

Kursprov, höstterminen 2016

Matematik

Lärarinformation
inklusive Delprov A

1a

Kontaktuppgifter

Frågor om provets genomförande kan ställas till den ansvariga för provet i matematik 1 på Skolverket:
Johan Falk, e-post: johan.falk@skolverket.se

Frågor om utformningen av och innehållet i provet i matematik 1 kan ställas till följande personer vid PRIM-gruppen, Stockholms universitet:

Karin Rösmer Axelson (provansvarig), e-post: karin.axelson@mnd.su.se,
telefonnummer: 08-1207 6627

Katarina Kristiansson (provutvecklare), e-post: katarina.kristiansson@mnd.su.se,
telefonnummer: 08-1207 6574

Niklas Thörn (provutvecklare), e-post: niklas.thorn@mnd.su.se,
telefonnummer: 08-1207 6948

Astrid Pettersson (vetenskaplig ledare), e-post: astrid.pettersson@mnd.su.se

Maria Nordlund (projektledare), e-post: maria.nordlund@mnd.su.se

Veronica Palmgren (administratör), e-post: veronica.palmgren@mnd.su.se

Frågor om PRIM-gruppens urvalsinsamling kan ställas till: insamling@prim-gruppen.se

Frågor om beställningar och utskick av provmaterialet kan ställas till Exakta Print,
telefonnummer: 040-685 51 10.

Innehållsförteckning

Inledning	6
1. Allmän information	6
Kommunal vuxenutbildning	6
Material som ingår	7
Utskick av material.....	7
Anpassningar för elever med funktionsnedsättning	8
Datorer och mobiltelefoner.....	8
Skolans rapportering av provresultat.....	9
Insamling 2	9
Hantering	10
Sekretess.....	10
Ersättningsprov.....	10
Arkivering	10
Resultatsammanställningar.....	11
Mer information	11
2. Provets syfte, utgångspunkter och användningsområden	12
Syfte med de nationella proven	12
Konstruktion och utprovning av proven.....	12
Provet prövar inte allt	12
Skolans användning av provresultaten	13
3. Instruktioner för att genomföra provet	14
Genomförande av Delprov A	14
Genomförande av Delprov B–D	16
4. Inför bedömningen	18
Organisation av bedömningen på skolan	18
Utgångspunkter för bedömningen av provet i matematik 1.....	18

5. Uppgifter och bedömningsanvisningar för Delprov A	21
Allmän information om bedömningen för Delprov A	21
Uppgifter, Delprov A.....	22
Version 1 – Mönster, tändstickor.....	22
Version 2 – Mönster, prickar	24
Version 1 – Pattern, matchsticks	26
Version 2 – Pattern, dots	28
Bedömningsanvisningar, Delprov A	30
Exempel på godtagbara svar och motiveringar	32
6. Kopieringsunderlag, Delprov A	34
Information till eleverna	35
Information to the students.....	35
Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor	37
Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar	39
Förenklad bedömningsmatris	41
Version 1 – Mönster, tändstickor.....	43
Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor	45
Version 1 – Formler, tändstickor.....	47
Version 2 – Mönster, prickar	49
Version 2 – Koordinatsystem, prickar.....	51
Version 2 – Formler, prickar	53
Version 1 – Pattern, matchsticks	55
Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks	57
Version 1 – Formulas, matchsticks	59
Version 2 – Pattern, dots	61
Version 2 – Coordinate Systems, dots	63
Version 2 – Formulas, dots	65

Inledning

I det här häftet finns information om det nationella provet i matematik 1. Häftet består av sex kapitel. Inledningsvis finns allmän information om provet (kapitel 1). Sedan följer information om provets syfte, utgångspunkter och hur provresultaten kan användas (kapitel 2). Därefter finns instruktioner för hur de olika delproven ska genomföras (kapitel 3), information inför bedömningen (kapitel 4) samt uppgifter och bedömningsanvisningar för Delprov A (kapitel 5). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag för Delprov A (kapitel 6).

1. Allmän information

Tabell 1 Översikt över det nationella provet i matematik 1.

Delprov	Datum för genomförande i gymnasieskolan	Tidsåtgång	Elev- och lärarmaterial	Beskrivning av delprovet	Läs mer på sidan
Delprov A	Från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut	Cirka 20–30 minuter per grupp	Kopieringsunderlag	Muntligt delprov som genomförs i grupper om 3–4 elever	14–16
Delprov B	Tisdagen den 6 december 2016	60 minuter	Elevhäfte Delprov B Bedömningsanvisningar till Delprov B	Skriftligt delprov utan digitala verktyg	16–17
Delprov C	Tisdagen den 6 december 2016	60 minuter	Elevhäfte Delprov C Bedömningsanvisningar till Delprov C	Skriftligt delprov med digitala verktyg	16–17
Delprov D	Tisdagen den 6 december 2016	120 minuter	Elevhäfte Delprov D Bedömningsanvisningar till Delprov D	Skriftligt delprov med digitala verktyg	16–17

Kommunal vuxenutbildning

Inom den kommunala vuxenutbildningen på gymnasial nivå kan proven genomföras löpande, från och med det första provdatumet i gymnasieskolan. Skolverket rekommenderar att proven i så hög utsträckning som möjligt genomförs på det första provdatumet.

Den kommunala vuxenutbildningen på gymnasial nivå kan använda både de prov som används i gymnasieskolan och de prov som enbart används i kommunal vuxenutbildning. De prov som används i både gymnasieskolan och vuxenutbildningen kommer ut varje höst- och vårtermin. Det prov som endast används inom vuxenutbildningen kommer ut i september varje år.

För att möta vuxenutbildningens särskilda behov av flexibilitet får varje kursprov inom kommunal vuxenutbildning användas under ett år räknat från första provdatum (se tabellen ”Översikt över det nationella provet i matematik 1” ovan).

När den ettåriga användningstiden för respektive kursprov har gått ut kan proven komma att återanvändas av Skolverket och proven omfattas därmed av sekretess, se mer under rubriken ”Sekretess”.

Material som ingår

Det nationella provet i matematik 1 består av lärarmaterial och elevmaterial.

Lärarmaterialet omfattar följande:

- Det här gröna häftet med titeln *Lärarinformation inklusive Delprov A*. Här finns information om provet som helhet samt om genomförandet av samtliga delprov. Häftet innehåller även Delprov A, det muntliga delprovet, med bedömningsanvisningar.
- Ett rött häfte, *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*. I detta finns allt underlag som behövs för att bedöma elevprestationer på de skriftliga delproven.

Elevmaterialet omfattar följande:

- Tre blå häften, *Elevhäfte Delprov B, C och D*.

Utskick av material

Provmaterialiet för gymnasieskolan skickas ut till skolan i två omgångar.

- Omgång 1 *Lärarinformation inklusive Delprov A.*
Omgång 2 *Elevhäfte Delprov B, C och D och*
 Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov.

I den kommunala vuxenutbildningen varierar tidpunkten för utskicken beroende på när beställningen är gjord.

Skulle något material fattas eller vara felaktigt i utskicket, kontakta Exakta Print (kontaktuppgifter finns på insidan av häftets omslag).

Anpassningar för elever med funktionsnedsättning

För elever med funktionsnedsättningar kan provet behöva anpassas på olika sätt i samband med genomförandet. Utgångspunkterna för att göra anpassningar är följande:

- Det är rektorn som beslutar om anpassning, men hon eller han kan delegera denna beslutanderätt till läraren.
- Det finns inte något som reglerar att en elev måste ha en formell diagnos för att man ska kunna anpassa genomförandet av ett nationellt prov.
- Anpassningen bör föregås av en omsorgsfull analys med hänsyn tagen till vad provet avser att pröva och elevens förutsättningar.
- Det är viktigt att skolan genomför anpassningen så att provet prövar de kunskaper och de förmågor som respektive delprov avser att pröva.
- Det är viktigt att läraren informerar eleven och eventuellt vårdnadshavaren om vad anpassningen innebär och hur elevens prestationer på provet kommer att bedömas samt för en dialog med eleven inför ett beslut om anpassning.
- Förslutningen av elevmaterialet får brytas dagen före provtillfället för att göra det möjligt att avgöra om provet behöver anpassas för någon elev.

Här följer exempel på anpassningar som är möjliga att göra i samband med det nationella provet i matematik 1, utifrån en analys av den enskilda elevens förutsättningar:

- Elever i läs- och skrivsvårigheter kan få ytterligare tid på sig att genomföra provet och/eller erbjudas provet inläst på skiva/usb eller uppläst av läraren.
- Texten kan kopieras till större stil.
- Elever med annat modersmål än svenska, och som har svårigheter att förstå svenska, får använda lexikon och kan få hjälp med att översätta vissa ord.
- Läraren kan förklara svåra ord som kan hjälpa eleverna in i uppgiftens sammanhang, dock på ett sådant sätt att det som uppgiften avser att pröva fortfarande prövas.

Mer information om anpassningar för elever med funktionsnedsättningar i samband med de nationella proven finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/anpassning. Där finns bland annat information om anpassningar för elever i läs- och skrivsvårigheter. Där finns också information om genomförandet av provet för nyanlända elever.

Datorer och mobiltelefoner

Om eleverna använder dator vid provtillfället ska skolan se till att

- elevernas datorer inte kan kommunicera med internet eller någon annan dator
- inga provuppgifter eller elevprestationer sparas i digital form på elevernas datorer
- eleverna inte har tillgång till otillåten information, t.ex. lagrad information på dator eller miniräknare.

