Instruktioner för bedömning av delprov D

20. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar där det framgår att graferna ritas med olika vinkelmått +1 E_B

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $\int_0^{1,9} (4x^3 + k - 3x^2)\,dx = 13$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,6) +1 E_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 3/0/0**

a) Godtagbart svar (310 W) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, visar insikt om att derivatan ska bestämmas +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (–45 W/h) +1 E_M

Kommentar: Även svaret –45 ges poäng.

23. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, tecknar en integral för volymen med godtagbara integrationsgränser, t.ex. $\pi \int_{0,8}^{1,7} (9x - x^4 - 7)^2\,dx$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,87 v.e.) +1 C_P

Kommentar: Även svaret 4,87 ges poäng.

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, tecknar en relevant integral, t.ex. $\int_0^5 0,02t \cdot e^{-0,01t^2}\,dt$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (7) +1 C_M

25. **Max 1/1/3**

a) Korrekt svar (39 km/h) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (8,5 timmar) +1 C_M

c) Godtagbar ansats, visar insikt om att $P(v) = 0,42 \cdot v^3$ ska integreras med avseende på x +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (320 000 MJ) +1 A_M

Lösningen (deluppgift b och c) kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

__Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”__

26. **Max 0/1/2**

Anger godtagbara värden för minst två av konstanterna +1 C_M

med godtagbart värde för ytterligare minst en konstant +1 A_M

med godtagbart svar
(t.ex. $A = 2,6$; $B = 1,6$; $C = -0,8$ och $D = 3,9$ om radianer används;
$A = 2,6$; $B = 90,0$; $C = -45,0$ och $D = 3,9$ om grader används) +1 A_M

27. **Max 0/0/3**

a) Korrekt svar (3) +1 A_{PL}

b) Godtagbart ansats, t.ex. visar insikt i att integrationsgränserna ska väljas symmetriskt runt symmetrilinjen $x = 3,5$ +1 A_R

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2) +1 A_{PL}

__Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”__

Elevlösningsexempel 20.3 (1 E_B)

En har ställt räknaren på radianer.

Bedömningskommentar till exemplet: Även om det inte uttrycks vem som ritar kurvan i radianer framgår det att graferna ritats med olika vinkelmått.

Elevlösningsexempel 20.4 (1 E_B)

De har haft olika vinkelinställningar

Bedömningskommentar till exemplet: Även om det inte nämns något om grader och radianer framgår det att graferna ritats med olika vinkelmått.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 E_{PL})

$x = 1{,}9$ $\quad y = \underset{\text{under}}{3x^2}$ $\quad y = \underset{\text{över}}{4x^3 + k}$ $\quad$ 13 a.e.

$$\int_0^{1{,}9} 4x^3 + k - 3x^2$$

① Skrev in alla tre funktionerna i geogebra

② Skrev in integral mellan $4x^3+k$ och $3x^2$ och sedan prövade jag med glidare och fick 13 a.e. när $k = 3{,}6$.

Svar: $k = 3{,}6$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges en integral för beräkning av arean även om dx saknas. Sedan genomförs en prövning i GeoGebra där ett godtagbart värde på k bestäms. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (2 E_{PL})

$$\int_0^{1,9} (4x^3 + k - 3x^2)\, dx = 13$$

Löser med CAS

$k = 3,6$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges en ekvation för lösning av problemet. Ekvationen löses med CAS och ett godtagbart värde på k erhålls. Trots att ingen beskrivning görs om hur CAS använts anses lösningen uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng på deluppgift c)

$$\int_0^{15,492} 0,42\, v^3 dt = 6051,2 \text{ MJ}$$

Maxeffekt $0,42 \cdot 36^2 = 19595,52$

Totalt $= 6051,2 + 19595,52 \cdot (24 - 15,492) =$

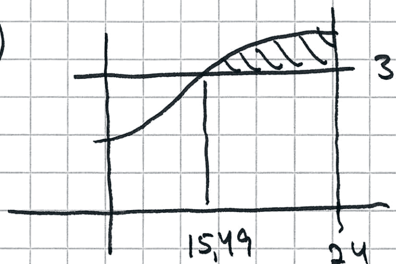
$= 172769,88$ MJ

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen av deluppgift c) delas produktionen av elenergi upp i två beräkningar, en integralberäkning och en areaberäkning vid maximaleffekt. Båda dessa beräkningar utgår från $0,42v^3$ utan att ersätta v med uttrycket för sinusfunktionen. Detta gör att kraven för ansatspoängen i deluppgift c) inte anses uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (1 E_M, 1 C_M och 2 A_M)

