4/4/5