Skolan behöver också se till att eleverna inte har tillgång till nätuppkoppling via till exempel mobiltelefoner.

Skolans rapportering av provresultat

Elevernas resultat på proven samlas in på nationell nivå för att kunna följa upp och utvärdera kvaliteten i svensk skola, för forskning och för att kunna utveckla proven. Skolan ska skicka in resultaten till två olika insamlingar. Det är skolans huvudman som är ytterst ansvarig för att resultaten skickas in.

Insamling 1 Statistiska centralbyrån (SCB) samlar på uppdrag av Skolverket in information om provresultaten för samtliga elever som genomför provet. Informationen om den här insamlingen skickar SCB ut till skolan via brev. Skolan ska rapportera in provresultaten till SCB senast den 18 januari 2017.

Insamling 2 PRIM-gruppen vid Stockholms universitet, som konstruerar provet på uppdrag av Skolverket, samlar in ett urval av elevprestationer samt resultat på uppgiftsnivå. De tar också fram en enkät där lärare ombeds lämna synpunkter på provet. Resultaten och synpunkterna används för att kvalitetssäkra och utveckla provet.

Utöver de här två insamlingarna samlar även Skolinspektionen in elevprestationer från vissa skolor för kontrollrättning. Om skolan ingår i Skolinspektionens urval skickas information om den här insamlingen till rektorn.

Mer information om insamlingen av provresultat finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/insamling

Insamling 2

PRIM-gruppens insamling öppnas efter det att samtliga skriftliga delprov genomförts.

1. Gå in på www.su.se/primgruppen och klicka på **Resultatinsamling**.
2. Skapa ett konto med hjälp av **provkoden H54E12**
3. Fyll i lärarenkäten.
4. Registrera **elever födda den 5:e, 10:e, 15:e, 20:e och 25:e oavsett månad**.
5. Rapportera resultat för respektive elev.

När du skapat ett konto i ”Resultatinsamling” kan du till och med den 31 januari 2017 logga in och återkomma till insamlingen för att registrera fler resultat.

Bedömda elevlösningar

Kopiera bedömda elevlösningar för **elever födda den 5:e och 15:e oavsett månad** och skicka till PRIM-gruppen. Använd **Resultatredovisning – sammanfattning elev**, som finns på baksidan av elevhäftet Delprov B, som försättsblad till de elevarbeten du skickar in. Märk kuvertet med **Kurs 1** och skicka det till:

Stockholms universitet
MND
PRIM-gruppen (Kurs 1)
106 91 Stockholm

Hantering

Det är viktigt att alla på skolan som hanterar nationella prov följer de instruktioner som ges i det här häftet. Då kan provet genomföras på ett likvärdigt och säkert sätt. Att genomföra provet i förtid är exempel på en handling som kan motverka provets syfte och användbarhet.

De prov som distribueras från Skolverket får inte överföras till datafiler. Proven kan då lätt spridas vidare via nätverk.

Mer information om hanteringen av de nationella proven finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/hantering

Sekretess

Provet omfattas av sekretess enligt § 4 i kapitel 17 i offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Sekretessen innebär att provets innehåll inte får röjas. Därför är det viktigt att provet förvaras på ett sådant sätt att innehållet inte sprids. **Provet kommer inte att återanvändas enligt beslut från Skolverket Dnr:6.2.1-2018:320.**

Bestämmelserna om sekretess gäller för kommunala och statliga skolor. I fristående skolor ska provet hanteras och förvaras på ett sådant sätt att syftet med provet inte motverkas, det vill säga att provet inte blir känt. Detta gäller under den tid som provet återanvänds av Skolverket.

Det är viktigt att läraren informerar eleverna om konsekvenserna av att uppgifter om provet sprids, det vill säga att provet inte kan återanvändas eftersom bedömningen av elevernas kunskaper då kan bli felaktig.

Mer information om sekretess i samband med prov finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/sekretess

Ersättningsprov

Om provet blir känt före ordinarie provdatum finns ett ersättningsprov som skolan kan använda. Det är endast rektorn som kan besluta om detta prov ska användas. Ersättningsprovet får bara användas om det står klart att ordinarie prov har blivit känt i förväg. Ersättningsprov till kursen matematik 1 har skickats till skolenheten våren 2014. Utskickat ersättningsprov förvaras på skolenheten under den tid som anges på det röda kuvertets framsida. Ersättningsprovet omfattas av sekretess till och med 31 januari 2020.

Arkivering

Själva provet och de elevprestationer som hör till provet är allmänna handlingar i kommunala och statliga skolor. Därför ska de arkiveras. De skolor som har en offentlig huvudman hittar råd om arkivering och gallring av nationella prov i skriften *Bevara eller gallra 2*. Den finns att ladda ned på webbplatsen www.samradsgruppen.se. Skolan kan tillämpa råden i skriften om den ansvariga kommunala nämnden eller styrelsen har tagit ett beslut om detta.

Även fristående skolor har, enligt skollagen, en skyldighet att bevara det nationella provet och de elevprestationer som hör till provet.

Resultatsammanställningar

Skolverket publicerar varje år sammanställningar av resultaten på det nationella provet. Mer information om resultatsammanställningarna finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/provresultat

Resultat från insamlingar och lärarenkäter beskrivs och kommenteras i årliga rapporter som finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen

Mer information

På Skolverkets webbplats www.skolverket.se/bedomning finns information om de nationella proven som helhet.

På adressen www.skolverket.se/fragor-och-svar finns svar på många vanliga frågor som skolor ställer till Skolverket i samband med de nationella proven.

Mer information om provet i matematik 1 finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen

Vid frågor om provet finns kontaktuppgifter på insidan av häftets omslag.

2. Provets syfte, utgångspunkter och användningsområden

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. I det här kapitlet finns information om syftet med samt utgångspunkterna och användningsområdena för det nationella provet i matematik 1.

Syfte med de nationella proven

Syftet med samtliga nationella prov är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Konstruktion och utprovning av proven

De nationella proven konstrueras vid olika högskolor och universitet i landet på uppdrag av Skolverket. Detta arbete sker i nära samarbete med verksamma lärare, lärarutbildare och forskare. Proven prövas ut bland ett stort antal elever och lärare för att säkerställa att de fungerar som det är tänkt. Mer information om konstruktionen och utprovningen av proven finns på Skolverkets webbplats www.skolverket.se/konstruktion. På PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen finns mer information om konstruktion och utprovning av nationella prov i matematik.

Provet prövar inte allt

Provet är konstruerat med fokus på både bredd och variation, för att eleverna ska ges möjlighet att visa sina kunskaper i matematik på flera olika sätt. De förmågor som avses att prövas i provet prövas på ett urval av det centrala innehållet. Allt innehåll i matematik 1 som beskrivs i ämnesplanen kan dock inte prövas, eftersom provet då skulle bli alltför omfattande. I häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov* finns en provsammanställning som visar vilket centralt innehåll som respektive uppgift avser att pröva och en provsammanställning som visar vilka förmågor som främst avses att prövas för respektive poäng. Förmågorna går in i varandra och har beröringspunkter vilket innebär att eleverna kan ha visat fler förmågor än de som är markerade i provsammanställningen.

Stora delar av det centrala innehållet i matematik 1a är kopplat mot karaktärsämnen och inom vissa områden ska centralt innehåll väljas utifrån karaktärsämnenas behov. Då kursprovet för matematik 1a är gemensamt och vänder sig till samtliga yrkesprogram prövas endast delar av det centrala innehållet. Provet prövar i nuläget inte centralt innehåll utifrån karaktärsämne. Prövningen av dessa delar överlätes helt till läraren.

Skolans användning av provresultaten

I gymnasieskolan och kommunal vuxenutbildning på gymnasial nivå ska lärarna använda sig av nationella prov. Det är viktigt att läraren beaktar provresultaten vid betygssättningen. Resultaten ska då även sättas i relation till det övriga betygsunderlag som läraren har samlat in.

Återkoppling till elever och vårdnadshavare

När läraren ger återkoppling till eleven på hur hon eller han har presterat på det nationella provet har eleven, och i förekommande fall vårdnadshavaren, möjlighet att se provet. Läraren har också möjlighet att beskriva hur elevens prestationer på provet har bedömts och diskutera resultaten på provets olika delar samt informera om vilken roll provresultaten spelar vid betygssättningen (läs mer om elevens resultat på provet i relation till betyget i häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*).

Återkoppling på den egna undervisningen

Lärare har också möjlighet att med utgångspunkt i elevernas resultat på provet reflektera över sin egen undervisning. Resultaten kan ge signaler om vilka områden i undervisningen som behöver utvecklas.

3. Instruktioner för att genomföra provet

I det här kapitlet beskrivs hur samtliga delprov som ingår i provet ska genomföras.

Genomförande av Delprov A

Tabell 2 Praktisk information om delprovet.

Delprov	Gymnasieskolan datum för genomförande	Kommunal vuxenutbildning datum för genomförande. Användningstid ett år		Tidsåtgång	Material
		Första provdatum	Sista provdatum		
Delprov A	Från det att materialet levererats till skolan till och med kursens slut	Från det att materialet har levererats till skolan	Måndagen den 11 december 2017	Cirka 20–30 minuter per grupp	Kopieringsunderlag

Beskrivning av delprovet

Kursprovet i matematik 1 består av ett muntligt delprov och tre skriftliga delprov. Det muntliga delprovet, Delprov A, är liksom de skriftliga obligatoriskt. Delprov A ska genomföras under en provperiod från och med att materialet anländer till skolan till och med kursens slut.

