

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvartyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvartyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvartypuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 $E_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$	1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, $\neq$ , <, >, $\leq$ , $\geq$ , $\approx$ , $\pm$ , $\sqrt{\quad}$ , $f(x)$ , $f'(x)$ , $f''(x)$ , $x$ , $y$ , ( ), [ ], $\int dx$ , bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andrags-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andra-derivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## **Kravgränser**

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 24 E-, 23 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 7 poäng på A-nivå

A: 55 poäng varav 12 poäng på A-nivå

**Delprov D****17. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, tecknar ekvationen  $\frac{3,5 \cdot 4,5}{2} \sin v = 7$  +1 E<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $63^\circ$ ) +1 E<sub>PL</sub>

**18. Max 4/0/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $0,791 \cdot e^{0,0526 \cdot t} = 15$  +1 E<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (år 2016) +1 E<sub>M</sub>

b) Godtagbar ansats till utvärdering av modellen, t.ex. beräknar  $P(140)$  +1 E<sub>M</sub>

med godtagbar kommentar som visar insikt om att modellen inte stämmer eftersom pastamängden blir orimligt hög +1 E<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*

**19. Max 1/1/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang där det framgår att Sofia har fel, baserat på att största värde saknas *eller* baserat på att funktionen inte är definierad då  $x = 6$  +1 E<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



b) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang, t.ex. tecknar ekvationen

$$1 = \frac{x-1}{x-6} \quad +1 C_R$$

med godtagbart slutfört välgrundat och nyanserat resonemang som visar att funktionsvärdet aldrig kan bli 1 och att Sofia därför har fel +1 A<sub>R</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



20.

Max 1/1/0

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang där det <i>påstås att</i> konstanten $C$ försvinner vid integralberäkningen och därför inte behöver tas med.	Godtagbart välgrundat resonemang, där det <i>visas att</i> eller <i>förklaras varför</i> konstanten $C$ försvinner vid integralberäkningen och därför inte behöver tas med.	
1 E <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub>	

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



21.

Max 0/3/0

- Godtagbar ansats, tecknar volymfunktionen  $V(x) = x(2,4 - 2x)(1,2 - x)$  +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar ( $x = 0,4$ ) +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



22.

Max 0/2/0

- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $4x^3 - 4 = -17,5$  +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar  $(-1,5)$  +1 C<sub>PL</sub>

23.

Max 0/3/0

- Godtagbar ansats, genomför en specialfallslösning med godtagbar bestämning av båda vinklarna *eller* genomför en generell lösning med godtagbar bestämning av en vinkel +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar *generell* lösning med godtagbart svar ( $58^\circ$  och  $122^\circ$ ) +1 C<sub>PL</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C<sub>K</sub>

*Kommentar:* I de allmänna kraven för skriftlig kommunikativ förmåga på sidan 4 krävs att lösningen i huvudsak är korrekt. I denna uppgift kan dock kommunikationspoäng utdelas vid generell lösning även om endast en vinkel bestäms. Detta beror på att bestämningen av den andra vinkeln utgör en kommunikationsmässigt liten del av lösningen.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



24.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, visar insikt om hur  $h'(2)$  kan bestämmas,  
t.ex. anger att  $h'(2) = f'(2) - g'(2)$

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning, som inkluderar korrekt bestämning av linjens  
lutning  $\left(-\frac{3}{2}\right)$  och godtagbar bestämning av tangentens lutning (t.ex. 0,67),  
med godtagbart svar ( t.ex. -2,17)

+1 A<sub>PL</sub>

25.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, bestämmer  $f(x)$  på allmän form, t.ex.  $f(x) = -x^2 + Cx + D$

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = -x^2 + x + 5$ )

+1 A<sub>PL</sub>

26.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, tecknar relevanta samband, t.ex. 
$$\begin{cases} 20000 = N_0 e^{4 \cdot k} \\ 5000 = N_0 k e^{4 \cdot k} \end{cases}$$

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (7400 bakterier)

+1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 A<sub>K</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



**Elevlösning 4 (1 A<sub>B</sub> och 1 A<sub>K</sub>)**

$$f'(a) = g'(a) \text{ och } f(a) = g(a)$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar exakt med matematiska symboler vilka två villkor som gäller. Sammantaget ges elevlösningen en begreppsöing och en kommunikationsöing på A-nivå.

