Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 23 C- och 15 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 51 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Delprov D

16. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (”x motsvarar antalet män”) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna x eller y +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2569 män och 367 kvinnor) +1 E_M

17. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer ett korrekt värde på k, 30 +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = 30x - 2$) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån ekvationen i a) (118 ml) +1 E_M

Kommentar: Även svar utan enhet betraktas som godtagbart.

c) Godtagbar utvärdering av modellens giltighet, t.ex. kommenterar att 0 fl oz borde motsvara 0 ml +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 3/0/0**

a) Godtagbar bestämning av variationsbredd för material A och B (variationsbredd$_A$ = variationsbredd$_B$ = 22) +1 E_B

Godtagbar beräkning av standardavvikelse för både A och B (s_A = 10,0 och s_B = 7,8) +1 E_B

b) Godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för material A (t.ex. ”Värdena för material B ligger närmare medelvärdet än värdena för material A, därför blir standardavvikelsen större för A.”) +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $1{,}6 = 0{,}85 \cdot a^{11}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,9 %) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 2/1/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Om x ökar måste också y öka eftersom $k > 0$. Funktionen kan inte gå genom punkten (6, 4).”) +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b)

E	C	A
Eleven för ett enkelt resonemang som leder till att koordinaterna till en punkt Q anges korrekt.	Eleven för ett välgrundat resonemang som leder till att: eleven anger, algebraiskt eller grafiskt, minst ett av områdena $x < 3,\ y < 5$ eller $x > 3,\ y > 5$ *eller* eleven ritar en linje som går genom båda områdena och anger att punkterna på linjen uppfyller villkoren.	Eleven för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att båda områdena $x < 3,\ y < 5$ och $x > 3,\ y > 5$ anges algebraiskt eller grafiskt.
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (0,62 liter/km) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att den lägsta bränsleförbrukningen fås genom symmetrilinjens x-koordinat +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,52 liter/km) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbar linje och bestämmer linjens *k*-värde till ett värde i intervallet $0{,}46 \le k \le 0{,}60$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 0{,}53x + 50$) +1 C_P

Kommentar: Elev som bestämmer sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbart resonemang som visar insikt om skillnad mellan korrelation och kausalitet (t.ex. ”Nej, sambandet är biologiskt orimligt trots hög korrelation.”) +1 C_R

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för rektangelns area i en variabel, $(400 - \pi r) \cdot 2r$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar beräkning av radien, $r_1 = 177{,}6$ och $r_2 = 77{,}1$ +1 A_M

med godtagbar motivering om varför radien 177,6 m inte är möjlig med korrekt svar (77 m) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $A(r)$, $O(r)$, tydlig figur med införda beteckningar, termer såsom radie, area, omkrets, rektangel, halvcirkel, areafunktion samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till bestämning av vinkeln *CMA* +1 A_R

med ett fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att vinkeln *v* bestäms +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10a

