17. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\dfrac{\dfrac{5}{a^2(x+h)}-\dfrac{5}{a^2x}}{h}$ +1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\dfrac{-5}{a^2(x+h)x}$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f'(x)=\dfrac{-5}{a^2x^2}$) +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

18. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer tangentens ekvation uttryckt i a,
$y=3a^2\cdot x-2a^3$
eller
utgår från att tangenten skär x-axeln i en godtycklig punkt b och tecknar sambandet $f'(a)=\dfrac{a^3-0}{a-b}$ +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, bestämmer tangentens skärningspunkt med x-axeln uttryckt i a, $\dfrac{2a}{3}$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=\sqrt[4]{9}$) +1 A_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

19. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (810) +1 E_P

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, tecknar ekvationen $\dfrac{B(1,4^{22}-1)}{1,4-1}=250\,000$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (61) +1 E_{PL}

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar insikt om att grafen och tangenten har en gemensam punkt med koordinaten (2, 20)
eller
visar insikt om att $f'(2)=k$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($k=16$) +1 E_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $78\cdot e^{0,07x}=125$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,7 år) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (8,3 cm/år) +1 C_M

c) Godtagbart resonemang med slutsatsen att modellen inte är giltig för pojkar som går på gymnasiet +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $-12\cdot x^{-2}+8=0,5x^{-0,5}$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x=1,26$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats,

t.ex. tecknar de två olikheterna $\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \end{cases}$ +1 C_M

med godtagbar fortsättning, tecknar algebraiskt eller grafiskt ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

och

ställer upp målfunktionen $V = 500x + 400y$ eller bestämmer skärningspunkterna +1 C_M

Godtagbar lösning, där punkterna $(0, 0)$, $(0, 125)$, $(100, 0)$ och $(50, 75)$ undersöks, med korrekt svar (50 modell A och 75 modell B) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Kommentar: Även en lösning där punkten $(0, 0)$ inte undersöks i målfunktionen anses godtagbar.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $2^x \cdot \ln 2 = \frac{7}{6}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,75) +1 C_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där det framgår att det är $f'(a)$ och $f'(3a)$ som ska undersökas +1 A_R

med slutfört resonemang som visar att $f'(a) = 2a^3$ och $f'(3a) = 2a^3$ med slutsatsen att tangenterna är parallella oavsett värde på a +1 A_R

27. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^a (0,3+0,5\mathrm{e}^{-0,76x})\,\mathrm{d}x = 4$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (11 mil) +1 A_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt funktionsuttryck för guldtrådens längd i en variabel, t.ex. $L(x)=\sqrt{(x-16)^2+\left(\frac{550}{x}\right)^2}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med godtagbart svar (23 mm) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 EPL)

$f(x) = 3x^2 + 4x$

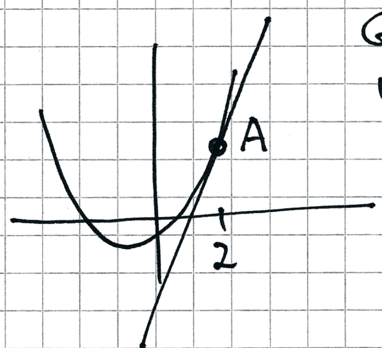
$f'(x) = 6x + 4$

$6 \cdot 2 + 4 = 16$

Svar 16

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för funktionens derivata. På rad 3 saknas visserligen beteckningen för derivata men beräkningen av derivatans värde då $x = 2$ är korrekt. Trots att det inte helt tydligt framgår att $f'(2) = k$ så anses lösningen uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (2 E_{PL})



Geogebra

$y = 3x^2 + 4x$

$A\,(2, 20)$

Tangent $\rightarrow$ $y = 16x - 12$

Svar $k = 16$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att bestämma tangentens ekvation då $x = 2.$ Utifrån tangentens ekvation identifieras ett korrekt värde på k . Lösningen ges två problemlösningspoäng på E-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (2 E_M och 1 E_R)

a) $78 \cdot e^{0{,}07x} = 125$

$x = 6{,}73 \approx 7$ år

Grafritare Intersect

b) $f'(6) = 8{,}3$

Grafräknare derivata funktionen

c) $f(18) \approx 275$ cm

Nej, den är inte rimlig.