**Uppgift 18b****Elevlösning 1 (0 poäng)**

I slutet av detta århundrade kommer den  $P = 0,791 \cdot e^{0,0525 \cdot 100} \Rightarrow P = 0,791 \cdot e^{5,25}$   
 inte att stämma så bra då vi får för höga värden

*Kommentar:* Elevlösningen visar inte en godtagbar ansats eftersom modellen utvärderas i mitten av detta århundrade och inte i slutet. Lösningen ges noll poäng.

**Elevlösning 2 (1 E<sub>M</sub>)**

$$1960 + 139 = 2099$$

$$0,791 \cdot e^{0,0525 \cdot 139} \approx 1168$$

Svar: Enligt modellen är konsumtionen 1168 kg pasta per person och år året 2099. Vilket inte kan stämma

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att  $P(139)$  beräknas vid utvärdering av modellen. Däremot framgår det inte *varför* pastamängden är orimlig, dvs. att den är för hög. Lösningen ges den första modelleringsöingen på E-nivå.

Elevlösning 3 (2 E<sub>M</sub>)

År 2099:

$$t = 2099 - 1960 = 139$$

$$P = 0.791 \cdot e^{0.0525 \cdot 139} \approx 1168 \text{ kg/person}$$

Modellen stämmer inte för slutet av 2000-talet  
Värdet blir för högt

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar utvärdering av modellen. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

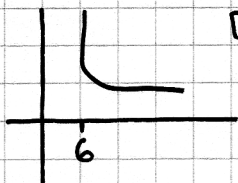


## Uppgift 19a

Elevlösning 1 (1 E<sub>R</sub>)

Sofia har fel eftersom att  $x$ -värdet  
aldrig når 6, den snuddar ifrån

G:an



Den når aldrig fram  
till punkt 6.

$x$ -värdet blir aldrig 6.

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som beskriver att funktionen inte är definierad för  $x = 6$  även om det inte anges explicit. Lösningen bedöms nätt och jämt uppfylla kraven för resonemang på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E<sub>R</sub>)

$$f(6) = \frac{5}{0}$$

Svaret är odefinierat, hon har fel.

Elevlösning 3 (1 E<sub>R</sub>)

När  $x=6$  är inte  $y$  bestämt

eftersom att grafen är diskont-

nuerlig, vilket betyder att  $y$  är ej

bestämt när  $x=6$ ; så nej hon har inte rätt

Elevlösning 4 (1 E<sub>R</sub>)

Nej,  $x$  kommer aldrig bli 6. Man kan inte dela  
något med noll

*Kommentar:* Elevlösning 2-4 visar exempel på godtagbara enkla resonemang som uppfyller kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

## Uppgift 19b

## Elevlösning 1 (0 poäng)

Nej, i x-led närmar sig y-värdet 1, men det kommer aldrig att uppnå det, alltså kan det minsta värdet närma sig 1 men det kommer aldrig att vara 1.

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som inte kan anses vara välgrundat eftersom det inte styrks av exempelvis beräkningar. Dessutom antyds att minsta värde existerar. Lösningen ges noll poäng.

## Elevlösning 2 (1 CR)

$$1 = \frac{x-1}{x-6}$$

$$x-6 = x-1$$

$$0x = 5 \quad ? \quad ? \quad ?$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats och uppfyller därmed kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösning 3 (1 CR och 1 AR)

Funktionens värde när  $x > 6$  kan inte bli 1  
 Vid en prövning  $f(x) = 1$  ger det  $1 = \frac{x-1}{x-6}$   
 $x-6 = x-1$   
 $x = x+5$   
 vilket är omöjligt  
 Däremot så närmar sig  
 funktionsvärdet mot 1  
 men det kommer aldrig  
 ner till 1.

*Kommentar:* Det inledande resonemanget visar varför Sofias påstående är felaktigt och bedöms därför uppfylla kraven för resonemangspoängen på C- och A-nivå. Kommentaren i slutet av lösningen "Däremot så närmar sig funktionsvärdet..." visar på förståelse men behövs inte för att vederlägga Sofias påstående.