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9+16}$$

$$x = -3 \pm 5$$

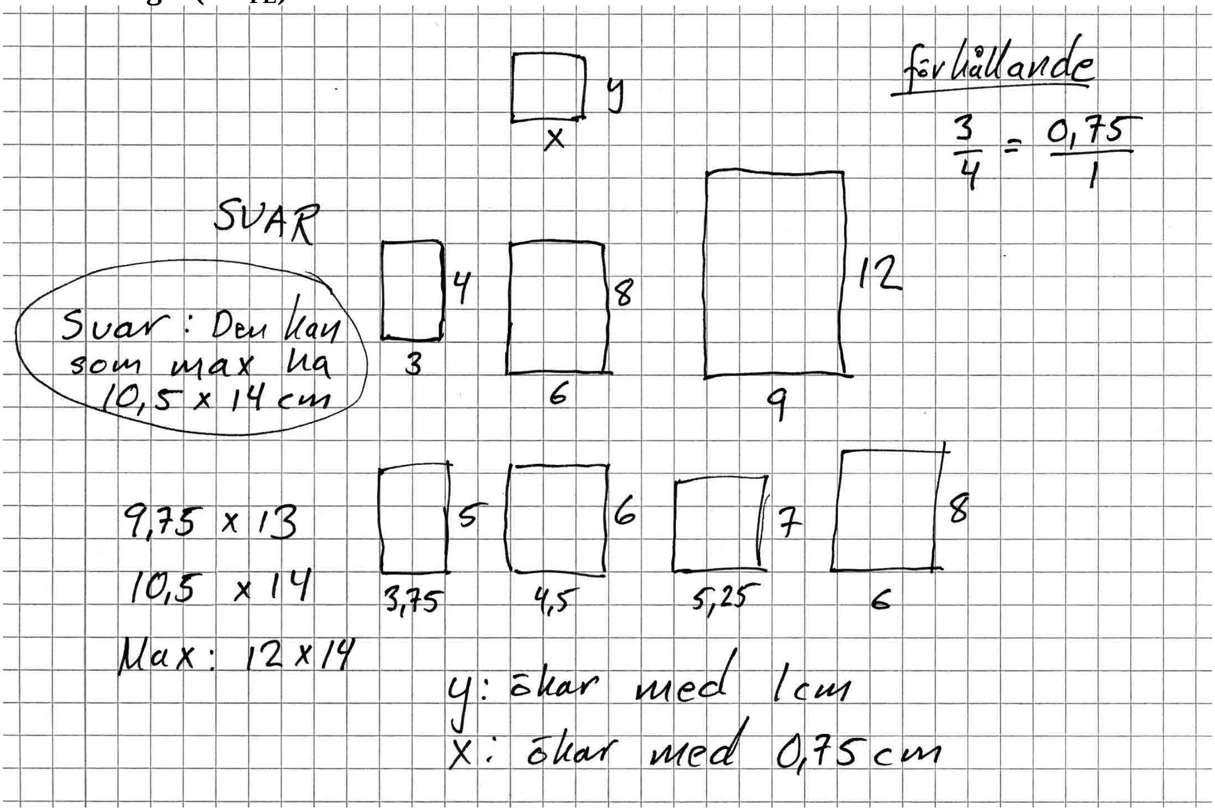
$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= -8 \end{aligned}}$$

SVAR $x_1 = 2 \quad x_2 = -8$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 11

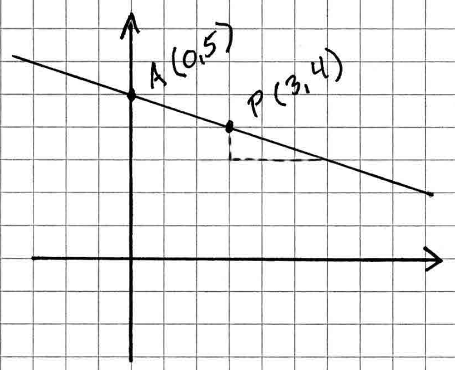
Elevlösning 1 (2 E_{PL})



Kommentar: Elevlösningen utgår ifrån förhållandet mellan loggans bredd och höjd som betecknas med *x* och *y*. En prövning utifrån detta förhållande görs sedan för att komma fram till den tryckta loggans maximala mått. Uppgiftens karaktär och betygsnivå gör att prövning av denna typ anses vara en godtagbar lösning.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (0 poäng)



$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3}$

Den skär y-axeln på y = 5

$y = kx + 5$

$y = -\frac{1}{3}x + 5$

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett korrekt svar men eftersom redovisning saknas till hur punkten *A*:s *y*-koordinat har tagits fram kan detta inte anses som en godtagbar ansats som uppfyller kravet för problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

$y = kx + m$

s = sträckan mellan origo & punkt A

$\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = s$

$\sqrt{9+16} = s$

$\sqrt{25} = s$

$s = 5$

$y = 5$

$A = (0,5)$

$m = 5$

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$k = \frac{5-4}{0-3}$

$k = \frac{1}{-3}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av linjens ekvation. Lösningen är möjlig att följa och förstå men innehåller vissa brister. T.ex. saknas förklarande text och hänvisning till figur med införda beteckningar. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