Jngen normal 18-åring är 2,75 m lång

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det att ett grafritande verktyg använts. Lösningen är visserligen knapphändig men det framgår vilken metod som använts och genom hänvisning till kommandona ”intersect” i deluppgift a) och ”derivatafunktionen” i deluppgift b) framgår det hur verktyget använts. I deluppgift b) anses lösningsmetoden vara godtagbar men enhet saknas. Därmed uppfylls inte kraven för modelleringspoäng på C-nivå. I deluppgift c) styrks en korrekt slutsats med en beräkning. Sammantaget ges lösningen för deluppgift a) två modelleringspoäng på E-nivå, deluppgift b) noll poäng och deluppgift c) en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 C_P)

$f(x) = \frac{12}{x} + 8x \qquad f'(x) = -12x^{-2} + 8$

$g(x) = \sqrt{x} \qquad g'(x) = \frac{1}{2}x^{-0{,}5}$

$-12x^{-2} + 8 = \frac{1}{2}x^{-0{,}5}$

Jntersect $x = 1{,}26$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom att ange kommandot ”Intersect” framgår det hur verktyget använts för att lösa ekvationen $-12x^{-2} + 8 = \frac{1}{2}x^{-0,5}$. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 Cp)

$f(x) = \frac{12}{x} + 8x$

$g(x) = \sqrt{x}$

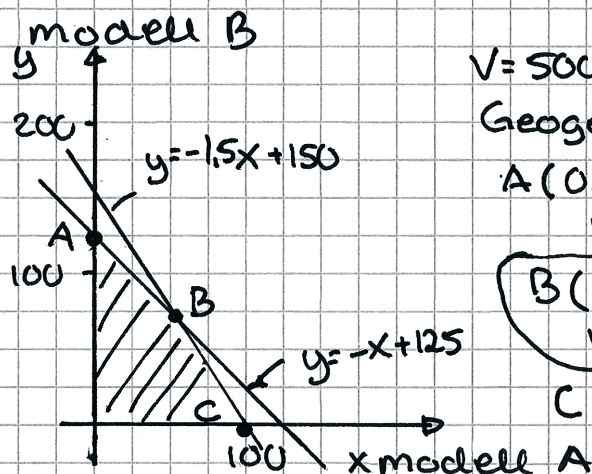
$f'(x) = g'(x)$ Nlös, CAS

$x = 1,26$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom kommandot ”Nlös, CAS” framgår det hur det digitala verktyget använts för att lösa ekvationen. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (3 Cm)



$V = 500x + 400y$

Geogebra

$A(0,125)$

$V = 0 + 400 \cdot 125 = 50000$

$B(50,75)$

$V = 500 \cdot 50 + 400 \cdot 75 = 55000$

$C(100,0)$

$V = 500 \cdot 100 + 0 = 50000$

BÄST!

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar grafisk ansats där systemet av olikheter framgår av bilden. Redovisning av hur linjerna och skärningspunkterna har tagits fram saknas men trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för tre modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (3 C_M)

Låt modell A vara x

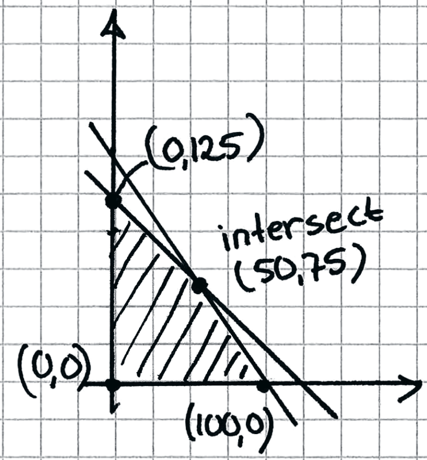
Låt modell B vara y

$x + y = 125$

$600x + 400y = 60\,000$

Vinstfunktion:

$V = 500x + 400y$



$(0,0) = 500 \cdot 0 + 400 \cdot 0 = 0$

$(0,125) = 500 \cdot 0 + 4 \cdot 125 = 50000$

$(50,75) = 500 \cdot 50 + 4 \cdot 75 = 55000$

$(100,0) = 500 \cdot 100 + 0 \cdot 75 = 50000$

Svar Tillverka 50st modell A och 75st modell B

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms både skärningspunkter och vinstfunktion korrekt. Alla skärningspunkter undersöks, vilket leder fram till rätt svar. Visserligen utgår elevlösningen från ett felaktigt algebraiskt system men detta vägs till viss del upp av en tydlig figur av området som ska undersökas. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå. Dock är området inte tydligt motiverat då ekvationer används istället för olikheter och villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Dessutom används likhetstecknet felaktigt då beräkningarna av den maximala vinsten genomförs. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)

Gjorde i Geogebra
Först skrev jag in funktionen och satte
ut punkterna och drog sekanten därefter
tryckte jag på parallell linje och fäste
den på funktionens linje
Den punkt som har samma lutning
som sekanten har $x = 0.78$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att fästa en parallell linje vid en godtyckligt vald punkt på funktionens graf. Den valda metoden är olämplig då den resulterar i ett osäkert värde på den efterfrågade *x*-koordinaten. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 CPL)