Elevlösning 4 (1 C<sub>R</sub> och 1 A<sub>R</sub>)

För att det ska kunna bli 1 så måste både täljare och nämnare vara lika stora  
 $x-1 = x-6$  ger inget svar och därför kan inte värdet bli 1.  
 hon har fel.

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på att täljare och nämnare aldrig kan vara lika stora och att Sofias påstående därför är felaktigt. Lösningen uppfyller därmed kraven för resonemangspoäng på C- och A-nivå.

## Uppgift 20

## Elevlösning 1 (0 poäng)

I a) uppgiften behövde han bestämma alla primitiva funktioner varav konstanten  $C$  behövs för att kunna beskriva fler än en primitiv funktion.

Men i uppgift b) var uppgiften att beräkna integralen till den primitiva funktionen.

$\frac{x^3}{3}$  är en av de primitiva funktionerna till  $x^2$  och fungerar därför som funktion till integralberäkningen.  $C$ -konstanten är en konstant och har därför inte heller någon påverkan på integralens värde. Eftersom integreringen går med avseende på  $x$  är  $C$  ointressant

*Kommentar:* I slutet av elevlösningen är förklaringen till varför konstanten  $C$  inte behövs att: "C-konstanten är en konstant och har därför inte heller någon påverkan på integralens värde. Eftersom integreringen går med avseende på  $x$  är  $C$  ointressant." Denna förklaring anses alltför otydlig för att uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E<sub>R</sub> och 1 C<sub>R</sub>)

Vid integralberäkning behöver man inte lägga till C eftersom de ändå tar ut varandra i detta fall.

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3} + C \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} + C - \left( \frac{0^3}{3} + C \right)$$

$$\frac{2^3}{3} + C - C = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$$

det visar att oavsett om C läggs till i detta fall blir svaret detsamma.

*Kommentar:* I elevlösningen bedöms förklaringen "Vid integralberäkning behöver man inte lägga till C eftersom de ändå tar ut varandra i detta fall" motsvara en resonemangspoäng på E-nivå. Eftersom det i lösningen även visas på ett godtagbart sätt hur konstanterna C tar ut varandra bedöms lösningen även uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 21

Elevlösning 1 (2 C<sub>M</sub>)

$$\text{Bas} = x(2,4 - 2x)$$

$$\text{Höjd} = (1,2 - x)$$

$$Bh = V$$

$$x(2,4 - 2x) = (2,4x - 2x^2)$$

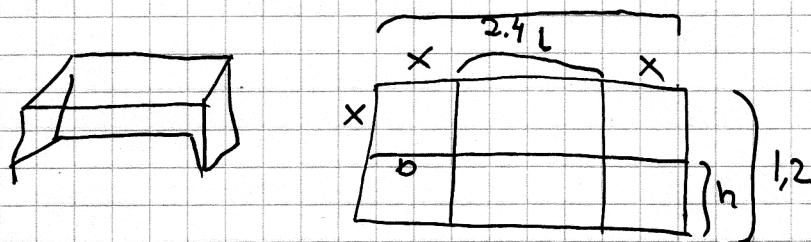
$$(2,4x - 2x^2)(1,2 - x) = 2,88x - 2,4x^2 - 2,4x^2 + 2x^3$$

$$2,88x + 2x^3 - 4,4x^2 = V_{\max}$$

2nd calc max på miniräknaren ger  $x = 0,49$

Svar  $x = 0,49$  ger maximal volym

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt härledning av funktionsuttrycket. Vid förenklingen på rad sex görs ett fel av lapsuskaraktär, vilket inte påverkar bedömningen. Gällande kommunikation är lösningen något svår att följa då skiss av graf och beteckningar på rad fyra och rad fem saknas. Dessutom betecknas volymfunktionen på rad sex med  $V_{\max}$  vilket inte är lämpligt. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$l_{\text{tak}} = 2,4 - x - x = 2,4 - 2x$$

$$\text{volym} = b \cdot h \cdot l$$

$$b = x$$

$$h = 1,2 - x$$

$$l = 2,4 - x - x$$

$$V(x) = x \cdot (1,2 - x) \cdot (2,4 - 2x)$$

$$V(x) = (1,2x - x^2)(2,4 - 2x)$$

$$V(x) = 2,88x - 2,4x^2 - 2,4x^2 + 2x^3 =$$

$$= 2x^3 - 4,8x^2 + 2,88x$$

$$V'(x) = 6x^2 - 9,6x + 2,88$$

$$\text{extrempunkter } V'(x) = 0$$

$$0 = 6x^2 - 9,6x + 2,88$$

$$0 = x^2 - 1,6x + 0,48$$

$$\text{pq formel } x = \frac{1,6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,6}{2}\right)^2 - 0,48}$$