a) 39 km/h

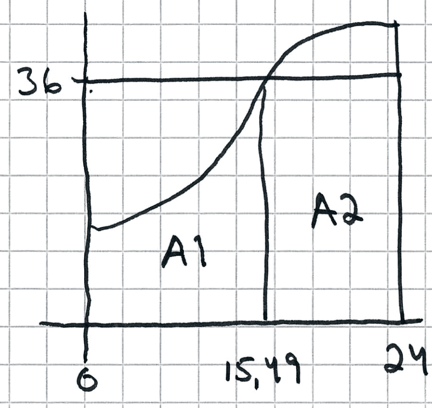
b)



behöver veta när $f(x)=36$ resten av dygnet så är vindhastigheten över.

i $24-15{,}49$ timmar alltså $8{,}5$ timmar.

c)



$A2 = 0{,}42 \cdot 36^3 \cdot 8{,}5 =$

$= 167 \cdot 10^3$ MJ

$A1 = 150{,}9 \cdot 10^3$ MJ

bytade ut v i P(v) till v(x)

$P(v) = 0{,}42 \cdot (f(x))^3$

integralen för denna funktion mellan $x=0$ och $x=15{,}49$ gav mig A1

Svar $= A_1 + A_2 =$

$150{,}9 \cdot 10^3 + 167 \cdot 10^3 =$

$318 \cdot 10^3$ MJ

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen behandlas uppgiften i sin helhet med korrekt svar. När det gäller kommunikation saknas i deluppgift b) och c) gradering och namngivning av axlarna och dessutom används beteckningen $f(x)$ i stället för $v(x)$. I deluppgift c) är y-värdet 36 felaktigt i figuren då y-axeln här torde representera effekten och inte vindhastigheten. Dessa brister gör att kraven på tydlighet och korrekthet i användandet av matematiska symboler för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.3 (1 E_M, 1 C_M, 2 A_M och 1 A_K)

a) 39 km/h

b) $v = 36 \Rightarrow x = 15,494$

$v > 36$ fortsätter natten ut

$t = t_{slut} - t_{start} = 24 - 15,494 = 8,506$

Svar: Under 8,5 timmar

c) $P(v) = 0,42\,v^3$

$v(x) = 11 \sin(0,11x - 0,89) + 28$

$$\text{Tot energi} = \int_0^{24} \left(\begin{cases} P(v); & x < 15,494 \\ P(36); & x > 15,494 \end{cases} \right) dx =$$

$$= \int_0^{15,494} P(v)\,dx + \int_{15,494}^{24} P(36)\,dx \approx 317640 \text{ MJ}$$

avläses i geogebra

Svar: Vindkraftverken producerar totalt 318 GJ.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen behandlas uppgiften i sin helhet med korrekt svar. När det gäller kommunikation saknas i deluppgift b) information om hur $x = 15,494$ bestämts. Trots detta anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 27b

Elevlösningsexempel 27b.1 (1 AR)

$a < b$

$$C = 0 = \int_a^b (7x - x^2 - 10)\,dx$$

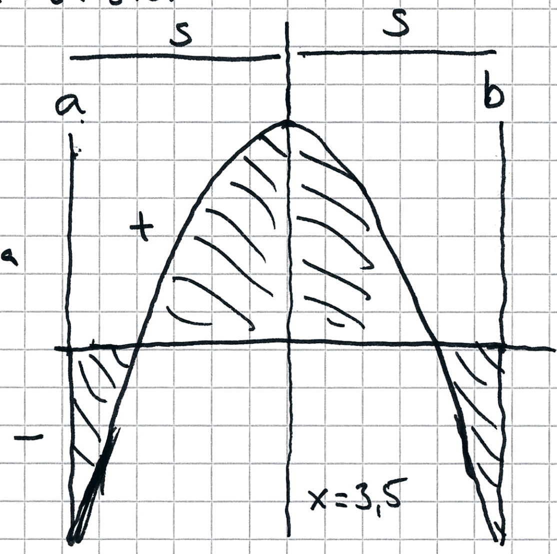
a ska vara så litet som möjligt och b ska vara så stort som möjligt.

b − a   Skillnaden ska vara så stor som möjligt.

