

Delprov D	Uppgift 17-26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 24 E-, 23 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 7 poäng på A-nivå

A: 55 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

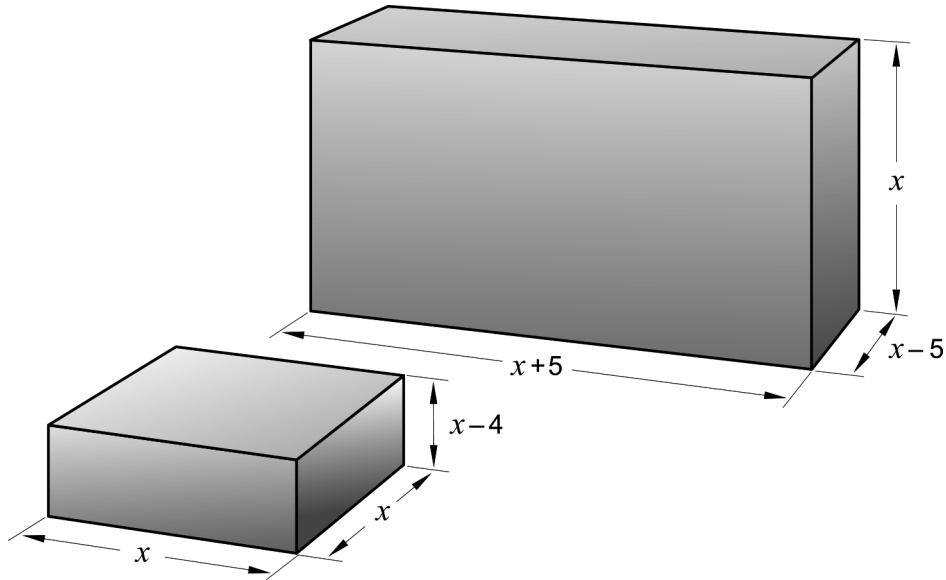
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Figuren visar två rätblock med angivna sidlängder.



Bestäm x så att rätblockens volymer blir lika stora.

(2/0/0)

18. I Sverige äter vi mer och mer pasta. Enligt en förenklad modell kan pastakonsumtionen i Sverige beskrivas med ett exponentiellt samband:

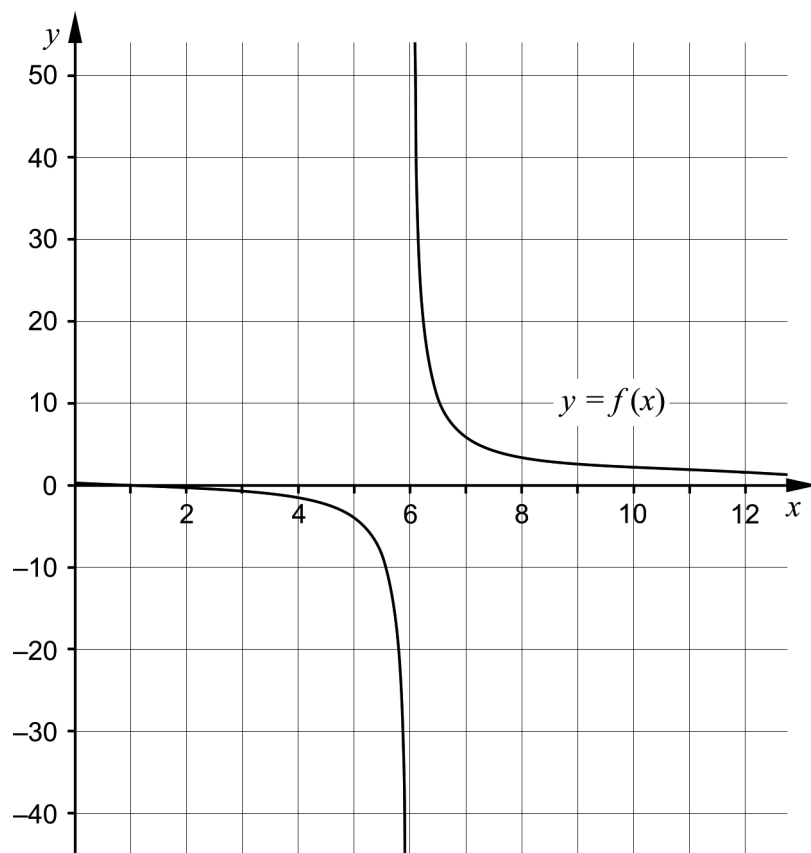
$$P = 0,791 \cdot e^{0,0526 \cdot t}$$

där P är den årliga pastakonsumtionen i kg per person och t är tiden i år efter år 1960.