$$x = 0,8 \pm 0,4$$

$$x_1 = 0,4 \quad x_2 = 1,2$$

$$\text{Andaderivata } V''(x) = 12x - 9,6$$

$$V''(0,4) = 12 \cdot 0,4 - 9,6 = -4,8$$

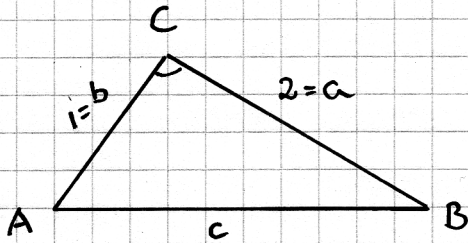
när  $x$  är 0,4 får vi en maxpunkt.

Svar sedan  $x$  ska ~~ha~~ vara 0,4 för att få så stor volym som möjligt

*Kommentar:* Elevlösningen bedöms vara i huvudsak korrekt. När det gäller kommunikation så finns en bristfälligt ritad figur med otydliga beteckningar. Dessutom är det oklart varför  $V''(0,4) = -4,8$  ger ett maximum. Trots dessa brister anses lösningen vara möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 23

## Elevlösning 1 (0 poäng)

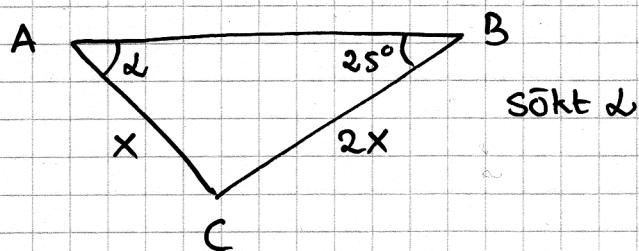


Sinussatsen ger:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \sin A = \frac{\sin B \cdot a}{b}$$

$$A = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 25 \cdot 2}{1}\right) = \underline{\underline{58^\circ}}$$

*Kommentar:* Elevlösningen är inte generell i och med att sidor med längden 1 och 2 ansätts. Om även den andra vinkeln,  $122^\circ$ , hade bestämts hade lösningen bedömts motsvara kraven för den första problemlösningspoängen på C-nivå. I detta fall ges lösningen noll poäng.

Elevlösning 2 (1 C<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

Sinussatsen ger

$$\frac{\sin(\alpha)}{2x} = \frac{\sin(25^\circ)}{x}$$

$$\frac{x}{2x} = \frac{\sin(25^\circ)}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sin(25^\circ)}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{\sin(\alpha)}{2} = \sin(25^\circ)$$

$$\sin \alpha = \sin(25^\circ) \cdot 2$$

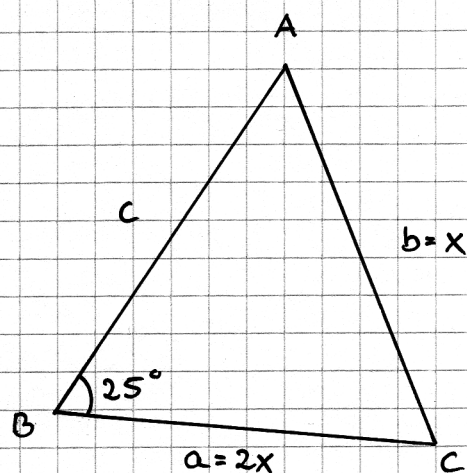
$$\alpha = \arcsin(\sin(25^\circ) \cdot 2)$$

$$\alpha = 57,697^\circ$$

$$\text{Svar } \alpha = 58^\circ$$

*Kommentar:* I elevlösningen används sinussatsen och generella beaktningar för att bestämma den ena vinkeln. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och symboler används med viss anpassning till syfte och situation. Visserligen saknas det andra fallet för vinkeln ( $180^\circ - 58^\circ$ ) men denna del av lösningen bedöms inte tillföra så mycket kommunikationsmässigt. Trots den saknade lösningen ges därmed en kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Elevlösning 3 (2 CPL och 1 CK)