Det muntliga delprovet i matematik 1a handlar om att eleverna ska kunna beskriva samband utifrån olika representationsformer.

Delprovet är uppdelat i tre delar. I den första delen (Del 1) får eleverna ta del av ett mönster uttryckt med tändstickor eller prickar. I den andra delen (Del 2) får eleverna ta del av ytterligare en representationsform av mönstret som de ska koppla samman med representationsformerna i Del 1. Den tredje delen (Del 3) består av diskussionsfrågor.

I samtliga delar finns ett antal frågor att ställa till eleverna. Dessa frågor kan ibland vara enskilda frågor och ibland diskussionsfrågor. Du som lärare har möjlighet att välja vilka frågor som ska användas och hur de ska användas. På så sätt kan du variera innehållet i uppgiften mellan dina elevgrupper och anpassa svårighetsnivån för att bättre passa aktuell elevgrupp. Du kan välja att rikta vissa frågor till enskilda elever för att få tydligare underlag för din bedömning.

Det muntliga delprovet finns i två versioner. Vill man minska risken för att uppgiftens innehåll sprids i klassen och inom skolan kan man dels använda de två olika versionerna, men även välja att använda olika fördjupande frågor till olika grupper.

Det muntliga delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever. Avsikten med detta är att det ska bli ett samtal mellan elever och inte ett förhör. Vid utprovningar av det muntliga delprovet har provtiden per grupp varit cirka 20–30 minuter.

Gruppindelningen ska göras av läraren. Hänsyn bör tas så att eleverna i gruppen fungerar bra tillsammans. Vid utprovningar av detta delprov har en indelning i kunskapsmässigt relativt homogena grupper fungerat bättre. Om läraren bedömer att någon elev inte alls mår bra av att genomföra det muntliga delprovet i grupp, kan genomförandet ske enskilt. Det ställer då högre krav på läraren om eleven ska få visa alla de aspekter som uppgiften avser att pröva.

Hjälpmedel för eleverna

Tillåtna hjälpmedel i Delprov A är formelblad för respektive kurs, linjal samt digitala hjälpmedel. Formelbladet till de nationella proven för matematik 1 finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen. Eleverna ska under provet endast ha tillgång till det av provinstitutionen sammanställda formelbladet. Se rubriken om datorer och mobiltelefoner, s. 8, för mer information om vilka restriktioner som gäller för digitala verktyg.

Organisation av genomförandet på skolan

Hur man organiserar genomförandet av det muntliga delprovet beror på förhållandena i klassen och skolan. Det är en fördel om lärarna tillsammans, med stöd av skolledningen, planerar genomförandet. Man har då möjlighet att hjälpa varandra, till exempel med att sambedöma någon grupp eller med handledning av övriga elever under den tid en grupp genomför det muntliga delprovet.

Det muntliga delprovet kan göras när som helst under den angivna provperioden. Det är naturligtvis möjligt att låta eleverna göra det muntliga delprovet samlat under någon eller några dagar. Delprovet kan genomföras av elevernas ordinarie lärare eller av någon annan lärare i matematik.

Eftersom avsikten är att varje elev ska ges möjlighet att kommunicera matematik muntligt är det bäst om delprovet genomförs i särskild lokal. Möjlighet finns då att spela in samtalen om läraren vill lyssna på dem efteråt som stöd för bedömningen.

Lärares förberedelser

För att förbereda eleverna på hur Delprov A går till kan de frisläppta proven för matematik 1 vt 2012 användas. Dessa finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen. En förutsättning för provets genomförande är att läraren är väl insatt i hur uppgifterna ska genomföras och hur elevernas prestationer ska bedömas.

- Läs igenom instruktionerna för hur delprovet ska genomföras och de båda delprovsversionerna. Tänk igenom hur dina elever kan tänkas besvara frågorna och vilka eventuella följdfrågor som kan vara aktuella. Kopiera eventuellt frågorna för att kunna föra anteckningar för varje grupp.
- Kopiera ”Information till eleverna”. Dela ut och gå igenom sidan. Detta kan göras på en lektion någon dag före genomförandet.
- Dela in eleverna i lämpliga grupper och välj vilken version respektive grupp ska använda. Det är lämpligt att skifta version mellan grupperna i samma klass för att förhindra spridning av innehållet.
- Kopiera mönster och koordinatsystem för den version som valts. De finns som kopieringsunderlag.
- Kopiera en bedömningsmatris eller en förenklad bedömningsmatris för varje grupp. Anteckningar om vilka förmågor och kvaliteter eleverna visar under det muntliga delprovet kan göras i matrisen.

Information till eleverna

Inför Delprov A bör eleverna få ”Information till eleverna”, s. 35. Informationen kan antingen läsas upp eller delas ut.

Genomförande vid provtillfället

Hur uppgiften i Delprov A genomförs beskrivs närmare under ”Uppgifter, Delprov A”, s. 22–29.

Bedömning av delprovet

För bedömningen av Delprov A, se s. 30–33. Innan provet genomförs bör läraren läsa igenom nästa kapitel i detta häfte, ”Inför bedömningen”.

Genomförande av Delprov B–D

Tabell 3 Praktisk information om delproven.

Delprov	Gymnasieskolan datum för genomförande	Kommunal vuxenutbildning datum för genomförande. Användningstid ett år		Tidsåtgång	Material
		Första provdatum	Sista provdatum		
Delprov B	Tisdagen den 6 december 2016	Tisdagen den 6 december 2016	Måndagen den 11 december 2017	60 minuter	Elevhäfte Delprov B Bedömningsanvisningar till Delprov B
Delprov C	Tisdagen den 6 december 2016	Tisdagen den 6 december 2016	Måndagen den 11 december 2017	60 minuter	Elevhäfte Delprov C Bedömningsanvisningar till Delprov C
Delprov D	Tisdagen den 6 december 2016	Tisdagen den 6 december 2016	Måndagen den 11 december 2017	120 minuter	Elevhäfte Delprov D Bedömningsanvisningar till Delprov D

Hjälpmedel för eleverna

Tillåtna hjälpmedel i Delprov B–D är formelblad för respektive kurs och linjal. För Delprov C och D är dessutom digitala verktyg tillåtna. Detta kan vara miniräknare av olika slag eller dator. Se rubriken om datorer och mobiltelefoner, s. 8, för mer information om vilka restriktioner som gäller för digitala verktyg.

Lärarens förberedelser

För att förbereda eleverna på hur de skriftliga delproven går till kan de frisläppta proven för matematik 1 vt 2012 användas. Dessa finns på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen

Information till eleverna

Inför Delprov B–D bör eleverna få följande information:

Provtid	60 minuter för Delprov B, 60 minuter för Delprov C och 120 minuter för Delprov D. Formelblad och linjal är tillåtna hjälpmedel på samtliga delprov.
Delprov B	Delprov B består av uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg. Till några av uppgifterna ska eleverna redovisa sina lösningar och till övriga uppgifter krävs endast svar. Svar och lösningar skrivs i elevhäftet.
Delprov C	Delprov C är en mer omfattande uppgift där även digitala verktyg är tillåtna. Lösningen till denna uppgift ska redovisas på separat papper. Eleverna bör uppmärksammas på att det är viktigt att de försöker lösa denna uppgift eftersom även en påbörjad lösning kan ge poäng.
Delprov D	Delprov D består av ett flertal uppgifter där även digitala verktyg är tillåtna. Lösningar och svar till uppgifterna ska redovisas på separat papper. Till dessa uppgifter ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Om en uppgift är markerad "Endast svar krävs", kommer endast svaret att bedömas.

I huvudsak är de inledande uppgifterna lättare att lösa jämfört med de som ligger mot slutet. Men även i senare uppgifter kan det vara relativt lätt att få någon poäng för en påbörjad lösning. Eleverna bör därför uppmannas att försöka lösa alla uppgifter.

I anslutning till var och en av uppgifterna i elevhäftena finns angivet hur många E-, C- respektive A-poäng som uppgiften högst kan ge. Om en uppgift kan ge 2 E-poäng och 1 C-poäng, men inga A-poäng, skrivs detta som (2/1/0).

Kravgränser för de olika provbetygen anges i elevhäftena.

Genomförande vid provtillfället

De skriftliga delproven, Delprov B, Delprov C och Delprov D, genomförs under samma dag. Provtiden är 60 minuter för Delprov B, 60 minuter för Delprov C och 120 minuter för Delprov D.

En kortare rast rekommenderas mellan Delprov B och Delprov C och en längre rast, gärna lunch, rekommenderas mellan Delprov C och Delprov D.

Bedömning av delproven

För bedömningen av elevens prestationer på delproven finns det röda häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*. Innan bedömningen bör läraren läsa igenom nästa kapitel i detta häfte "Inför bedömningen".

4. Inför bedömningen

Inför genomförandet av det nationella provet bör läraren läsa igenom detta kapitel. Efter att de skriftliga delproven har genomförts får läraren tillgång till häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*. Där finns det underlag som behövs för att bedöma elevprestationer på samtliga skriftliga delprov.

Organisation av bedömningen på skolan

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet. För att skapa goda förutsättningar för en likvärdig och rättvis bedömning av provet kan man arbeta med sambedömning. Sambedömning kan, förutom att bidra till ökad likvärdighet, också utveckla lärares bedömarkompetens.

Sambedömning

Sambedömning kan organiseras på olika sätt, till exempel genom att lärare bedömer elevers prestationer tillsammans eller genom att de diskuterar bedömningen gemensamt i efterhand. Det finns även möjlighet att lärare byter prov med varandra och bedömer andra än sina egna elevers prestationer. Ett bedömningsstöd för bedömning av elevernas muntliga prestationer i matematik finns på Skolverkets webbplats.