Skrev in $f(x)=2^x$ i Geogebra
Satte ut punkter & drog linje
(sekanten)

Sekantens ekv $-3y = -3{,}5x - 5{,}01$
$-3(y = \underbrace{1{,}167}_{\text{ksekant}}x + 1{,}67)$

Söker $f'(x) = \text{ksekant}$

Använder geogebra:
Derivera(f) $\rightarrow$ $f'(x)$
$y = 1{,}167$
Avläser skärningspunkt $x = 0{,}75$

Svar 0,75

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används digitalt verktyg för att bestämma sekantens ekvation. Omskrivningen där -3 bryts ut är matematiskt olämplig men påverkar inte den efterföljande lösningen som leder fram till rätt svar. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösningsexempel 27.1 (1 AM)

F(x) är en primitiv funktion av f(x)
och visar hur många Liter bensin som
används och x = sträckan i mil

$$F(x) = 0{,}3x + \frac{0{,}5}{-0{,}76} e^{-0{,}76x}$$

sätter F(x) = 4
Num-solv på miniräknaren ger
att man kommer 13.33 mil på 4 L bensin
Svar 13 mil

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms en korrekt primitiv funktion vilket anses motsvara en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används den primitiva funktionen för att lösa $F(x) = 4$ istället för $F(x) - F(0) = 4$. Lösningen ges en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.2 (2 AM)

$$\int_0^x \left(0{,}3+0{,}5e^{-0{,}76x}\right) dx = 4$$

$f(x) = 0{,}3 + 0{,}5e^{-0{,}76x}$ ← Skriver in i geogebra

$F(x) - F(0) = 4$

Använder geogebra

Integral (f) → $g(x) = F(x)$

Skriver in $h(x) = g(x) - g(0)$ och $y=4$

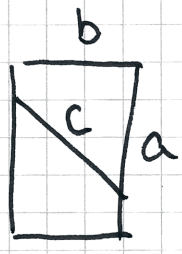
Skärningspunkt blir 11,14

Svar 11,14 mil

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tecknas en korrekt integral som sätts lika med fyra. Den sökta integrationsgränsen bestäms med ett digitalt verktyg. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 AM)



$a \cdot b = 550$

$b = \frac{550}{a}$

$c^2 = (a-16)^2 + \left(\frac{550}{a}\right)^2$

$c = \sqrt{(a-16)^2 + \left(\frac{550}{a}\right)^2} = \sqrt{a^2 - 32a + 256 + \frac{550^2}{a^2}}$

Jag slog sedan in funktionen på miniräknaren för att få fram vad det minsta värdet är

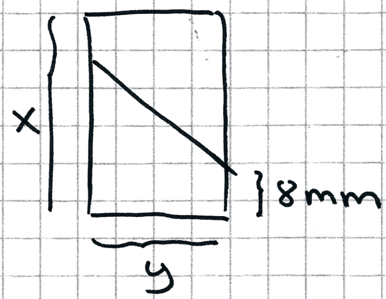
Svar 23 mm

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen redovisas ett korrekt funktionsuttryck för trådens längd vilket motsvarar kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen leder visserligen fram till ett korrekt svar men saknar en godtagbar verifiering. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket för trådens längd otydlig och en hänvisning till Pythagoras sats saknas. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (2 AM)

$(x-16)^2 + y^2 = L^2$

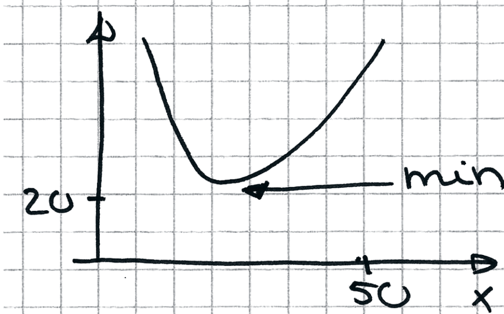
$x \cdot y = 550$



$(x-16)^2 + y^2 = L^2$

$x \cdot y = 550$

$(x-16)^2 + \left(\frac{550}{x}\right)^2 = L^2$



min ger $x = 28,7$ mm

$L = 22,99$ mm

Svar minsta längd på tråden 23 mm

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen behandlas uppgiften i sin helhet och avslutas med ett korrekt svar. Verifiering av minimum är inte heltäckande men anses tillräcklig i detta fall. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket L^2 otydlig. Lösningen innehåller visserligen en graf men det är oklart om grafen representerar L eller L^2 och det är inte heller tydligt hur det digitala verktyget använts. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.