Symmetrilinjen är i $x = 3,5$ given av derivering i geogebra

För att få största skillnaden ska a och b vara lika nära $x = 3,5$.

$3,5 - a$



a.e. = 0

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påpekas att a ska vara så litet som möjligt och att b ska vara så stort som möjligt och att de ska vara lika nära symmetrilinjens x-koordinat. Tillsammans med en illustrativ figur anses detta resonemang om hur intervallet ska väljas tillräckligt för att uppfylla kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27b.2 (1 AR och 1 APL)

$$\int_2^5 (7x - x^2 - 10)\,dx = 4{,}5 \qquad \frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$$

Löser $\int_x^2 (7x - x^2 - 10)\,dx = -2{,}25$ med CAS

$\Rightarrow \quad x = 0{,}9 \qquad 2 - 0{,}9 = 1{,}1$

och två lösningar som int passar $\qquad 5 + 1{,}1 = 6{,}1$

$$\int_{0,9}^{6,1} (7x - x^2 - 10)\,dx = 0 \qquad b - a = 6{,}1 - 0{,}9 = \underline{\underline{5{,}2}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms först integralens värde med nollställena som integrationsgränser. Därefter bestäms den undre integrationsgränsen, det vill säga värdet på konstanten a, med hjälp av CAS men utan att samtliga lösningar till ekvationen redovisas ($x = 3{,}5$ och $x = 6{,}09...$). Trots detta anses ekvationslösningen vara godtagbar i och med kommentaren ”och två lösningar som inte passar”. Vidare bestäms det största värdet för $(b - a)$ genom att först bestämma den andra integrationsgränsen. Även om det i elevlösningen inte motiveras varför detta är det största värdet anses lösningen i det här fallet nätt och jämnt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på A-nivå och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27b.3 (1 AR och 1 APL)

Integral(7x − x² − 10, a, b) i CAS ger

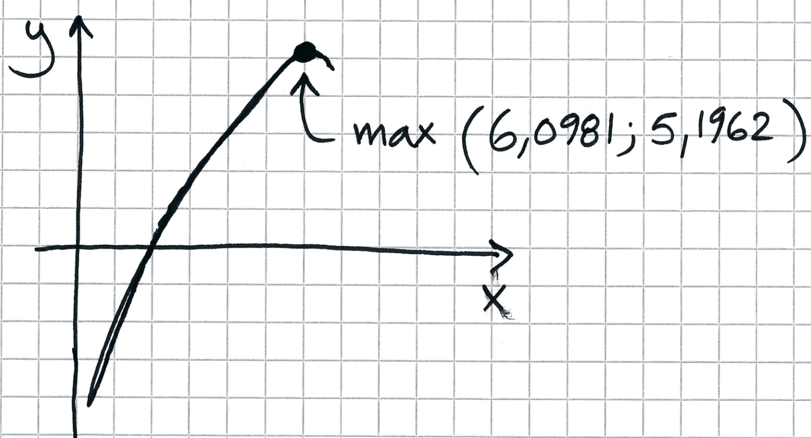
$$\frac{2a^3-21a^2-60a-2b^3+21b^2-60b}{6}$$

Lös(= 0) i CAS ger

$a = b$

$$a = \frac{-2b \pm \sqrt{-4b^2+28b-13}\cdot\sqrt{3}+21}{4}$$

Ersätter b med x och ritar y = b − a för att hitta max



Med det andra a:et fick jag ett min (0,9019; −5,1962)

Svar: Det största värdet på (b − a) är 5,1962.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används CAS för att först bestämma ett uttryck för $\int_a^b (7x - x^2 - 10)\,dx$ som används för att lösa ekvationen $\int_a^b (7x - x^2 - 10)\,dx = 0$. Lösningen till ekvationen ger tre möjliga samband mellan konstanterna a och b som används för att grafiskt bestämma det maximala värdet för $(b - a)$. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.