Utgångspunkter för bedömningen av provet i matematik 1

Bedömning av förmågor

Bedömningsanvisningarna bygger på principen om positiv bedömning där utgångspunkten är att förtjänster i ett elevarbete lyfts fram och värderas. Bedömningen av lösningen till en uppgift bygger på de kunskaper som visas. Poäng på olika kvalitativa nivåer används och dessa ges för lösningarnas förtjänster. I ämnesplanen i matematik beskrivs sju förmågor som eleverna ska utveckla. I kursproven benämns förmågorna:

1. Begrepp (B)
2. Procedur (P)
3. Problemlösning (PL)
4. Matematisk modellering (M)
5. Matematiskt resonemang (R)
6. Kommunikation (K)
7. Relevans

I nuläget prövas inte relevansförmågan i nationella prov. Prövningen av denna förmåga överläts i sin helhet till läraren.

Från och med hösten 2016 genomförs en förändring i hur förmågorna redovisas i kursprovet för matematik 1. Tidigare har en huvudsaklig förmåga redovisats i anslutning till respektive nivåpoäng i bedömningsanvisningen. Nu redovisas de förmågor som avses att prövas för respektive poäng i en provsammanställning i häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov*. Detta innebär att fler förmågor kan markeras per poäng. Om t.ex. förmågorna Begrepp (B) och Problemlösning (PL) avses att prövas för att erhålla en C-poäng i en uppgift, kommer båda dessa vara markerade för den aktuella poängen i provsammanställningen. Eleven kan i detta fall även ha visat kunskaper inom procedurförmågan, men om dessa procedurer inte bedöms vara på C-nivå markeras inte Procedur (P) i sammanställningen.

E-poäng, C-poäng och A-poäng

För att tydliggöra de nivåer som finns uttryckta i kunskapskraven används E-, C- och A-poäng vid bedömningen.

Bedömningen görs på liknande sätt i samtliga uppgifter, men bedömningsanvisningarna kan skrivas något olika. Vid bedömning av vissa uppgifter skrivs bedömningen kronologiskt utifrån lösningen av uppgiften. Till andra uppgifter, där möjlighet finns att bedöma aspekter på olika nivåer och en aspekt vid flera tillfällen, skrivs bedömningsanvisningarna i matrisform. Detta gäller exempelvis Delprov A och Delprov C. Exempel på uppgifter och tillhörande bedömningsanvisningar finns i tidigare givna prov för matematik 1 på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen

Det är viktigt att eleverna i god tid före provet får kännedom om de kunskapskrav som bedömningen bygger på samt hur bedömningen av prestationerna på nationella prov relaterar till dessa kunskapskrav.

Sammanställning av bedömningen

Olika typer av blanketter för att underlätta sammanställningen av bedömningen finns i det röda häftet med bedömningsanvisningar till de skriftliga delproven och på PRIM-gruppens webbplats www.su.se/primgruppen

I häftet *Bedömningsanvisningar till samtliga skriftliga delprov* finns en provsammanställning som visar vilket centralt innehåll som respektive uppgift avser att pröva och en provsammanställning som visar vilka förmågor som främst avses att prövas för respektive poäng. Dessa sammanställningar kan vara till stöd för att se spridningen över centralt innehåll och förmågespridningen i provresultatet och kan användas för att ge återkoppling av provresultatet till eleven. Förmågorna går in i varandra och har beröringspunkter, vilket innebär att eleverna kan ha visat fler förmågor än de som är markerade i provsammanställningen. I häftet med bedömningsanvisningar återfinns respektive provs kravgränser. Kravgränserna finns även angivna i elevhäftena.

Kravgränser för provbetygen

Kravgränser för provbetygen E, D, C, B och A ges på kursprovet som helhet. Kravgränserna består av en totalpoäng, men för provbetygen D–A finns även krav på att vissa av dessa ligger på en viss kvalitativ nivå.

Den modell som används vid konstruktionen av de nationella proven medför att poängen fördelas på centralt innehåll och förmågor på ett sådant sätt att då kravgränserna är uppfyllda har eleven med största sannolikhet även visat en bredd på innehåll och förmågor. Konstruktionen av kravgränserna tar således hänsyn till bredden i visade kunskaper och förmågor.

Provbetyg

Provbetyget sammanfattar de kunskaper eleven visat i det nationella provet. Kursbetyget behöver inte vara detsamma som provbetyget eftersom kursbetyget grundar sig på alla kunskaper eleven visat i kursen.

5. Uppgifter och bedömningsanvisningar för Delprov A

Allmän information om bedömningen för Delprov A

Bedömningen av elevernas prestationer på Delprov A ska göras med stöd av uppgiftsspecifika bedömningsmatriser, en till respektive version. Matriserna är uppdelade i två aspekter och tre nivåer. Den ena aspekten är *Metod och genomförande* och den andra aspekten är *Redovisning*.

Under tiden eleverna genomför delprovet kan läraren göra noteringar i den uppgiftsspecifika matrisen eller i den förenklade matrisen.

Uppgifter, Delprov A

Version 1 – Mönster, tändstickor

Del 1 (Tändsticksmönster)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 1 – Mönster, tändstickor” med de fyra tändsticksmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första tändsticksmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: Hur många stickor ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många stickor det behövs för att bygga figur nr 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet tändstickor med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet stickor.

Upprepa sedan punkterna ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

Del 2 (Koordinatsystem, tändstickor)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

Del 3 (Diskussionsuppgifter)**Gruppdiskussion**

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under Del 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratisk kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (s. 47). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal tändstickor (a) i figur n :

$$\text{Mönster 1} \quad a = 4 + 2(n - 1)$$

$$\text{Mönster 2} \quad a = 5 + 4(n - 1)$$

$$\text{Mönster 3} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Mönster 4} \quad a = 2 + 3n$$

7. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (s. 47). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal tändstickor (a_n) i figur n :

$$\text{Mönster 1} \quad a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$\text{Mönster 2} \quad a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Mönster 3} \quad a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 4} \quad a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

8. Kan genomföras om både punkt 6 och 7 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

Version 2 – Mönster, prickar

Del 1 (Prickmönster)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 2 – Mönster, prickar” med de fyra prickmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första prickmönstret och låt eleven besvara frågan:

- Hur utvecklas Mönster 1?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: Hur många prickar ökar ditt mönster med? Hur skulle du göra för att ta reda på hur många prickar det behövs för att bygga figur nr 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- Ange ett samband mellan figurens nummer och antalet prickar med ord eller formel.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar.

Upprepa sedan punkterna ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

Del 2 (Koordinatsystem, prickar)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 2 – Koordinatsystem, prickar” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Vilken graf passar till ditt mönster? Motivera. Hur ser du det?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

Del 3 (Diskussionsuppgifter)**Gruppdiskussion**

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under Del 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. I koordinatsystemen finns det punkter men inga linjer. Varför?
2. På sidan med grafer passade inte Graf A respektive Graf C till något av de givna mönstren. Hur skulle ett mönster kunna vara uppbyggt som passar till Graf A respektive Graf C?
3. Punkterna i koordinatsystemen ligger utmed en rät linje. Varför? Hur syns detta i mönstret eller formeln?
4. Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?
Ev. följdfråga: Hur skulle ett mönster som växer kvadratisk kunna se ut?
5. Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?
6. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (s. 53). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

Antal prickar (a) i figur n :

$$\text{Mönster 1} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Mönster 2} \quad a = 5 + 3(n - 1)$$

$$\text{Mönster 3} \quad a = 1 + 4n$$

$$\text{Mönster 4} \quad a = 2n + 2$$

7. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (s. 53). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

Antal prickar (a_n) i figur n :

$$\text{Mönster 1} \quad a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 2} \quad a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Mönster 3} \quad a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Mönster 4} \quad a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

8. Kan genomföras om både punkt 6 och 7 har diskuterats. Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

Version 1 – Pattern, matchsticks

Del 1 (Tändsticksmönster)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet "Version 1 – Pattern, matchsticks" med de fyra tändsticksmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första tändsticksmönstret och låt eleven besvara frågan:

- How does Pattern 1 develop?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: How many sticks does your pattern increase by? What would you do to find out how many sticks are needed to build figure number 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- State a relation between the number of the figure and the number of matchsticks in words or in a formula.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet stickor.

Upprepa sedan punkterna ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

Del 2 (Koordinatsystem, tändstickor)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet "Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks" med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- What graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

Del 3 (Diskussionsuppgifter)**Gruppdiskussion**

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under Del 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are not on a straight line?
Ev. följdfråga: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (s. 59). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

The number of matchsticks (a) in figure n :

$$\text{Pattern 1} \quad a = 4 + 2(n - 1)$$

$$\text{Pattern 2} \quad a = 5 + 4(n - 1)$$

$$\text{Pattern 3} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Pattern 4} \quad a = 2 + 3n$$

7. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (s. 59). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

The number of matchsticks (a_n) in figure n :

$$\text{Pattern 1} \quad a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$\text{Pattern 2} \quad a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Pattern 3} \quad a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Pattern 4} \quad a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

8. Kan genomföras om både punkt 6 och 7 har diskuterats. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

Version 2 – Pattern, dots

Del 1 (Prickmönster)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 2 – Pattern, dots” med de fyra prickmönstren till eleverna.

