

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte beroende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E _P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).

Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 22 E-, 23 C- och 17 A-poäng.

Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 15 poäng

D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 32 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå


B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar


Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.


Delprov B

- | | | |
|-----------|---|---|
| 1. | | Max 2/0/0 |
| a) | Korrekt svar (t ex $z = 2 + 4i$) | +1 E _B |
| b) | Korrekt svar (t ex $z = 2 + 2i$) | +1 E _B |
| 2. | | Max 2/0/0 |
| a) | Korrekt svar ($f'(x) = -5 \sin 5x$) | +1 E _P |
| b) | Korrekt svar ($g'(x) = e^x + x \cdot e^x$) | +1 E _P |
| 3. | | Max 2/0/0 |
| a) | Korrekt svar (5) | +1 E _B |
| b) | Korrekt markerad punkt ($\bar{z}_2 = -5 + i$) | +1 E _B |
| 4. | | Max 2/0/0 |
| a) | Godtagbart markerat område | +1 E _B |
| | <i>Se avsnittet Bedömda elevlösningar.</i> |  |
| b) | Korrekt svar (6) | +1 E _P |
| 5. | | Max 1/1/0 |
| | Godtagbart angivet värde för minst en av konstanterna A , B eller k | +1 E _B |
| | med i övrigt godtagbart svar ($A = 3$, $B = -1$ och $k = 4$) | +1 C _B |
| 6. | | Max 0/1/0 |
| | Korrekt svar (A) | +1 C _B |

- 7.** **Max 0/0/1**
 Korrekt svar (3) +1 A_B
- 8.** **Max 0/1/1**
 a) Korrekt svar (H) +1 C_{PL}
 b) Korrekt svar (D) +1 A_{PL}
- 9.** **Max 0/0/1**
 Korrekt svar (t ex $\frac{e^{-x^3+5}}{3}$) +1 A_B
- 10.** **Max 0/0/2**
 Godtagbar ansats, markerar minst ett komplext tal z som uppfyller villkoret +1 A_B
 med godtagbart ritad linje ($\text{Im } z = 2 \cdot \text{Re } z - 3$) +1 A_{PL}

Delprov C

- 11.** **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, t ex beräknar en delarea korrekt +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 a.e.) +1 E_{PL}
- 12.** **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, t ex inser att trigonometriska ettan kan användas +1 E_R
 med ett i övrigt enkelt resonemang som visar att $VL = HL$ +1 E_R
- Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.*** 
- 13.** **Max 1/1/0**
 Godtagbar ansats, t ex visar insikt om att $\bar{z} = a - bi$ och $iz = ai - b$ +1 E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($z = 2 + i$) +1 C_P

- 14.** **Max 1/2/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang som visar att $VL = HL$ +1 E_R
- b) Godtagbar ansats, t ex faktoriserar $x^3 + 2x^2 + x - 18$ och kommer fram till att övriga rötter fås ur ekvationen $x^2 + 4x + 9 = 0$ +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2 \pm i\sqrt{5}$) +1 C_P
- 15.** **Max 1/2/0**
- Godtagbar ansats, t ex ställer upp ekvationen $\cos 2x = \frac{1}{2}$ +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (150°) +1 C_{PL}
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, \pm , gradtecken, termer såsom period, skärningspunkt, ekvation, växande samt hänvisning till enhetscirkeln, figur etc. +1 C_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 16.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t ex skriver om $-27i$ till $27(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$ +1 C_P
 med godtagbar fortsättning, bestämmer minst en rot *eller* anger +1 C_P
- $$\begin{cases} r = 3 \\ v = 90^\circ + n \cdot 120^\circ \end{cases}$$
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\begin{cases} z_1 = 3(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) \\ z_2 = 3(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) \\ z_3 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) \end{cases}$ +1 C_P
- 17.** **Max 0/1/1**
- Godtagbar ansats, t ex bestämmer $\arg(1-i) = -45^\circ$ *eller* anger att $\arg z_2 = \arg z_1 + \arg(1-i)$ +1 C_R
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex ” z_2 ligger i första kvadranten” *eller* $0^\circ < \arg z_2 < 90^\circ$) +1 A_R