- a) Anta att pastakonsumtionen fortsätter att öka enligt modellen. Bestäm vilket årtal som den årliga pastakonsumtionen blir 15 kg per person. (2/0/0)
- b) Modellen stämmer väl överens med verkligheten från 1960 fram till idag. Utvärdera hur väl modellen kommer att stämma överens med verkligheten i slutet av detta århundrade. (2/0/0)

19. Sofia ritat upp grafen till $f(x) = \frac{x-1}{x-6}$, se figur nedan.



- a) Sofia påstår att: "Största värdet nås när $x = 6$ "
Har hon rätt? Motivera. (1/0/0)
- b) Sofia påstår att: "För $x > 6$ är funktionens minsta värde 1"
Har hon rätt? Motivera. (0/1/1)

20. Kalle ska lösa följande uppgifter:

a) Bestäm alla primitiva funktioner till $f(x) = x^2$

b) Beräkna $\int_0^2 x^2 dx$

Nedan ser du hans lösning som är korrekt:

a) $f(x) = x^2$
 $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$ SVAR: $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$

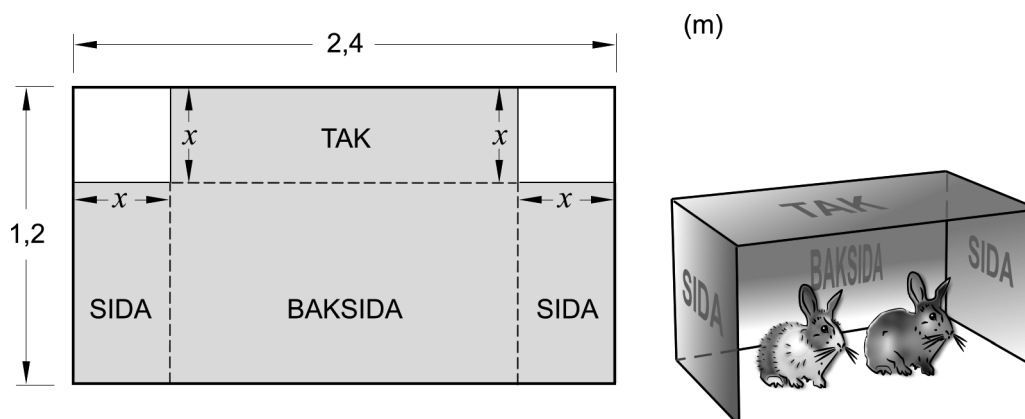
b) $\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{8}{3}$ SVAR: $\frac{8}{3}$

När han bestämmer alla primitiva funktioner i a)-uppgiften lägger han till en konstant C . Förklara varför han inte behöver lägga till en konstant C vid integralberäkningen i b)-uppgiften.

(1/1/0)

21. Kajsa har en tunn plåt med måtten $2,4 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$. Av plåten ska hon bygga ett vindskydd till sina kaniner.

Vindskyddet ska bestå av ett tak, två sidor och en baksida. Kajsa tänker klippa bort två kvadratiske bitar från plåten och sedan vika ihop plåten till ett vindskydd. Kajsa vill att vindskyddet ska få så stor volym som möjligt. Anta att de plåtbitar hon ska klippa bort har längden x meter där $0 < x < 1,2$. Se figur.

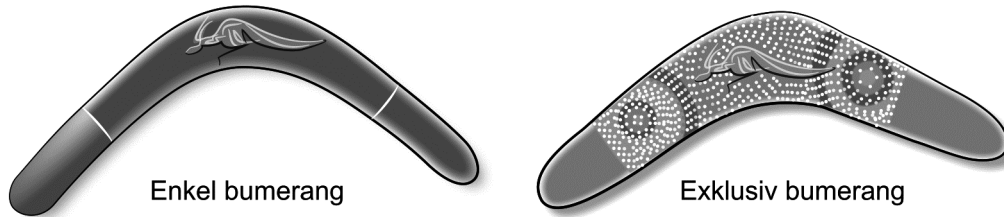


Bestäm x så att vindskyddet får så stor volym som möjligt.

(0/3/0)

22. Grafen till $f(x) = x^4 - 4x$ har en tangent i punkten P .
Tangenten har lutningen $-17,5$
Bestäm x -koordinaten för punkten P . (0/2/0)