Låt eleverna studera alla mönster en kort stund och tilldela sedan en elev det första prickmönstret och låt eleven besvara frågan:

- How does Pattern 1 develop?

Har eleven svårigheter att beskriva hur mönstret utvecklas kan stödfrågor eller följdfrågor ställas. Exempel på frågor: How many dots does your pattern increase by? What would you do to find out how many dots are needed to build figure number 10?

Stanna kvar i Mönster 1 och låt samma elev besvara uppgiften:

- State a relation between the number of the figure and the number of dots in words or in a formula.

Därefter har övriga elever möjlighet att kommentera detta mönster, elevens beskrivning av hur mönstret utvecklas eller sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar.

Upprepa sedan punkterna ovan för nästa elev som ska beskriva Mönster 2 osv.

Del 2 (Koordinatsystem, prickar)

Enskilda uppgifter med möjlighet till efterföljande kommentarer

Dela ut bladet ”Version 2 – Coordinate Systems, dots” med de sex graferna Graf A–F till eleverna.

Nu är det lämpligt att låta en annan elev börja besvara frågan:

- Which graph fits your pattern? Give your reasons. How can you see that?

Låt eleverna kommentera varandras förslag.

Upprepa punkten för övriga elever i gruppen.

Del 3 (Diskussionsuppgifter)**Gruppdiskussion**

Välj lämpliga och lämpligt antal diskussionsuppgifter till gruppen. Det kan t.ex. vara så att någon fråga redan diskuterats under Del 1 och 2 och då behöver den inte ställas igen. Eventuellt kan någon/några av diskussionsuppgifterna riktas direkt till någon elev för att få ytterligare underlag för bedömningen.

1. The coordinate systems contain points but no lines. Why?
2. On the page with the graphs there were two graphs (Graph A and Graph C) that did not fit any of the patterns given. How could a pattern be built up that fits Graph A and Graph C respectively?
3. The points in the coordinate systems are on a straight line. Why? How is this seen in the pattern and/or the formula?
4. What does a pattern look like when the points are not on a straight line?
Ev. följdfråga: What could a pattern that grows quadratically look like?
5. How can you find figure 0? Are there different ways?
6. Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Finns som kopieringsunderlag (s. 65). Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

The number of dots (a) in figure n :

$$\text{Pattern 1} \quad a = 1 + 2n + n$$

$$\text{Pattern 2} \quad a = 5 + 3(n - 1)$$

$$\text{Pattern 3} \quad a = 1 + 4n$$

$$\text{Pattern 4} \quad a = 2n + 2$$

7. Nedan visas några andra korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4 (rekursiva formler). Finns som kopieringsunderlag (s. 65). Välj ut något samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska tolka sambandet med hjälp av mönstret. Gruppen kan även själv formulera ett samband utifrån ett annat mönster.

The number of dots (a_n) in figure n :

$$\text{Pattern 1} \quad a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Pattern 2} \quad a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$\text{Pattern 3} \quad a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$\text{Pattern 4} \quad a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

8. Kan genomföras om både punkt 6 och 7 har diskuterats. Discuss the advantages and disadvantages of the different types of formula.

Bedömningsanvisningar, Delprov A

Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor

(3/4/4)

	E	C	A
Metod och genomförande	<p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas.</p> <p>+E_{PL}</p>	<p>Eleven visar att ett samband (uttryckt med ord eller formel) stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger förslag på mönster som passar till de extra graferna</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C_{PL}</p>	<p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet tändstickor i ord eller med formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A_{PL}</p>
Redovisning	<p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i någon representation (graf, bild, talföljd eller formel).</p> <p>+E_R</p> <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E_R</p>	<p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C_K</p>	<p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. om linjära eller icke-linjära samband med ord eller i formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A_K</p>

Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar

(3/4/4)

	E	C	A
Metod och genomförande	<p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas.</p> <p>+E_{PL}</p>	<p>Eleven visar att ett samband (uttryckt med ord eller formel) stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger förslag på mönster som passar till de extra graferna</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C_{PL}</p>	<p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar i ord eller med formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A_{PL}</p>
Redovisning	<p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i någon representation (graf, bild, talföljd eller formel).</p> <p>+E_R</p> <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E_R</p>	<p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C_K</p>	<p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. om linjära eller icke-linjära samband med ord eller formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A_K</p>

Exempel på godtagbara svar och motiveringar

Version 1 – Mönster, tändstickor

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för Del 1 och 2:

	Funktionsuttryck	Graf
Mönster 1	$y = 2x + 2$	B
Mönster 2	$y = 4x + 1$	F
Mönster 3	$y = 3x + 1$	D
Mönster 4	$y = 3x + 2$	E
	$y = 2x + 3$	A
	$y = x + 3$	C

Förslag till svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna *inte* ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka stickor som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med y -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då $x = 0$.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 1 är det hela tiden fyra stickor på ändarna och för varje figur ökar det med två stickor i mitten.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

Version 2 – Mönster, prickar

Svar och motiveringar ska ses som ett servicematerial till lärare och man kan inte förvänta sig att eleverna svarar och motiverar exakt på detta sätt.

Förslag till några svar för Del 1 och 2:

	Funktionsuttryck	Graf
Mönster 1	$y = 3x + 1$	D
Mönster 2	$y = 3x + 2$	E
Mönster 3	$y = 4x + 1$	F
Mönster 4	$y = 2x + 2$	B
	$y = 2x + 3$	A
	$y = x + 3$	C

Förslag till svar för några diskussionsuppgifter:

Hur ser ett mönster ut där punkterna inte ligger utmed en rät linje?

- Eleverna kan ge exempel på ett mönster som både växer och avtar eller ett mönster som växer kvadratisk.

Hur kan man hitta figur 0? Finns det olika sätt?

- I bild genom att visa vilken/vilka punkter som är kvar.
- I graf genom att visa skärningen med y -axeln.
- Med formel genom att beräkna funktionsvärdet då $x = 0$.

Nedan anges några korrekta algebraiska samband till Mönster 1–4. Välj ut något eller några samband med tillhörande mönster och presentera för gruppen. Eleverna ska utgå från sambanden och beskriva vad som händer i mönstren.

- I mönster 2 är det fem prickar från början och så ökar det med tre prickar för varje figur.

Diskutera för- och nackdelar med de olika formeltyperna.

- En rekursiv formel är ibland lättare att ange (hitta) men svår att använda för t.ex. figur nr 100.

6. Kopieringsunderlag, Delprov A

I det här kapitlet finns följande kopieringsunderlag:

- Information till eleverna/Information to the students
- Bedömningsmatris till Version 1 – Mönster, tändstickor
- Bedömningsmatris till Version 2 – Mönster, prickar
- Förenklad bedömningsmatris
- Version 1 – Mönster, tändstickor
- Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor
- Version 1 – Formler, tändstickor
- Version 2 – Mönster, prickar
- Version 2 – Koordinatsystem, prickar
- Version 2 – Formler, prickar
- Version 1 – Pattern, matchsticks
- Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks
- Version 1 – Formulas, matchsticks
- Version 2 – Pattern, dots
- Version 2 – Coordinate Systems, dots
- Version 2 – Formulas, dots

Information till eleverna

Här följer en beskrivning av det muntliga delprovet som ingår i det nationella provet. Delprovet genomförs i grupper om 3–4 elever som sitter tillsammans med läraren. Genomförandet är likartat med det muntliga delprovet i matematik i årskurs 9.

- Det muntliga delprovet handlar om mönster.
- Läraren kommer både att ställa individuella frågor och frågor att diskutera i gruppen.
- Dina insatser under det muntliga delprovet bedöms efter i vilken grad du:
 - analyserar och löser matematiska problem samt tolkar och värderar modeller
 - för matematiska resonemang, underbygger dina resonemang samt värderar och vidareutvecklar egna och andras resonemang
 - uttrycker dig i tal och använder ett matematiskt språk.

Tänk på att du har möjlighet att visa vad du kan vid din redovisning och i diskussionen efter kamraternas redovisningar. Dina insatser på detta delprov bedöms och sammanställs med ett antal E-, C- och A-poäng. Resultatet på det muntliga delprovet räknas samman med resultaten på de skriftliga delproven.

Information to the students

Here is a description of the oral part included in the national test. The part is carried out in groups of 3–4 students sitting with their teacher around a table. It is carried out in a similar way to the oral part in mathematics in Year 9.

- The oral part is about patterns.
- The teacher will ask both individual questions and questions to discuss in the group.
- Your performance in the oral part will be assessed according to how you:
 - analyse and solve mathematical problems and interpret and assess models
 - make mathematical arguments, provide backing for your arguments and assess and develop your own arguments and those of others
 - express yourself orally and use mathematical language.

Remember that you have the chance to show what you can do in your own presentation and in the discussion after your classmates' presentations. Your performance in this part is assessed and compiled as a number of E, C and A points. The result of the oral part is added up along with the results of the written parts.