- 18.** **Max 0/1/2**
- Godtagbar ansats, t ex deriverar $f(x)$ +1 C_P
- med godtagbar fortsättning, t ex inser att $\int_0^1 f''(x)dx = f'(1) - f'(0)$ +1 A_B
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-2π) +1 A_P

- 19.** **Max 0/1/3**
- Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $f'(x) = 0$ +1 C_R
- Visar att f saknar extrempunkter då $a > 3$ +1 A_R
- Visar att f saknar extrempunkter då $a = 3$ +1 A_R
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, olikhetstecken, \pm , rottecken, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, termer såsom funktion, derivata, andraderivata, terrasspunkt, maximipunkt, minimipunkt, extrempunkt, nollställe, reella rötter, strängt växande, teckenschema etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Delprov D

- 20.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t ex inser att $y'(4)$ ska bestämmas +1 E_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($0,66 \text{ }^\circ\text{C/h}$) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

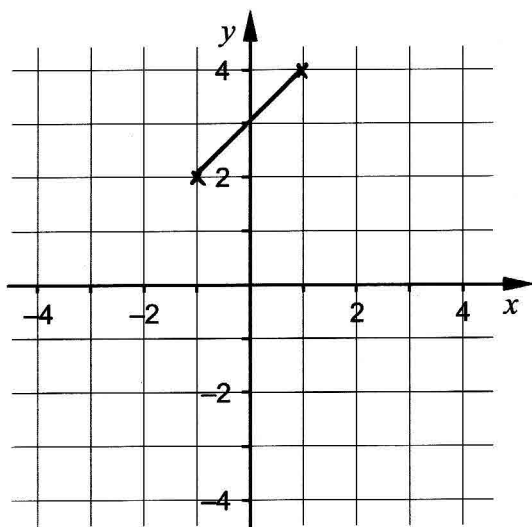


- 21.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, sätter in $y = a \cdot e^{2x}$ och $y' = 2a \cdot e^{2x}$ i differentialekvationen +1 E_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = \frac{1}{3}$) +1 E_{PL}

Bedömda elevlösningar

Uppgift 4a

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar linjen $y = 3 + x$ markerad i intervallet $-1 \leq x \leq 1$. Eftersom inget område är markerat anses lösningen inte motsvara kraven för ett godtagbart svar.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 E_R)

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ$$

$$VL = \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$$

$$HL = \sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ = 1$$

$$VL = HL$$

Kommentar: Elevlösningen visar genom att behandla leden var för sig att $HL = VL = 1$. Dock saknas hänvisning till trigonometriska ettan. Trots detta bedöms lösningen som nätt och jämnt godtagbar. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 E_P och 1 C_{PL})

$$y = \cos 2x$$

$$\text{linjen } y = \frac{1}{2}$$

$$\text{Perioden} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

$$y = \cos 2x$$

$$y = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \pm 60^\circ + n360^\circ$$