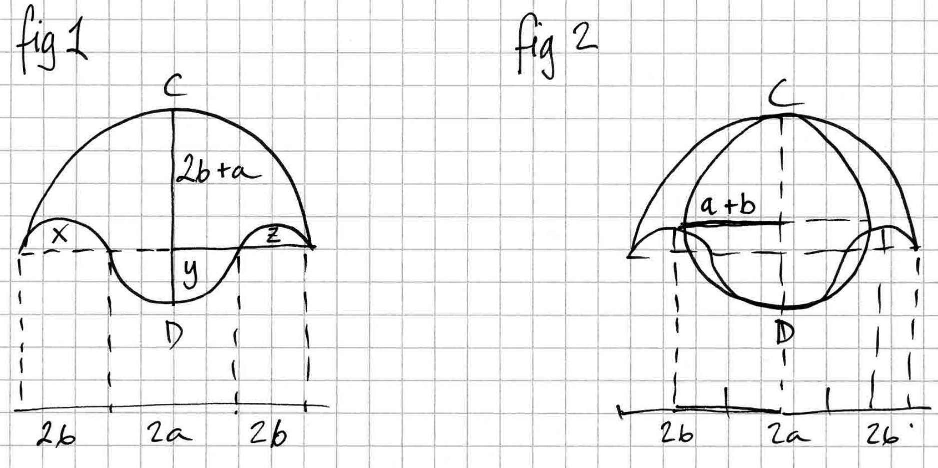


fig 1 radie för halvcirkel: $2b+a$

area: $(2b+a)^2\cdot\pi$

area för x: $b^2\pi$

area för z: $b^2\pi$

area för y: $a^2\pi$

Area för hela: $(2b+a)^2\pi + a^2\pi - b^2\pi - b^2\pi = b^2\pi + 2ab\pi + a^2\pi$

fig 2 radie för cirkel: $a+b$

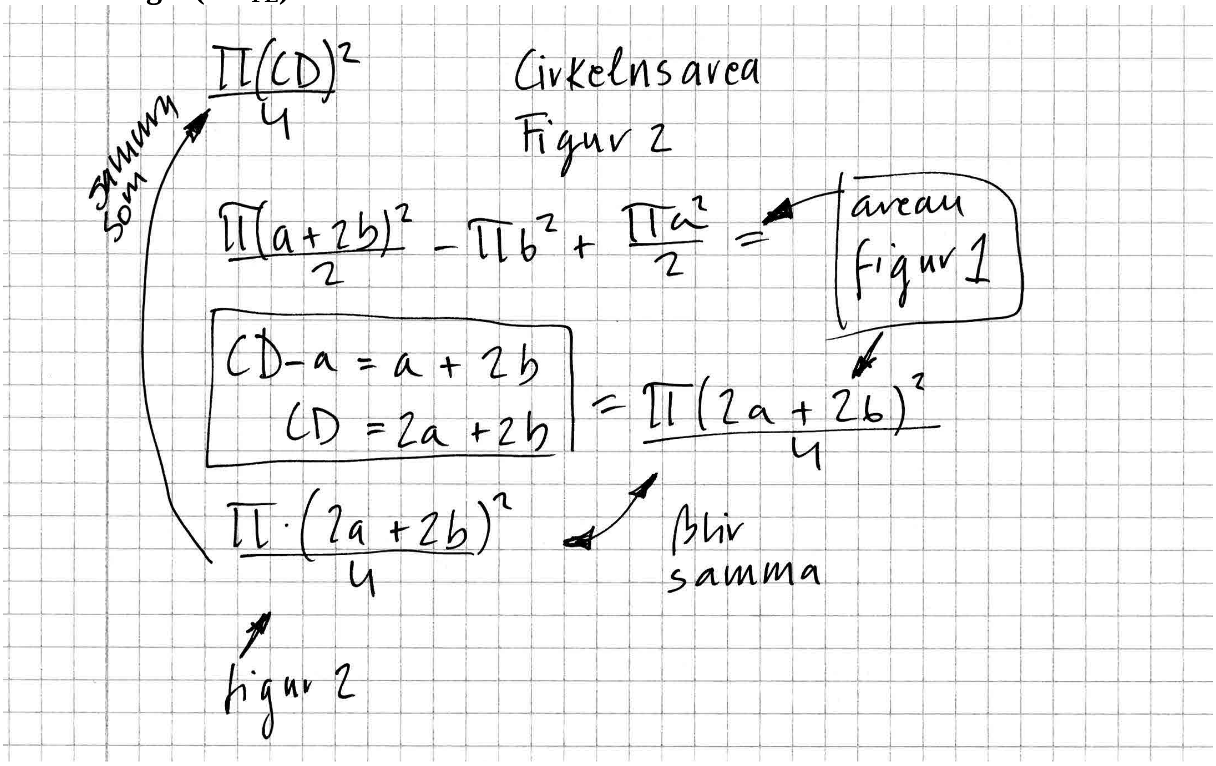
area: $(a+b)^2\pi = (a^2+2ab+b^2)\pi =$

$\underline{a^2\pi + 2ab\pi + b^2\pi}$

$a^2\pi + 2ab\pi + b^2\pi = b^2\pi + 2ab\pi + a^2\pi$

Kommentar: Lösningen visar korrekt tecknad area för den grå cirkeln i Figur 2 och ges därmed första problemlösningspoängen på A-nivå. Arean för området i Figur 1 tecknas felaktigt och förenklingen är inte korrekt. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad men eftersom problemet inte är löst i sin helhet uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})