Bedömningsmatrix till Version 1 – Mönster, tändstickor

(3/4/4)

	E	C	A
Metod och genomförande	<p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas.</p> <p>+E_{PL}</p>	<p>Eleven visar att ett samband (uttryckt med ord eller formel) stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger förslag på mönster som passar till de extra graferna</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C_{PL}</p>	<p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet tändstickor i ord eller med formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A_{PL}</p>
Redovisning	<p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i någon representation (graf, bild, talföljd eller formel).</p> <p>+E_R</p> <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E_R</p>	<p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C_K</p>	<p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. om linjära eller icke-linjära samband med ord eller i formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A_K</p>

Bedömningsmatrix till Version 2 – Mönster, prickar

(3/4/4)

	E	C	A
Metod och genomförande	<p>Eleven beskriver hur mönstret utvecklas.</p> <p>+E_{PL}</p>	<p>Eleven visar att ett samband (uttryckt med ord eller formel) stämmer med ett mönster genom att pröva med några värden</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger förslag på mönster som passar till de extra graferna</p> <p><i>eller</i></p> <p>ger exempel på icke-linjära mönster.</p> <p>+C_{PL}</p>	<p>Eleven beskriver sambandet mellan figurens nummer och antalet prickar i ord eller med formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>visar att ett givet algebraiskt samband stämmer överens med ett mönster genom att använda generella beskrivningar</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver utförligt icke-linjära mönster med hjälp av olika representationer.</p> <p>+A_{PL}</p>
Redovisning	<p>Eleven för ett enkelt resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att ange en eller ett par gemensamma punkter för exempelvis graf och mönster</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i någon representation (graf, bild, talföljd eller formel).</p> <p>+E_R</p> <p>Eleven bidrar med någon enkel kommentar vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+E_R</p>	<p>Eleven för välgrundade resonemang kring hur mönster och graf stämmer överens, t.ex. genom att hänvisa till konstant ökning</p> <p><i>eller</i></p> <p>beskriver varför graferna är punkter och inte linjer</p> <p><i>eller</i></p> <p>genom att redogöra för figur 0 i flera representationer (graf, bild, talföljd och formel).</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven bidrar med idéer och kommentarer vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+C_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med viss säkerhet och använder ett relevant matematiskt språk.</p> <p>+C_K</p>	<p>Eleven för välgrundade och nyanserade matematiska resonemang, t.ex. om linjära eller icke-linjära samband med ord eller formel</p> <p><i>eller</i></p> <p>resonerar kring en rekursiv formel.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven bidrar med förklaringar eller välgrundade argument vid andra elevers redovisningar eller i diskussioner.</p> <p>+A_R</p> <p>Eleven uttrycker sig med säkerhet och använder ett relevant och korrekt matematiskt språk.</p> <p>+A_K</p>

Förenklad bedömningsmatris

Version 1 – Mönster, tändstickor och Version 2 – Mönster, prickar

	E	C	A
Metod och genomförande	+E _{PL}	+C _{PL}	+A _{PL}
Redovisning	+E _R	+C _R	+A _R
	+E _R	+C _R	+A _R
		+C _K	+A _K

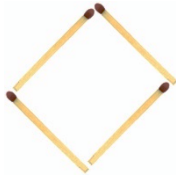
	E	C	A
Metod och genomförande	+E _{PL}	+C _{PL}	+A _{PL}
Redovisning	+E _R	+C _R	+A _R
	+E _R	+C _R	+A _R
		+C _K	+A _K

	E	C	A
Metod och genomförande	+E _{PL}	+C _{PL}	+A _{PL}
Redovisning	+E _R	+C _R	+A _R
	+E _R	+C _R	+A _R
		+C _K	+A _K

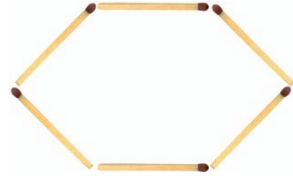
	E	C	A
Metod och genomförande	+E _{PL}	+C _{PL}	+A _{PL}
Redovisning	+E _R	+C _R	+A _R
	+E _R	+C _R	+A _R
		+C _K	+A _K

Version 1 – Mönster, tändstickor

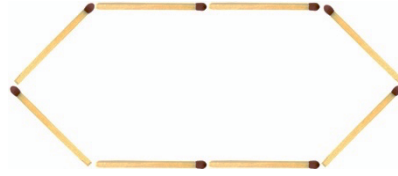
Mönster 1



Figur 1



Figur 2

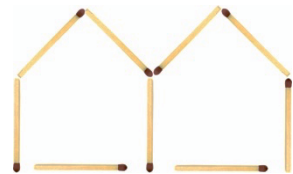


Figur 3

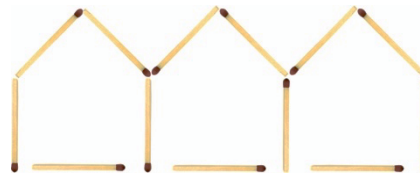
Mönster 2



Figur 1



Figur 2



Figur 3

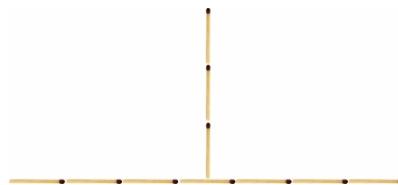
Mönster 3



Figur 1



Figur 2

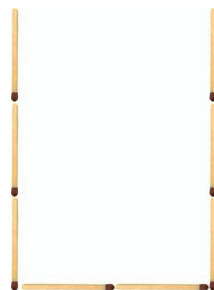


Figur 3

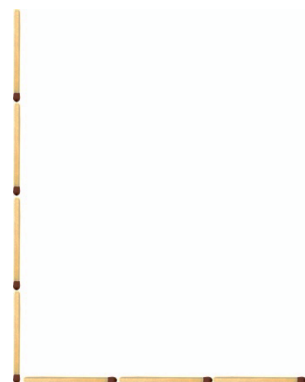
Mönster 4



Figur 1



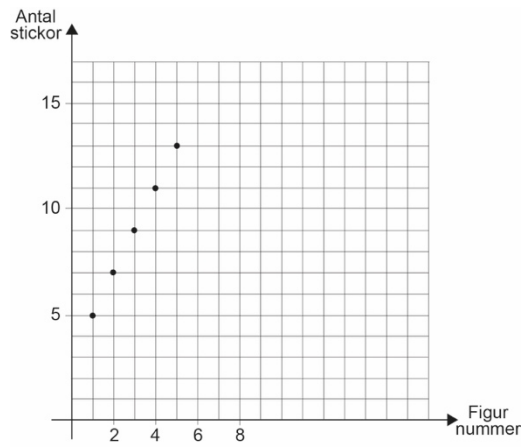
Figur 2



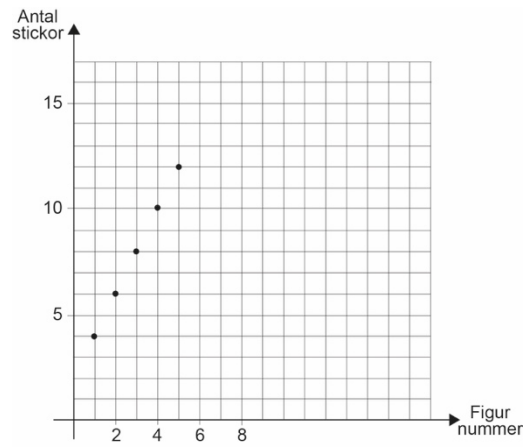
Figur 3

Version 1 – Koordinatsystem, tändstickor

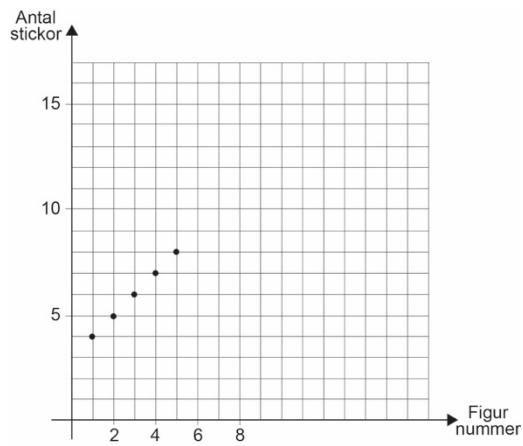
Graf A



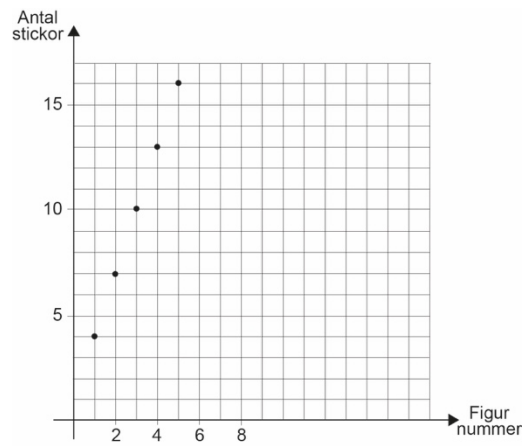
Graf B



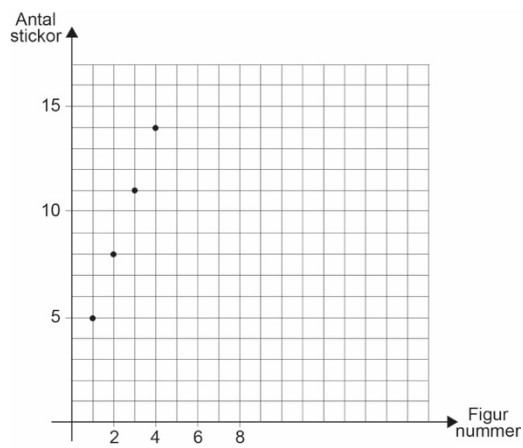
Graf C



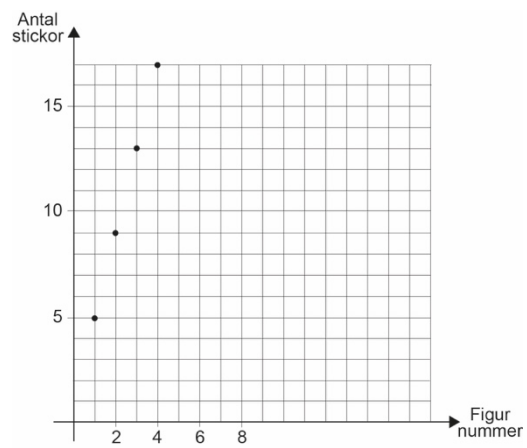
Graf D



Graf E



Graf F



Version 1 – Formler, tändstickor

Antal tändstickor (a) i figur n :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