Sinussatsen ger:

$$\frac{\sin A}{2x} = \frac{\sin 25}{x}$$

$$\sin A = \frac{\sin 25}{x} \cdot 2x$$

$$\sin A = \frac{\sin 25 \cdot 2x}{x}$$

$$\sin A = \sin 25 \cdot 2$$

$$A = \sin^{-1}(0,85)$$

$$A_1 = 57,7^\circ$$

$$A_2 = 122,3^\circ$$

$$A_1 = 57,7^\circ$$

$$A_2 = 122,3^\circ$$

A kan vara bäck

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften generellt i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen strukturerad och möjligt att följa och förstå. Visserligen saknas motivering till hur vinkeln  $A_2$  bestäms ( $A_2 = 180^\circ - A_1$ ) samt gradtecken och nödvändiga parenteser i samband med ekvationslösningen, men elevlösningen bedöms trots detta nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.



## Uppgift 26

Elevlösning 1 (2 A<sub>M</sub>)

$f(t)$  är bakterie tillväxt

Klockan 12:00 motsvarar  $x=0$

Klockan 16:00 motsvarar  $x=4$

$$f(t) = a \cdot e^{k \cdot t}$$

$$f'(4) = 5000 = a \cdot k e^{k \cdot 4}$$

$$a = \frac{5000}{k e^{k \cdot 4}}$$

$$f(4) = 20000 = a \cdot e^{k \cdot 4}$$

$$a = \frac{20000}{e^{k \cdot 4}}$$

$$a = \frac{5000}{k e^{k \cdot 4}} = \frac{20000}{e^{k \cdot 4}}$$

$$\frac{5000}{k e^{k \cdot 4}} = \frac{20000}{e^{k \cdot 4}}$$

$$\frac{5000}{k} = 20000$$

$$5000 = 20000 \cdot k \quad k = \frac{5000}{20000} = 0,25$$

$$a \cdot e^{0,25 \cdot 4} = 20000$$

$$a \cdot e^1 = 20000$$

$$a = \frac{20000}{e}$$

$$f(0) = \frac{20000}{e} = e^{0,25 \cdot 0}$$

$$f(0) = \frac{20000}{e} = 7357,6 \text{ bakterier}$$

Svar: Vid odlingens början fanns det  
7357 st bakterier

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är variabeldefinitionen otydlig eftersom den oberoende variabeln växlar från  $t$  till  $x$ , tiden saknar enhet och skrivsättet  $f(t) = a \cdot e^{k \cdot t}$  inte är korrekt. Vidare benämns  $f(t)$  som "bakterietillväxt" vilket är otydligt när det rör sig om antalet bakterier som funktion av tiden. Dessutom saknas ett uttryck för  $f'(t)$ . Elevlösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$f(t)$  beskriver antalet bakterier vid tiden  $t$  i timmar efter kl 12:00

$$f(t) = C \cdot e^{kt}$$

förändringskvot

antalet bakterier kl 12:00

16:00 är 4h efter 12:00

$$f'(t) = C \cdot k \cdot e^{kt}$$

$$f'(4) = 5000 = C \cdot k \cdot e^{k \cdot 4}$$

$$f(4) = 20000 = C \cdot e^{k \cdot 4}$$

Vi dividerar  $f'(4)$  med  $f(4)$  för att få  $k$

$$\frac{5000}{20000} = \frac{C \cdot k \cdot e^{k \cdot 4}}{C \cdot e^{k \cdot 4}}$$

$$k = \frac{1}{4}$$

Vi har nu funktionen  $f(t) = C \cdot e^{\frac{t}{4}}$

$$20000 = C \cdot e^{\frac{4}{4}}$$

$$C = \frac{20000}{e}$$

$$C = 7357,6 \approx 7360 \text{ bakterier}$$

Det fanns därmed ca 7360 bakterier i odlingen kl 12:00

±

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften godtagbart i sin helhet och ges därför två modelleringspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen välstrukturerad och innehåller väsentliga och relevanta delar inklusive en tydlig variabeldefinition. Lösningen är dessutom presenterad med ett korrekt matematiskt språk. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.