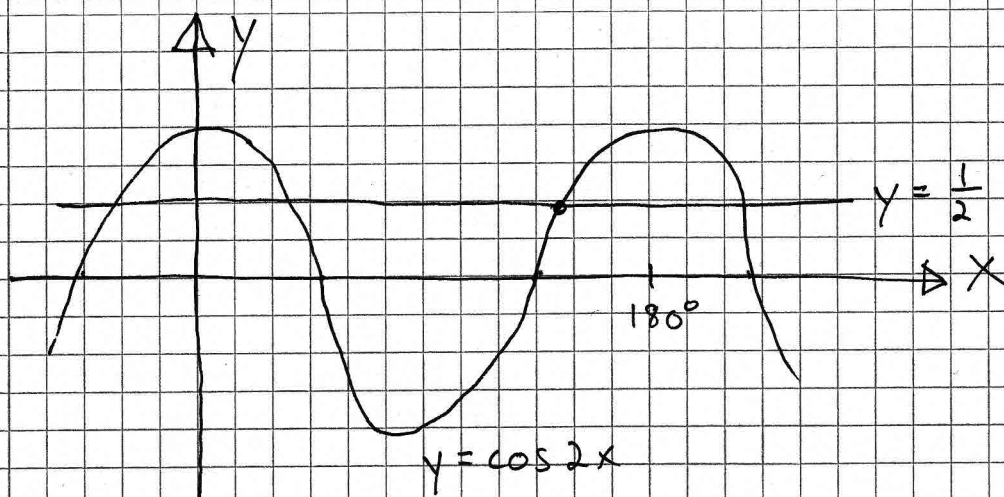
$$x = \pm 30^\circ + n180^\circ$$

$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\text{Punkten } P: \text{ s } x\text{-koordinat} = 150^\circ$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation behandlas likhetstecknet felaktigt på fjärde raden från slutet. Även i övrigt är lösningen knapphändig kommunicerad, t ex varför punkten P :s x -koordinat har värdet 150° . Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen en procedurpoäng på E-nivå och en problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 EP, 1 CPL och 1 CK)



$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pm 60^\circ + n360^\circ$$

$$x = \pm 30^\circ + n180^\circ$$

P ligger inom 1:a perioden

$$x_1 = 30^\circ + 180^\circ = 210^\circ$$

$$x_2 = -30^\circ + 180^\circ = 150^\circ$$

Eftersom P ligger innan 180 är

x-värdet för P = 150

Svar: $x = 150$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om gradbeteckningen saknas på några ställen i slutet av lösningen. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 A_R)

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + a$$

$$f''(x) = 6x + 6$$

Om $f(x)$ saknar max- och minpunkt så är dess derivata ej lika med noll, dvs. ekvationen $f'(x) = 0$ har inga reella lösningar.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - \frac{a}{3}}$$

Om denna ekvation saknar reella lösningar så är $(1 - \frac{a}{3}) < 0$

$$1 - \frac{a}{3} < 0 \Rightarrow \frac{a}{3} > 1 \Rightarrow \underline{\underline{a > 3}}$$

Om $a = 3$ så får dock ekvationen en reell dubbelrot ($x = -1$).

Det finns dock ändå ingen max- eller minpunkt i $x = -1$ eftersom andra derivatan i den punkten är lika med 0:

$$f''(-1) = 6(-1) + 6 = -6 + 6 = 0$$

Detta betyder att $f(x)$ inte har någon max- eller minpunkt för $a > 3$ samt för $a = 3$.

$f(x)$ saknar därför max- och minpunkter för $a \geq 3$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Slutsatsen att kurvan saknar max- och minpunkter då $x = -1$ baseras på att $f''(-1) = 0$, vilket inte är korrekt. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa men eftersom lösningen inte kan anses vara i huvudsak korrekt så uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 CR och 2 AR)

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + a$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6x + a = 0$$

$$x^2 + 2x + \frac{a}{3} = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - \frac{a}{3}}$$

Inga reella rötter

om:

$$1 - \frac{a}{3} < 0$$

$$1 < \frac{a}{3}$$

$$3 < a$$

Teckenstudium visar

$$\text{om } a=3 \Leftrightarrow x=-1$$

$$x \quad -1$$

$$f'(x) \nearrow \quad \nearrow$$

ingen max/min p. \Leftrightarrow

\Leftrightarrow om $a \geq 3$

Finns inga max/min p. v.s.v.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation så är teckenschemat inte komplett och förklaringen till att "inga reella rötter" ger "finns inga max/min p." saknas. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (2 EM)

Förändringshastigheten kl 12.00 = $y'(4)$

Ritar upp funktionen på räknaren och bestämmer

$$y'(4) \text{ till } 0,66^\circ\text{C/h}$$

$$\text{Svar: } 0,66^\circ\text{C/h}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Motivering av hur räknaren använts saknas men lösningen anses trots det nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra modelleringspoängen. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på E-nivå.