Antal tändstickor (a_n) i figur n :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

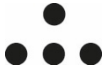
$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

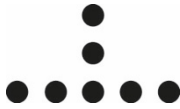
$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

Version 2 – Mönster, prickar

Mönster 1



Figur 1



Figur 2

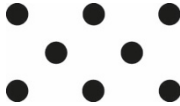


Figur 3

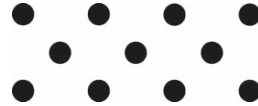
Mönster 2



Figur 1



Figur 2

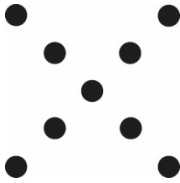


Figur 3

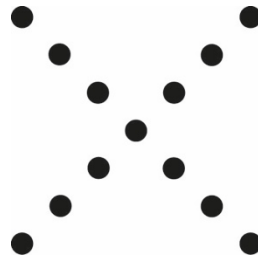
Mönster 3



Figur 1

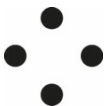


Figur 2

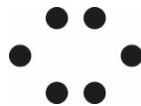


Figur 3

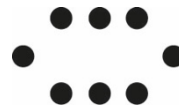
Mönster 4



Figur 1



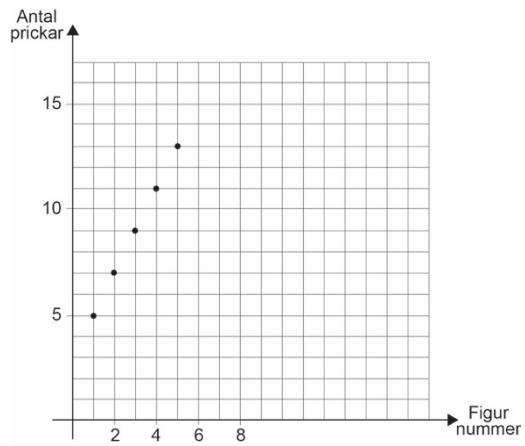
Figur 2



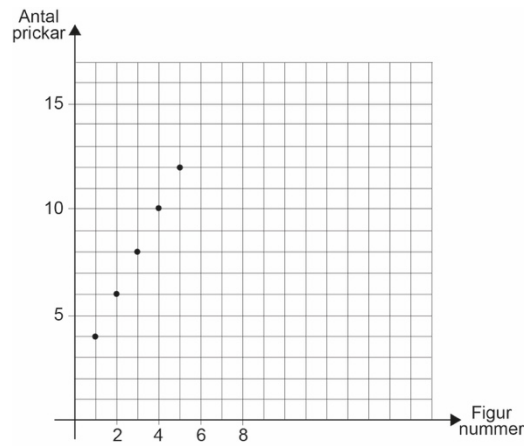
Figur 3

Version 2 – Koordinatsystem, prickar

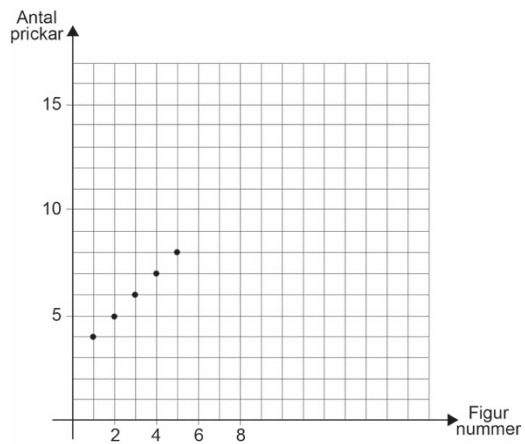
Graf A



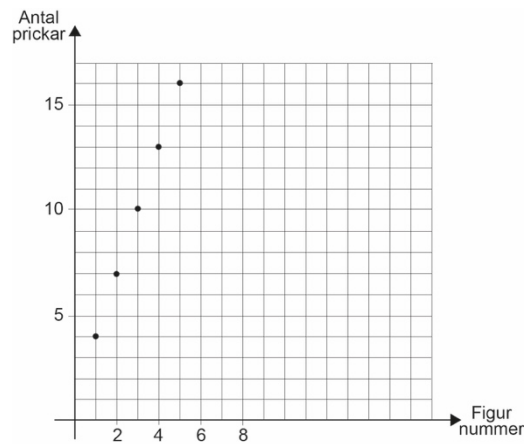
Graf B



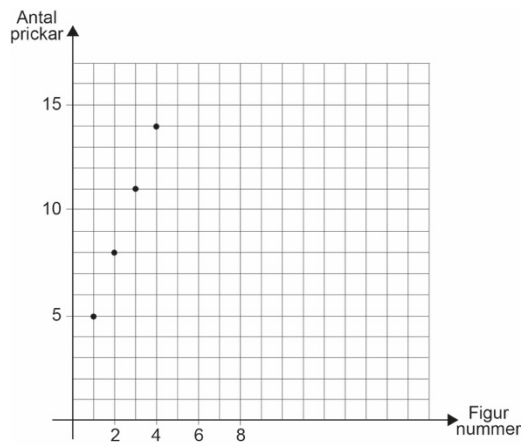
Graf C



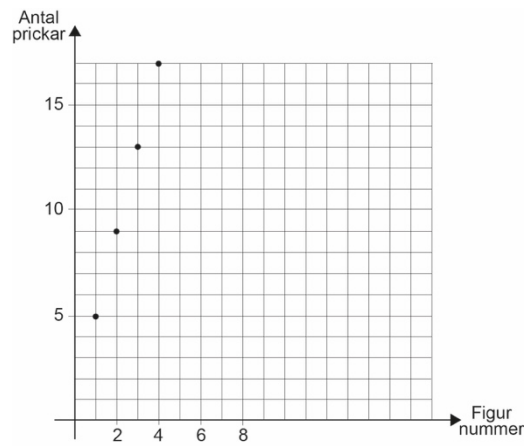
Graf D



Graf E



Graf F



Version 2 – Formler, prickar

Antal prickar (a) i figur n :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

Antal prickar (a_n) i figur n :

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{och} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

Version 1 – Pattern, matchsticks

Pattern 1

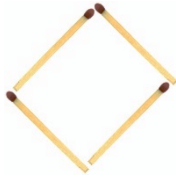


Figure 1

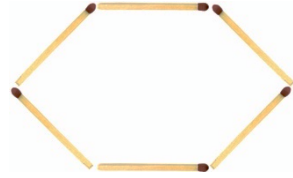


Figure 2

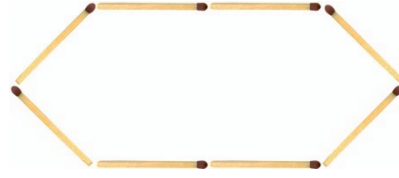


Figure 3

Pattern 2



Figure 1

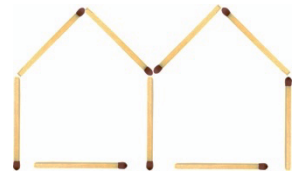


Figure 2

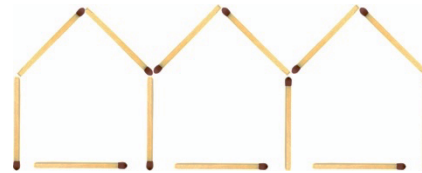


Figure 3

Pattern 3



Figure 1



Figure 2

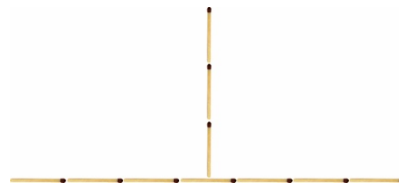


Figure 3

Pattern 4



Figure 1

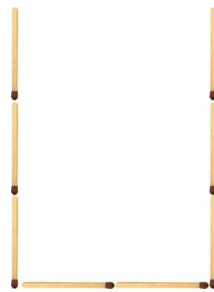


Figure 2

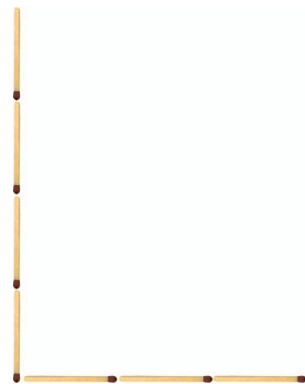
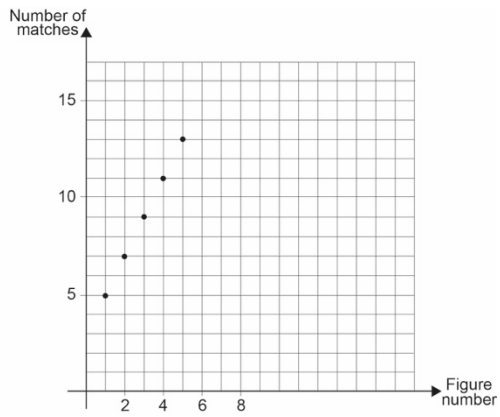