$$\frac{\pi(CD)^2}{4}$$

Cirkelns area Figur 2

samma som

$$\frac{\pi(a+2b)^2}{2} - \pi b^2 + \frac{\pi a^2}{2} =$$

arean figur 1

$$\boxed{\begin{aligned} CD - a &= a + 2b \\ CD &= 2a + 2b \end{aligned}} = \frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$$

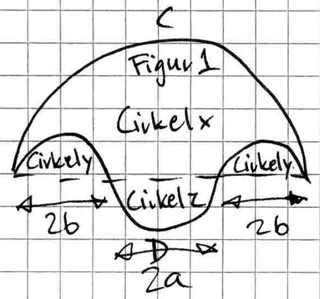
$$\frac{\pi \cdot (2a+2b)^2}{4}$$

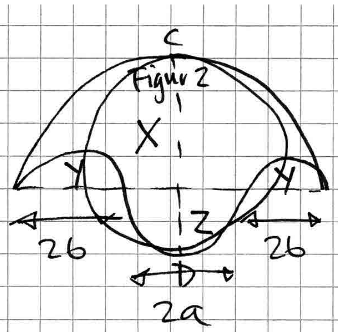
Blir samma

figur 2

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt tecknad radie för den grå cirkeln i Figur 2 och korrekt tecknad area av området i Figur 1. I och med detta uppfylls kraven för de två första problemlösningspoängen. Varför arean av Figur 1 kan tecknas som $\frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$ finns inte redovisad och därmed uppfylls inte kravet för den tredje problemlösningspoängen. Lösningen är inte lätt att följa och förstå och uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_{PL} och 1 A_K)





$$ACirkelx = \frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2}$$

$$ACirkely = \frac{2b^2 \cdot \pi}{2}$$

$$ACirkelz = \frac{a^2 \cdot \pi}{2}$$

$$AFigur1 = \left(\frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2}\right) - \left(\frac{2b^2 \cdot \pi}{2}\right) + \left(\frac{a^2 \cdot \pi}{2}\right)$$

$$\frac{\pi(4b^2 + 4ba + a^2 - 2b^2 + a^2)}{2}$$

$$\frac{\pi(2b^2 + 4ba + 2a^2)}{2}$$

$$\pi(b^2 + 2ba + a^2)$$

$$DFigur1 = rCirkelx + rCirkelz$$

$$2b + a + a$$

$$rFigur1 = \frac{2b+2a}{2} = b + a$$

$$AFigur1 = (b+a)^2 \cdot \pi$$

$$\pi(b^2 + 2ba + a^2)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} AFigur1 = \pi(b^2+2ba+a^2) \\ AFigur2 = \pi(b^2+2ba+a^2) \\ AFigur1 = AFigur2 \end{array}}$$

Kommentar: Elevlösningen omfattar hela problemet och är i sin helhet godtagbar trots några brister. Areorna för halva cirklar betecknas ”ACirkel*x*” osv. Under figur 2 används felaktigt ”DFigur1” osv. Lösningen har trots dessa brister förtjänster såsom ritade figurer och korrekt införda beteckningar vilka gör lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nätt och jämnt och lösningen ges samtliga möjliga poäng.

Uppgift 17c

Elevlösning 1 (1 C_M)

när det är t.ex. 0,05 floz
bliv Y negativt.
Svar 0,05 floz

Kommentar: Elevlösningen visar en volym i fl oz där Benjamins samband inte fungerar. Motiveringen ”blir *y* negativt” anses nätt och jämnt tillräcklig för en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 18b

Elevlösning 1 (0 poäng)

Standardavvikelsen i B är mindr
än i A då stickprov B har
fler resultat som ligger nära varandra
än vad A har.

