

Delprov B	Uppgift 1-13. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 14-21. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Derivera

a) $f(x) = \sin 2x$ _____ (1/0/0)

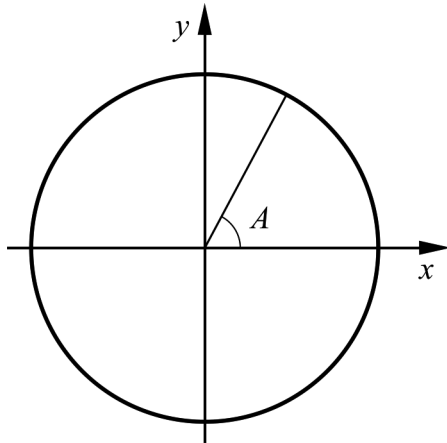
b) $f(x) = x \cdot e^x$ _____ (1/0/0)

2. Funktionen f är definierad genom $f(z) = 2z - z^2$, där z är en komplex variabel.

a) Bestäm $f(i)$ _____ (1/0/0)

b) Bestäm z så att $f(z) = 10$ _____ (1/0/0)

3. I enhetscirkeln nedan är vinkeln A markerad där $A = 70^\circ$



Ange två andra vinklar, v_1 och v_2 , i intervallet $0^\circ \leq v \leq 720^\circ$ som har samma cosinusvärde som vinkeln A .

$v_1 =$ _____

$v_2 =$ _____ (2/0/0)

4. Ange

a) \bar{z}_1 om $z_1 = -2 - 3i$ _____ (1/0/0)

b) ett komplext tal z_2 så att $\operatorname{Re} z_2 = 3$ och $|z_2| > 4$
 _____ (0/1/0)

5. Ange det minsta värde som funktionen $g(x) = 3 + |x - 1|$ kan anta.

_____ (1/0/0)

6. Vilket av alternativen A-F är lika med $\cos 25^\circ$?

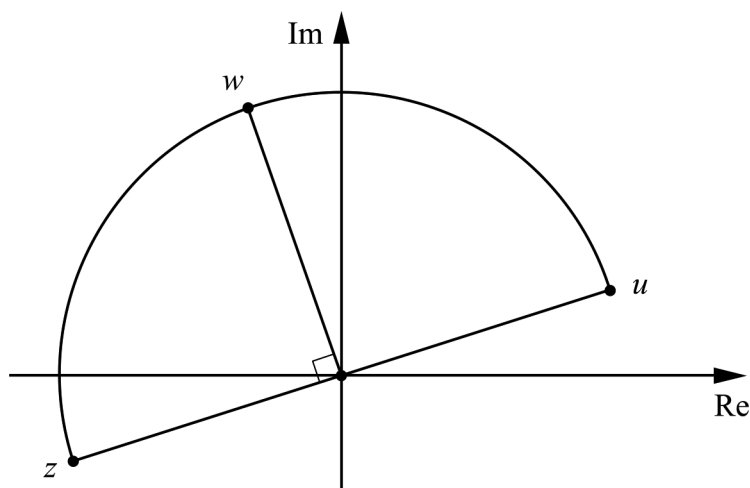
A.	$1 - \sin^2 25^\circ$	B.	$\frac{\sin 25^\circ}{\tan 25^\circ}$	C.	$\frac{\cos 75^\circ}{3}$
D.	$\cos 75^\circ - \cos 50^\circ$	E.	$\frac{\sin 50^\circ}{2 \cos 25^\circ}$	F.	$\frac{\tan 25^\circ}{\sin 25^\circ}$

_____ (0/1/0)

7. Ange hur många lösningar ekvationen $\tan 2v = 0,7$ har i intervallet $0^\circ \leq v \leq 360^\circ$

_____ (0/1/0)

8. I figuren är tre komplexa tal z , u och w markerade på en halvcirkel.



Vilka två av alternativen A-F beskriver talet u ?