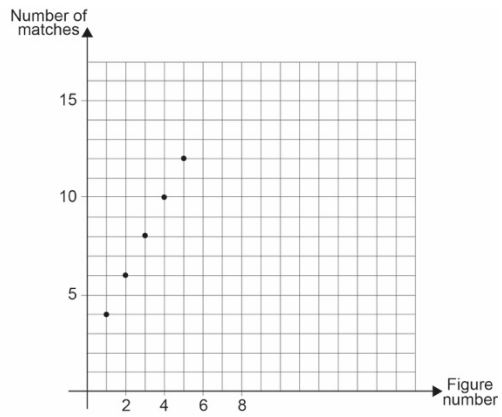
Figure 3

Version 1 – Coordinate Systems, matchsticks

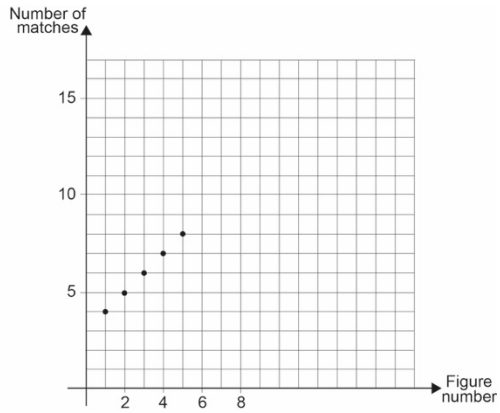
Graph A



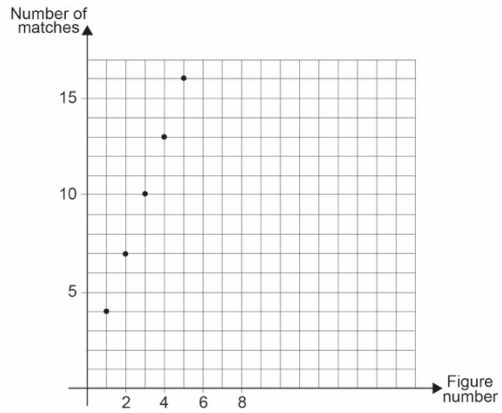
Graph B



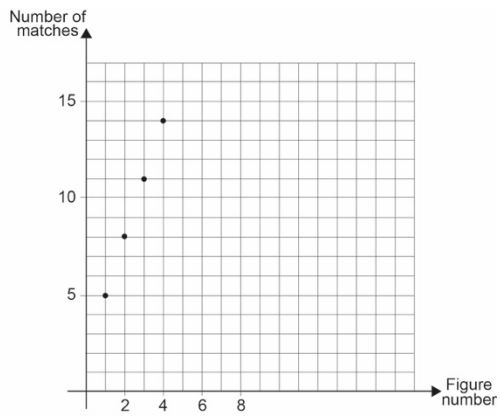
Graph C



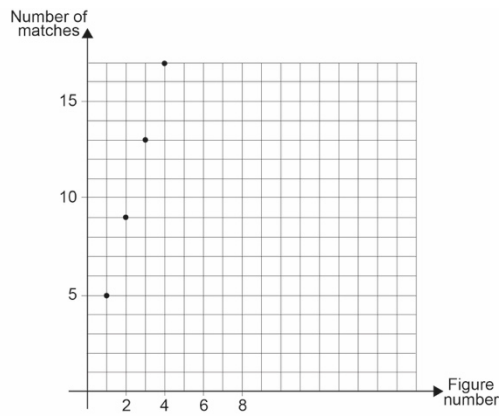
Graph D



Graph E



Graph F



Version 1 – Formulas, matchsticks

The number of matchsticks (a) in figure n :

$$a = 4 + 2(n - 1)$$

$$a = 5 + 4(n - 1)$$

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 2 + 3n$$

The number of matchsticks (a_n) in figure n :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

Version 2 – Pattern, dots

Pattern 1

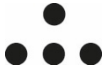


Figure 1

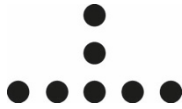


Figure 2

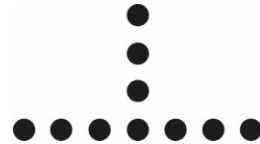


Figure 3

Pattern 2



Figure 1

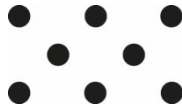


Figure 2

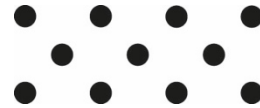


Figure 3

Pattern 3



Figure 1

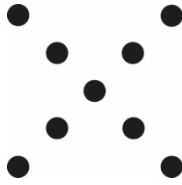


Figure 2

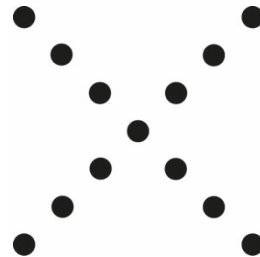


Figure 3

Pattern 4



Figure 1

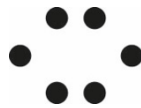


Figure 2

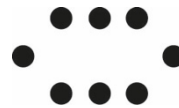
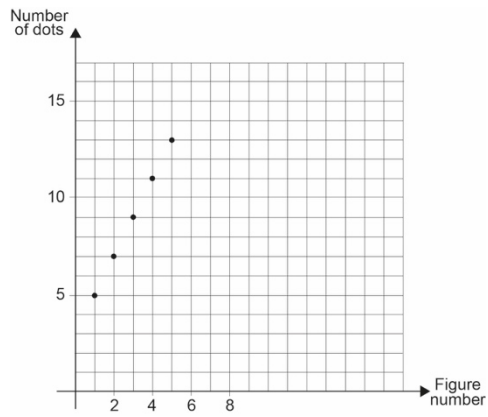


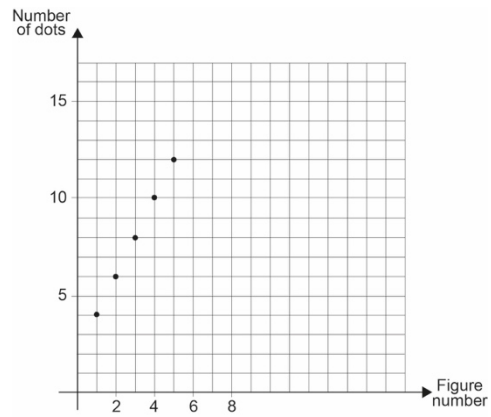
Figure 3

Version 2 – Coordinate Systems, dots

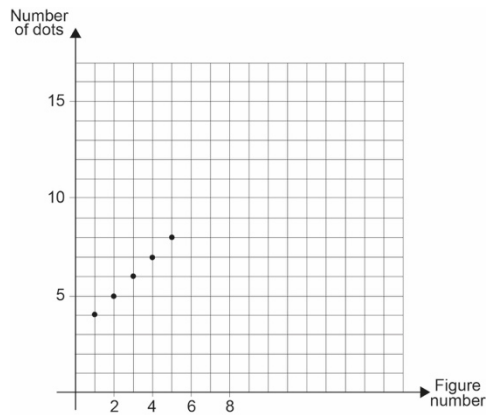
Graph A



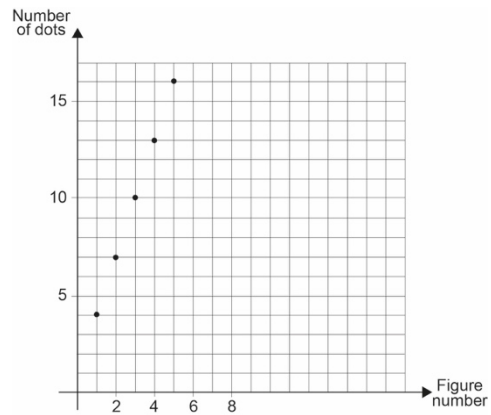
Graph B



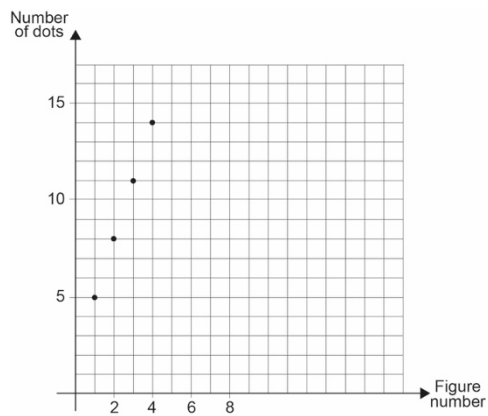
Graph C



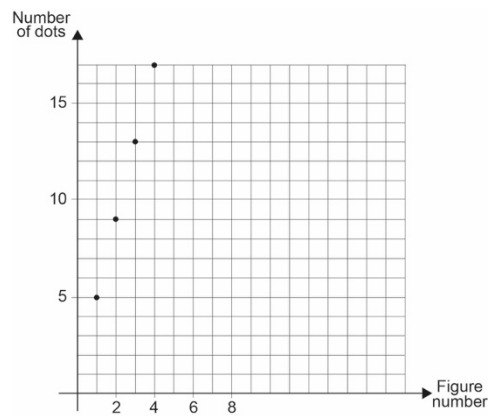
Graph D



Graph E



Graph F



Version 2 – Formulas, dots

The number of dots (a) in figure n :

$$a = 1 + 2n + n$$

$$a = 5 + 3(n - 1)$$

$$a = 1 + 4n$$

$$a = 2n + 2$$

The number of dots (a_n) in figure n :

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 3$$

$$a_1 = 5 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

$$a_1 = 4 \quad \text{and} \quad a_{n+1} = a_n + 2$$