Kommentar: Elevlösningen innehåller formuleringen ”har fler resultat som ligger nära varandra”. Detta anses inte vara ett godtagbart resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

Elevlösning 2 (1 E_R)

Skillnaden som uppstår i standardavvikelsen
beror på att det finns fler tal i stickprov
B som ligger nära medelvärdet

Kommentar: Elevlösningen innehåller formuleringen ”det finns fler tal i stickprov B som ligger nära medelvärdet”. Detta anses vara ett godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (0 poäng)

Jag skrev in värdena i Geogebra
och fick fram ekvationen:

$y = 850000 \cdot 1{,}06^x$

Vilket betyder att priset ökade
med 6% varje år.

Kommentar: Elevlösningen anses ej godtagbar på C-nivå eftersom det inte framgår hur det digitala hjälpmedlet har använts. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en godtagbar ansats.

Uppgift 20a

Elevlösning 1 (1 E_R)

Svar: Nej.

$$k = \frac{5-4}{3-6} = \frac{1}{-3} \qquad k \neq -\frac{1}{3}$$

Kommentar: Lösningen visar ett enkelt resonemang som bygger på beräkningar där det framgår att linjens riktningskoefficient blir negativ om linjen går genom punkten (6, 4).

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (1 E_R)

Q:s koordinater (x, y)
måste vara så att linjen ska kunna gå igenom
P(3, 5) utan att riktningskoefficienten k
blir < 0
T.ex: Q:s koordinater = (5, 17)

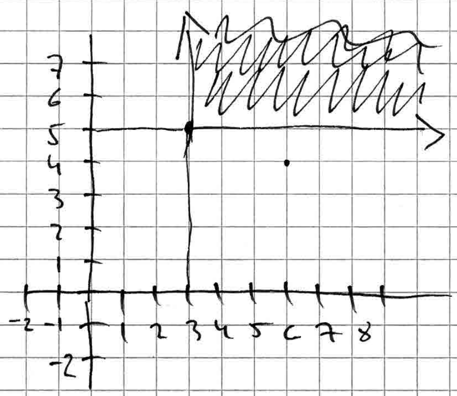
Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till att koordinater för en punkt *Q* som uppfyller de givna villkoren anges. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

Svar: $y > 5$

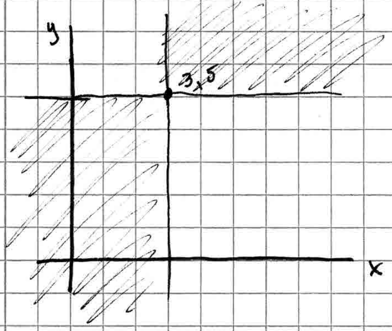
$x > 3$

Punkterna Q måste finnas inom markerat område.



Kommentar: Elevlösningen visar en grafisk lösning där ett av två korrekta områden markerats i ett koordinatsystem. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R, 1 C_R och 1 A_R)



inom de gråade områdena

när $y < 5$ måste $x < 3$

$y > 5$ måste $x > 3$

Kommentar: Elevlösningen är knapphändig men tillräcklig för att visa på förståelse för de två grafiska områdena som är möjliga för punkten Q:s koordinater. Lösningen ges samtliga möjliga resonemangspoäng.

Uppgift 21b

Elevlösning 1 (2 C_M)

$$\frac{0,0010v^2}{0,0010} - \frac{0,040v}{0,0010} + \frac{0,92}{0,0010} = 0$$

$$v^2 - 40v + 920 = 0$$

$$\frac{40v}{2} = 20v$$

$$B(20) = 0,0010 \cdot 20^2 - 0,040 \cdot 20 + 0,92 = \underline{\underline{0,52}}$$

Den lägsta bränsleförbrukningen är $\underline{\underline{0,52}}$ l/km

Kommentar: Elevlösningen visar att ekvationen $B(v) = 0$ tecknas. Insikt visas om att symmetrilinjens x-koordinat är det värde som ger lägst bränsleförbrukning. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 22a

Elevlösning 1 (0 poäng)

Väljer ut två bra punkter 1100, 600 & 1800, 1000

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1000-600}{1800-1100} = \frac{400}{700} = \frac{4}{7}$$

$$1000 = \frac{4}{7} \cdot 1800 + m \qquad k = \frac{4}{7}$$

$$1000 \approx 1029 + m$$

$$1000 - 1029 \approx m$$

$$m \approx -29$$

$$\underline{y = \frac{4}{7}x - 29}$$

Kommentar: Elevlösningen anses visa en ej godtagbar bestämning av sambandet eftersom den bygger på två punkter tagna ur tabellen och inte på linjär regression. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (2 C_P)