A.	iz	B.	$i^2 z$	C.	$\frac{z}{i}$
D.	iw	E.	$i^2 w$	F.	$\frac{w}{i}$

_____ (0/1/0)

9. Vilka två av alternativen A-F är primitiva funktioner till $g(x) = \frac{2}{x}$ för $x > 0$?

A. $G(x) = \frac{2}{x^2}$

B. $G(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$

C. $G(x) = -2x^{-2}$

D. $G(x) = 2 \ln x + 1$

E. $G(x) = \ln x^2$

F. $G(x) = (\ln x)^2$

_____ (0/1/0)

10. Bestäm $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) - g(0)}{h}$ om $g(x) = 4x^2 + \sin 3x$

_____ (0/0/1)

11. Vilka två av följande linjer A-F är asymptoter till $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$?

A. $x = 0$

B. $y = 0$

C. $x = 1$

D. $y = -2x + 1$

E. $y = x - 2$

F. $y = 2x - 2$

_____ (0/0/1)

12. För de komplexa talen z_1 och z_2 gäller att $z_1 = 3i$ och $|z_2| = 7$

Bestäm det minsta värde som $|z_1 + z_2|$ kan anta.

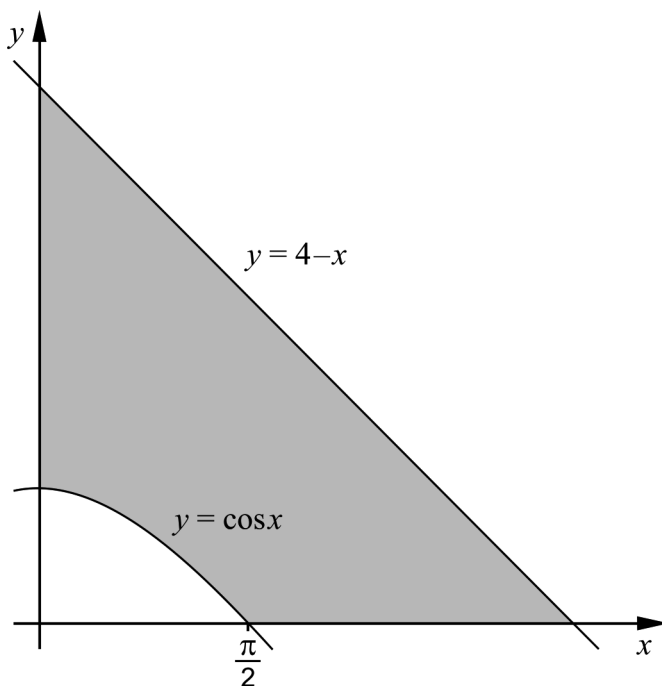
_____ (0/0/1)

13. Ange en primitiv funktion till $f(x) = \cos^2 3x - \sin^2 3x$

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

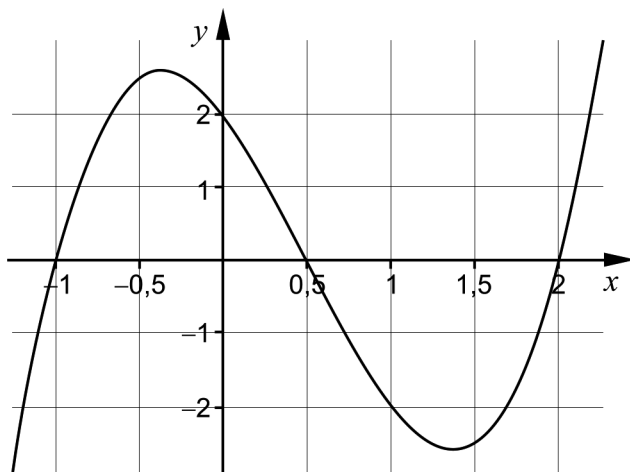
14. Figuren nedan visar ett skuggat område som begränsas av kurvan $y = 4 - x$, kurvan $y = \cos x$ och de positiva koordinataxlarna.



- Beräkna arean av det skuggade området. (2/1/0)
15. Visa att $\frac{\sin 2x}{2 \cos x} = \sin x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)
16. Beräkna $\frac{9+2i}{2+i}$ och svara på formen $a+bi$ (2/0/0)
17. Lös ekvationen $\cos(x-30^\circ) - \cos(x+30^\circ) = 1$ (0/2/0)
18. Bestäm eventuella maximi- och minimipunkter för funktionen f där $f(x) = -x \ln x$, $x > 0$ (0/1/1)

19. Bestäm alla heltal $n > 0$ för vilka $(1+i)^n$ är ett reellt tal. (0/1/1)

20. I figuren visas grafen till funktionen $y = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$



Lös ekvationen $2\cos^3 x - 3\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$ (0/0/2)

21. En funktion f har derivatan $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

a) Visa att funktionen f inte kan ha någon maximipunkt. (0/1/1)

b) Undersök om f har någon minimipunkt. (0/0/2)