23. Företaget Kangaroo tillverkar två olika sorters bumeranger, en enkel och en exklusiv.

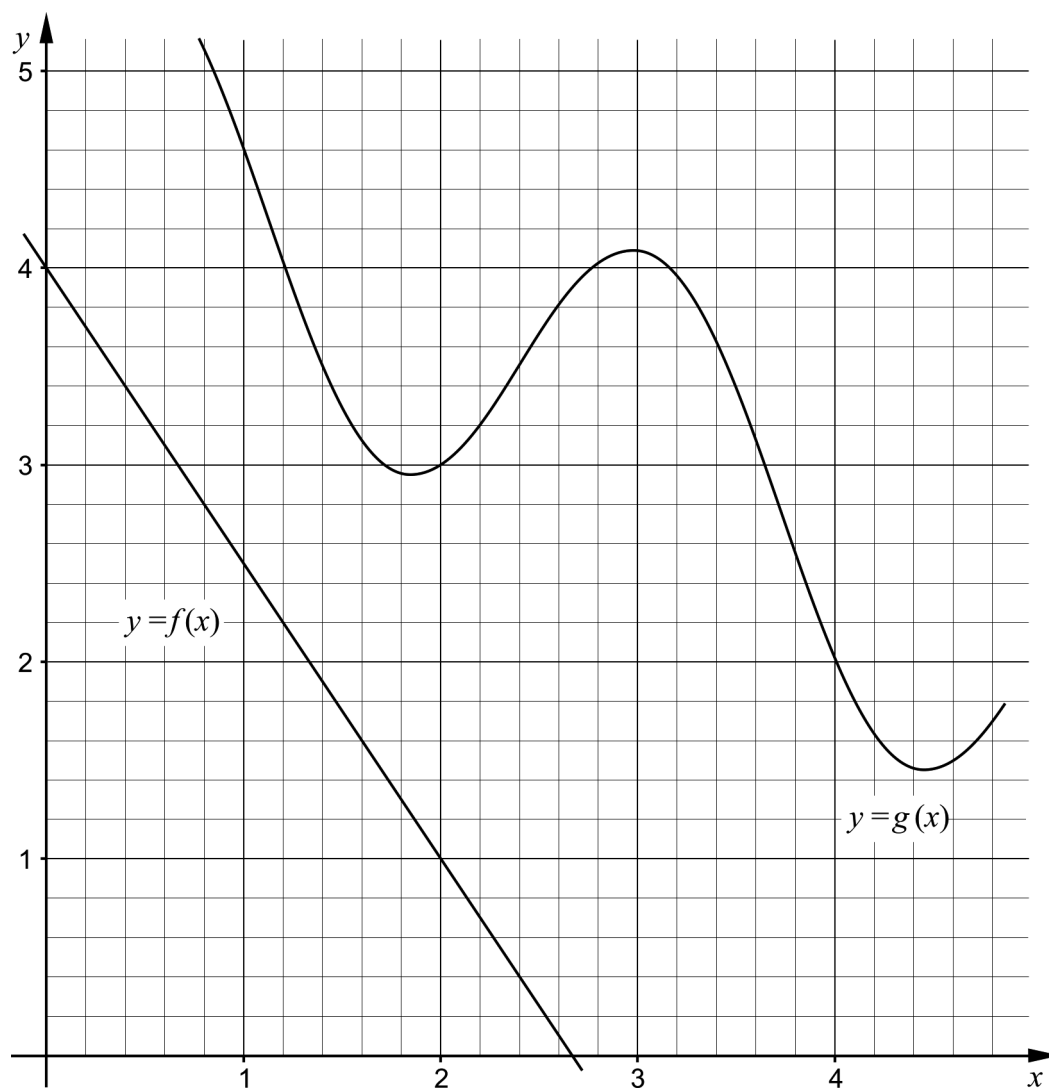


Bumerangerna ska först snidas med kniv och sedan målas. En enkel bumerang tar 1 timme att snida och 1,5 timmar att måla. En exklusiv bumerang tar 2 timmar att snida och 2 timmar att måla. Varje vecka kan de anställda snida i totalt 140 timmar och måla i totalt 180 timmar.

Företaget gör en vinst på 5 AUD (1 AUD = 1 australisk dollar) för varje såld enkel bumerang och 8 AUD för varje såld exklusiv bumerang. Vinstfunktionen blir då $V = 5x + 8y$ där V är vinsten i AUD, x är antalet tillverkade enkla bumeranger och y är antalet tillverkade exklusiva bumeranger.

Anta att alla bumeranger de tillverkar blir sålda. Hur många enkla respektive exklusiva bumeranger ska företaget tillverka och sälja varje vecka för att få maximal vinst? (0/3/0)

24. Figuren visar graferna till funktionerna f och g .



För funktionen h gäller att $h(x) = f(x) - g(x)$.

Bestäm $h'(2)$.

(0/0/2)

25. För en polynomfunktion f gäller att:

- $f''(x) = -2$ för alla x
- $f(1) = 5$
- $f(2) = 3$

Bestäm funktionen f .

(0/0/2)

26. Antalet bakterier i en odling ökar exponentiellt med tiden. Klockan 16.00 är antalet bakterier 20 000 och tillväxthastigheten är då 5 000 bakterier/timme.



Bestäm hur många bakterier som fanns i bakterieodlingen klockan 12.00

(0/0/3)