Jag matade in värdena i Geogebra.
Jag analyserade punkterna och tog
linjär som regressionmodell. Jag
fick linjen till $y = 0{,}53x + 49{,}88$
Svar: Linjens samband är
$y = 0{,}53x + 49{,}88$

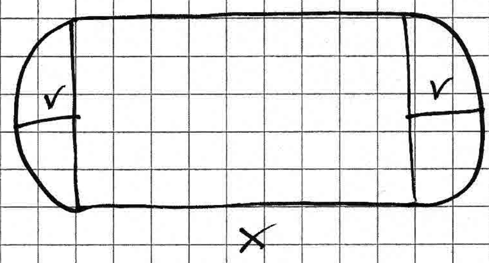
Kommentar: Lösningen visar en linjär regression utförd med hjälp av digitalt hjälpmedel. Redovisningen anses godtagbar eftersom det hänvisas till ”linjär som regressionsmodell” och lösningen bedöms därmed ge båda procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (2 A_M och 1 A_K)

Omkretsen : 800m

Arean : $43000 m^2$



$O_{cirkel} = 2\pi r$

$O_{rektangel} = 2x + 4r$

$800 = 2\pi r + 2x$

$800 = 2\pi r + 2x$

$\frac{800 - 2\pi r}{2} = \frac{2x}{2}$

$x = 400 - \pi r$

$A_{cirkel} = \pi r^2$

$A_{rektangel} = 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2r(400 - \pi r)$

$43000 = \pi r^2 + 800r - 2\pi r^2$

$43000 = 800r - \pi r^2$

$\frac{\pi r^2 - 800r + 43000}{\pi} = \frac{0}{\pi}$

$r^2 - 254{,}6\ldots r + 13687{,}3\ldots = 0$

$r = 127 \pm \sqrt{(127^2) - 13687{,}3\ldots}$

$r = 127 \pm 50$

r_1 är en falske rot

$\cancel{r_1 = 177}$

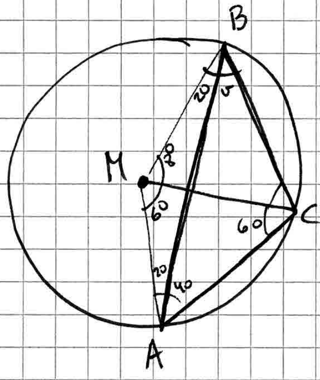
$r_2 = 77$

Svar: $r = 77$

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt beräkning av radien utifrån den tecknade ekvationen. Motivering saknas till varför $r_1 = 177$ ska uteslutas. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är lätt att följa och förstå och ritad figur med införd beteckning *x* finns. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_R)



fyrhörning = 360°

triangel = 180°

~~40+40 = 80~~

sida CA = MC = AM

↑ liksidig

$\frac{180}{3} = 60$ alla sidor i CAM är 60°

sida CM = MB

↑ likbent

sida AM = MB

↑ likben

BAM = MBA

20° = 20°

20 + 20 = 40

AMB = 140°

140 − 60 = 80°

CMB = 80°

Eftersom CMB är likbent

180 − 80 = 100

$\frac{100}{2} = 50$

40+40+40+100 = 220

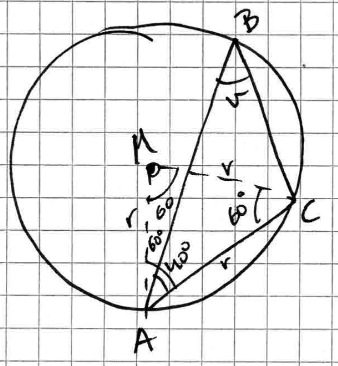
MBC = 50°

50 − 20 = 30

v = 30°

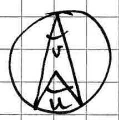
Kommentar: Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\triangle CMA$. Vidare används egenskaperna hos de tre trianglarna *AMB* (likbent), *AMC* (liksidig) samt *BCM* (likbent) för bestämning av vinkeln *v*. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)



Triangeln ACM är en liksidig triangel i med att AC är lika lång som radien. (all vinklar är lika $\frac{180}{3} = 60°$)

Randvinkelsatsen säger:



$u = 2v$

Alltså är $60° = 2v$

$v = 30°$

Svar: $v = 30°$

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\angle CMA$. För bestämning av vinkeln *v* hänvisas till randvinkelsatsen. Därmed uppfyller lösningen kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.